

Elisabeth Junges

**MODELO DE ELEMENTOS FINITOS PARA ANÁLISE NÃO
LINEAR FÍSICA E GEOMÉTRICA DE PÓRTICOS
TRIDIMENSIONAIS DE EDIFÍCIOS DE CONCRETO ARMADO**

Tese submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal de Santa Catarina, como parte dos requisitos para a obtenção do Grau de Doutor em Engenharia Civil.

Orientadora: Prof^a. Henriette Lebre La Rovere, PhD

Coorientador: Prof. Dr. Daniel Domingues Loriggio

Florianópolis

2016

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Junges, Elisabeth

Modelo de elementos finitos para análise não linear
física e geométrica de pórticos tridimensionais de edifícios
de concreto armado / Elisabeth Junges ; orientadora,
Henriette Lebre La Rovere ; coorientador, Daniel Domingues
Loriggio. - Florianópolis, SC, 2016.
302 p.

Tese (doutorado) - Universidade Federal de Santa
Catarina, Centro Tecnológico. Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Civil.

Inclui referências

1. Engenharia Civil. 2. Análise não linear. 3. pórtico
espacial. 4. concreto armado. I. La Rovere, Henriette
Lebre. II. Loriggio, Daniel Domingues. III. Universidade
Federal de Santa Catarina. Programa de Pós-Graduação em
Engenharia Civil. IV. Título.

Elisabeth Junges

**MODELO DE ELEMENTOS FINITOS PARA ANÁLISE NÃO
LINEAR FÍSICA E GEOMÉTRICA DE PÓRTICOS
TRIDIMENSIONAIS DE EDIFÍCIOS DE CONCRETO ARMADO**

Esta Tese foi julgada adequada para obtenção do Título de Doutor em Engenharia Civil, e aprovada em sua forma final pelo Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil.

Florianópolis, 23 de setembro de 2016.

Prof. Glicério Trichês, Dr. – Coordenador do PPGE

Prof^a. Henriette Lebre La Rovere, PhD - Orientadora, ECV/UFSC

Prof. Dr. Daniel Domingues Loriggio, PhD - Coorientador, ECV/UFSC

Banca examinadora:

Prof. Dr. Américo Campos Filho, Dr. – UFRGS (Videoconferência)

Prof. Túlio Nogueira Bittencourt, PhD – EP-USP (Videoconferência)

Prof. Roberto Caldas de Andrade Pinto, PhD – ECV/UFSC

Prof. Eduardo Alberto Fancello, Dr. – POSMEC/UFSC

Prof. Wellison José de Santana Gomes, Dr. – ECV/UFSC

Este trabalho é dedicado aos meus queridos pais, José Abilio e Lourdes, meus apoiadores incondicionais.

AGRADECIMENTOS

A toda minha família, em especial aos meus pais José Abílio e Lourdes, que sempre me apoiaram e sempre foram a base de todas as minhas conquistas.

Agradecimento especial à professora Henriette pela excelente orientação, amizade e conhecimento compartilhado desde o início de meu mestrado, que sempre será para mim um exemplo de professora, profissional e pessoa na qual me inspiro.

Ao professor Daniel Loriggio pelas conversas e contribuições à este trabalho, além das disciplinas cursadas que contribuíram para minha formação como pesquisadora. Também aos demais professores do PPGEC que fizeram parte de minha formação.

Aos membros da banca de avaliação desta tese: professor Américo Campos Filho, pela ótimas contribuições desde a qualificação; ao professor Túlio N. Bittencourt, que também trouxe importantes comentários; assim como aos demais professores Roberto Pinto, Eduardo Fancello e Wellison Gomes.

A todos meus amigos e colegas do GRUPEX, que durante o período de doutorado me apoiaram e incentivaram, compartilharam comigo bons e também estressantes momentos. Um especial agradecimento as minhas amigas presentes desde o começo do doutorado, Mariana Caldeira e Flávia Gelatti, e também ao meu primo/amigo/colega Paulo Junges.

À Renata Stramandinoli, pela ótima tese desenvolvida na qual se baseou este trabalho e informações compartilhadas. Ao Igor Pierin que muito ajudou na resolução de problemas de implementação computacional.

À AltoQi, por fornecer o programa Eberick utilizado para o dimensionamento dos edifícios estudados.

À CAPES e CNPq pelas bolsas de estudos concedidas, e pela oportunidade de realizar o Doutorado Sanduíche.

A todos da Universidade Politécnica de Catalunia, em especial ao professor Antônio Marí, que me receberam para a realização do Doutorado Sanduíche e contribuíram para a realização deste trabalho e em minha formação como pesquisadora.

E por último a Deus por ter me proporcionado mais esta conquista.

RESUMO

Este trabalho teve como objetivo central o desenvolvimento e a implementação computacional de um modelo refinado para análise de pórticos espaciais e pórticos de edifícios de concreto armado que considere as não linearidades física e geométrica. O modelo desenvolvido é implementado em um programa denominado ANEST/CA, que ficará sendo uma ferramenta útil para aplicação em estudos mais aprofundados sobre o comportamento estrutural de edifícios de CA. O modelo 3D utiliza o método de elementos finitos (MEF) para discretização da estrutura por meio de elementos finitos de barra de 3 nós. A deformação por cisalhamento é desprezada e considera-se a não linearidade física ao longo do elemento e da seção, a qual é dividida em filamentos, admitindo-se que cada filamento está sob um estado uniaxial de tensões. Utilizam-se leis constitutivas não lineares baseadas na relação tensão-deformação para os filamentos de concreto, incluindo-se um modelo refinado de *tension-stiffening*, e também para os filamentos de armaduras de aço. Inclui-se também um modelo constitutivo para considerar o efeito do confinamento no concreto propiciado pelos estribos nos pilares. A torção é considerada desacoplada dos demais esforços, adotando-se um modelo constitutivo trilinear para representação da rigidez à torção do elemento. A não linearidade geométrica segue a Formulação Lagrangeana Total. Pode-se considerar na modelagem a restrição de diafragma rígido para representação do efeito da rigidez dos planos de lajes no comportamento estrutural dos pórticos de edifícios. Após a implementação computacional do modelo, foram realizados estudos de validação do programa ANEST/CA em comparação com modelos experimentais de vigas e pórticos planos e com modelos de outros programas e autores. Estudos iniciais para avaliar a influência dos diversos aspectos incorporados no modelo 3D no comportamento estrutural de pórticos de edifícios foram realizados por meio da análise de três exemplos de pórticos espaciais de edifícios de concreto armado. Os aspectos investigados foram: os efeitos de não linearidade física e geométrica; a consideração de diafragma rígido na modelagem dos pavimentos; o efeito da contribuição da laje na rigidez à flexão das vigas; e o efeito de confinamento do concreto propiciado pelos estribos nos pilares. Realizou-se também um estudo inicial de comparação do modelo proposto com um método simplificado, o qual considera de forma simplificada tanto a não linearidade geométrica, por meio da utilização apenas da matriz K_G , como a física, por meio de

coeficientes redutores de rigidez à flexão dos elementos, conforme recomendado pela NBR 6118 para análise global de estruturas no Estado Limite Último. A partir das análises de todos exemplos, são feitas algumas observações sobre o comportamento estrutural de pórticos de edifícios de concreto armado e também sobre o método simplificado de análise não linear utilizado em normas de projeto.

Palavras-chave: Análise não linear. Pórtico espacial. Concreto armado.

ABSTRACT

The main objective of this doctoral thesis is the development and the computational implementation of a refined model for analysis of reinforced concrete (RC) spatial frames and also building frames, taking into account both material and geometric nonlinearities. The developed model is implemented into a computer program called ANEST/CA, which will become a useful tool to further investigate the structural behaviour of RC buildings. The 3D model utilizes the finite element method (FEM) for the structure discretization, by means of 3-node bar finite elements. Shear deformation is neglected in the bar element formulation. The material nonlinearity is considered along the element length and over the element section area, which is divided into filaments, by assuming that each filament is under a uniaxial stress-state. Nonlinear constitutive laws based on stress-strain relationships are used for both concrete filaments, by including a refined tension-stiffening model, and reinforcement filaments. A constitutive model to account for confinement of concrete provided by transverse reinforcement in the columns is also included. Torsion is considered decoupled from the other internal forces, and a trilinear constitutive model is adopted to represent the torsional stiffness of the element. The geometric nonlinearity follows the Total Lagrangean Formulation. To simulate the effect of high in-plane stiffness of the floor slabs on the building structural behavior, rigid diaphragms constraints can be considered in the modelling. After completing the computational implementation of the model, the ANEST/CA program was validated by comparison with experimental testing on RC beams and plane frames, and with models from other programs and authors. To evaluate the influence of several features of the nonlinear 3D model, initial studies were conducted, by analysing three examples of RC building spatial frames. The features investigated were: the effects of physical and geometric nonlinearities; the consideration of rigid diaphragm constraints on the floor modelling; the effect of the slab contribution to the beam flexural stiffness; and the effect of concrete confinement provided by stirrups in the columns. An initial comparative study of the proposed model with a simplified method, that considers in a simplified way both the geometric nonlinearity, by using only the geometric stiffness K_G , and the physical nonlinearity, by means of coefficients that reduce the flexural stiffness of the elements, as recommended by the Brazilian Design Code NBR 6118 for global

analysis of structures in the Ultimate Limit State. From the analyses of all examples, a few remarks on the structural behavior of RC building frames and on the simplified method used by Design Codes are highlighted.

Keywords: Nonlinear analysis. 3D frames. Reinforced concrete.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 – Curvas tensão-deformação obtidas nos ensaios experimentais de Wee et al. (1996) para diferentes resistências.	55
Figura 2.2 – Curva tensão-deformação resultado de ensaio uniaxial de tração de Peterson (1981).	56
Figura 2.3 – Curvas tensão-deformação sob estado multiaxial de compressão.	57
Figura 2.4 – Modelo de Hognestad.	59
Figura 2.5 – Modelo do CEB-FIP.	60
Figura 2.6 – Modelo da NBR 6118.	62
Figura 2.7 – Confinamento do concreto por estribos em pilar de seção retangular	65
Figura 2.8 – Modelo de Mander et al.	69
Figura 2.9 – Efetividade do confinamento do concreto	71
Figura 2.10 – Gráfico para determinação da resistência do concreto confinado.	72
Figura 2.11 – Modelo elásto-plástico perfeito.	73
Figura 2.12 – Modelo elasto-plástico com endurecimento linear.	74
Figura 2.13 – Modelo trilinear.	74
Figura 2.14 – Curva tensão-deformação para o aço	75
Figura 2.15 – Modelo de tension-stiffening proposto por Stramandinoli e La Rovere.	78
Figura 3.1 – a) Elemento de barra de três nós para pórtico 3D; b) seção transversal (T) discretizada em filamentos.	86
Figura 3.2 – Componentes de deslocamento longitudinal em um ponto genérico da seção devido à flexão nos planos xy e xz.	88
Figura 3.3 - Deformação de uma barra com hipótese de Euler-Bernoulli no plano xy considerando grandes rotações.	100
Figura 3.4 – Deformação de uma barra com hipótese de Euler-Bernoulli no plano xz considerando grandes rotações.	100
Figura 3.5 – Deformação de um segmento no eixo neutro da barra no plano xy	102
Figura 3.6 – Deformação de um segmento no eixo neutro da barra no plano xz.	102
Figura 3.7 – Modelo constitutivo para seção transversal sob torção.	119
 Figura 4.1 – Divisão em módulos do programa ANEST/CA para análise de pórticos planos.	 127
Figura 4.2 – Fluxograma simplificado do módulo RESOL3DNL.	129
Figura 4.3 Método do comprimento do arco.	137

Figura 5.1 – Pilar engastado e livre: geometria e armação.	144
Figura 5.2 – Pilar sob compressão centrada: comparação entre ANEST/CA e CONS para análise considerando-se e a não linearidade física.	144
Figura 5.3 – Pilar sob flexo-compressão: comparação entre ANEST/CA e CONS para análise considerando-se e as não linearidades física e geométrica.	145
Figura 5.4 - Pilar sob flexo-compressão: comparação entre ANEST/CA e CONS para análise considerando-se e a não linearidade física.	146
Figura 5.5 – Pilar sob flexo-compressão: comparação entre ANEST/CA e CONS para análise considerando-se e a não linearidade geométrica.	147
Figura 5.6 – Pilar sob flexo-compressão oblíqua: comparação entre ANEST/CA e CONS para análise considerando-se e a não linearidades física e geométrica.	148
Figura 5.7– Pilar sob torção pura: curva momento torsor versus ângulo de torção no elemento do topo.	149
Figura 5.8 – Tirante 7: comparação entre os modelos de T.S. dos programas CONS e ANEST/CA para a relação carga total versus deformação axial.	151
Figura 5.9 – Tirante 7: comparação entre os modelos de T.S. dos programas CONS e ANEST/CA para a relação tensão versus deformação axial.	152
Figura 5.10 – Viga engastada e livre: geometria e carregamento.	153
Figura 5.11 – Viga engastada e livre: comparação entre os modelos de T.S. dos programas CONS e ANEST/CA para a relação momento fletor versus deslocamento vertical na extremidade da viga para diferentes taxas de armadura.	154
Figura 5.12 – Viga engastada e livre: comparação entre os modelos de T.S. dos programas CONS e ANEST/CA para a relação tensão versus deformação longitudinal para diferentes taxas de armadura.	156
Figura 5.13 – Viga biapoiada: geometria, armação e carregamento.	157
Figura 5.14 – Viga biapoiada: comparação entre os modelos dos programas CONS e ANEST/CA para a relação carga distribuída versus deslocamento vertical no meio do vão para as diferentes taxas de armadura.	158
Figura 5.15 - Viga contínua: comparação entre os modelos dos programas CONS e ANEST/CA para a relação carga distribuída versus deslocamento vertical para as diferentes taxas de armadura.	160
Figura 5.16 – Pórtico plano de Vecchio e Emara (1992): geometria, carregamento e armação.	161
Figura 5.17 – Pórtico plano de Vecchio e Emara (1992): gráfico carga lateral versus deslocamento lateral no topo.	162
Figura 5.18 – Pórtico A60: geometria, carregamento e armação.	163
Figura 5.19 – Pórtico A60: gráfico carga total versus deslocamento vertical no meio do vão.	164

Figura 5.20 - Pórtico teórico de Marí (1984): a) geometria e carregamento; b) discretização do pórtico; c) detalhamento das seções transversais. Medidas em m.	165
Figura 5.21 – Pórtico teórico de Marí (1984): gráfico fator de carga versus deslocamento vertical do nó 5 para o Caso 2 de armação.	166
Figura 5.22 – Pórtico teórico de Marí (1984): gráfico fator de carga versus deslocamento vertical do nó 14 para o Caso 2 de armação.	167
Figura 5.23 – Pórtico teórico de Marí (1984): momento tórsor versus fator de carga para as vigas do caso 2 de armação.	168
Figura 5.24 – Pórtico teórico de Marí (1984): fator de carga versus deslocamento vertical dos nós 5 e 14 para o caso 1 de armação.	168
Figura 6.1 – Pórtico de um pavimento: a) planta de fôrmas; b) armação das vigas; c) armação dos pilares.	174
Figura 6.2 – Pórtico de um pavimento: discretização em elementos de barra conforme Malha 1.	175
Figura 6.3 – Estudo de modelagem: gráfico carga lateral total versus deslocamento lateral no topo do pórtico de um pavimento para as diferentes malhas.	176
Figura 6.4 - Estudo de modelagem: gráfico carga distribuída versus deflexão no meio do vão da viga para as diferentes discretizações da seção transversal das vigas.	177
Figura 6.5 – Pórtico de 5 pavimentos: corte esquemático e planta de fôrmas.	178
Figura 6.6 – Plantas de fôrmas do edifício de 10 pavimentos: a) pavimentos tipos 1 a 5; b) pavimentos tipos 6 a 10.	180
Figura 6.7 – Corte esquemático A-A do edifício de 10 pavimentos.	181
Figura 6.8 – Pórtico de um pavimento: gráfico carga lateral versus deslocamento lateral no topo de diferentes análises obtidas pelos programas ANEST/CA e CONS.	184
Figura 6.9 – Pórtico de um pavimento: gráfico carga lateral versus deslocamento lateral no topo para análise da influência da NLF e da NLG.	185
Figura 6.10 – Pórtico de 5 pavimentos: gráfico carga lateral versus deslocamento lateral no topo para as diferentes análises realizadas pelo ANEST/CA.	187
Figura 6.11 – Pórtico de 5 pavimentos: gráfico carga lateral versus deslocamento lateral no topo para análise da influência da NLF e da NLG.	189
Figura 6.12 – Pórtico de 10 pavimentos: gráfico carga lateral aplicada na direção X versus deslocamento lateral no topo para as diferentes análises realizadas pelo ANEST/CA.	191

Figura 6.13 - Pórtico de 10 pavimentos: gráfico carga lateral aplicada na direção Z versus deslocamento lateral no topo para as diferentes análises realizadas pelo ANEST/CA.....	192
Figura 6.14 - Pórtico de 10 pavimentos: gráfico carga lateral na direção X versus deslocamento lateral no topo para análise da influência da NLF e da NLG.	196
Figura 6.15 - Pórtico de 10 pavimentos: gráfico carga lateral na direção Z versus deslocamento lateral no topo para análise da influência da NLF e da NLG.	196
Figura 6.16 – Gráfico carga lateral versus momento torsor nas vigas V1 e V2 do pórtico de um pavimento.	198
Figura 6.17 – Pórtico de um pavimento: influência da consideração do modelo de D.R. na relação momento fletor versus curvatura na base dos pilares.	200
Figura 6.18 – Pórtico de um pavimento: influência da consideração do modelo de D.R. na relação carga distribuída versus flecha no meio do vão das vigas.	201
Figura 6.19 – Pórtico de 5 pavimentos: influência da consideração do modelo de D.R. na relação carga lateral total versus deslocamento no topo do pórtico.	202
Figura 6.20 – Pórtico de 5 pavimentos: influência da consideração do modelo de D.R. na relação momento fletor versus curvatura na base dos pilares..	202
Figura 6.21 – Pórtico de 5 pavimentos: influência da consideração do modelo de D.R. e consideração de viga T na flecha no meio do vão das vigas paralelas à direção do vento do primeiro pavimento.	203
Figura 6.22 - Pórtico de 5 pavimentos: influência da consideração do modelo de D.R. e consideração de viga T na flecha no meio do vão das vigas paralelas à direção do vento do pavimento cobertura.	204
Figura 6.23 – Pórtico de 5 pavimentos: comparação entre os deslocamentos laterais ao longo da altura do pórtico obtidos para análise com e sem a consideração do modelo de D.R.	205
Figura 6.24 - Pórtico de 10 pavimentos: influência da consideração do modelo de D.R. na relação carga lateral total na direção X versus deslocamento lateral no topo do pórtico.....	206
Figura 6.25 - Pórtico de 10 pavimentos: influência da consideração do modelo de D.R. na relação carga lateral total na direção Z versus deslocamento lateral no topo do pórtico.....	206
Figura 6.26 – Pórtico de 10 pavimentos: influência da consideração do modelo de D.R. na relação momento fletor versus curvatura na base dos pilares P4 e P6 para o caso de vento aplicado na direção X.	207

Figura 6.27 - Pórtico de 10 pavimentos: relação carga distribuída versus flecha no meio do vão da viga V1 para o caso de vento aplicado na direção X.....	208
Figura 6.28 - Pórtico de 10 pavimentos: relação carga distribuída versus flecha no meio do vão da viga V2 para o caso de vento aplicado na direção X.....	209
Figura 6.29 - Pórtico de 10 pavimentos: comparação entre os deslocamentos laterais ao longo da altura do pórtico obtidos para análise sem e com a consideração do modelo de D.R.....	210
Figura 6.30 – Pórtico de 5 pavimentos: análise da influência da contribuição da das lajes na rigidez das vigas.....	211
Figura 6.31 - Pórtico de 10 pavimentos: análise da influência da contribuição das lajes na rigidez das vigas para o caso de vento aplicado na direção X.	212
Figura 6.32 - Pórtico de 10 pavimentos: análise da influência da contribuição das lajes na rigidez das vigas para o caso de vento aplicado na direção Z.	213
Figura 6.33 - Pórtico de 5 pavimentos: comparação entre análises simplificadas e análise refinada pela relação entre carga lateral e deslocamento no topo.....	214
Figura 6.34 - Pórtico de 10 pavimentos: relação entre carga lateral total na direção X e deslocamento no topo para comparação entre análises simplificadas e análise refinada.	215
Figura 6.35 - Pórtico de 10 pavimentos: relação entre carga lateral total na direção Z e deslocamento no topo para comparação entre análises simplificadas e análise refinada.	216
Figura 6.36 – Pórtico de 5 pavimentos: influência da consideração do confinamento do concreto na base dos pilares na relação momento-curvatura.	218

LISTA DE QUADROS

Quadro 5.1 - Pilar engastado e livre: propriedades do concreto e do aço (unidade em kN e m).....	143
Quadro 5.2 – Propriedades do modelo de torção para cada seção do pilar.	148
Quadro 5.3 – Viga engastada e livre: armação e coeficiente α	153
Quadro 5.4 – Viga engastada e livre: propriedades do concreto e aço.....	153
Quadro 5.5 – Viga biapoiada: armação longitudinal e coeficiente α	157
Quadro 5.6 – Viga biapoiada: propriedades do concreto e aço.	157
Quadro 5.7 – Viga contínua: taxas de armadura longitudinal nas seções mais solicitadas.....	159
Quadro 5.8 – Pórtico plano de Vecchio e Emara (1992): propriedades do concreto e aço (unidades em kN e m).	161
Quadro 5.9 – Pórtico A60: propriedades do concreto e do aço (unidades em kN e m).	163
Quadro 5.10 – Pórtico de Marí (1984): propriedades do concreto e aço (kN e m).	164
Quadro 5.11 – Pórtico teórico de Marí (1984): armaduras longitudinais (m ²).	166
 Quadro 6.1 – Propriedades do concreto e aço (unidades em kN e m).....	 172
Quadro 6.2 –Malhas de elementos estudadas para o pórtico de um pavimento.	175
Quadro 6.3 – Pórtico de 5 pavimentos: valores de referência e detalhes das principais análises realizadas pelo programa ANEST/CA.	188
Quadro 6.4 – Pórtico de 5 pavimentos: valores das reações de apoio de força vertical (F_y) e momento fletor (M_z) na base dos pilares.....	189
Quadro 6.5 - Pórtico de 10 pavimentos: valores de referência e detalhes das principais análises realizadas pelo programa ANEST/CA para o caso de carga lateral aplicada na direção do eixo X da estrutura.....	193
Quadro 6.6 - Pórtico de 10 pavimentos: valores de referência e detalhes das principais análises realizadas pelo programa ANEST/CA para o caso de carga lateral aplicada na direção do eixo Z da estrutura.	194
Quadro 6.7 – Pórtico de 10 pavimentos: valores das reações de apoio de força vertical (F_y) e momento fletor (M_z) na base de alguns pilares para o caso de vento na direção X.	195
Quadro 6.8 – Informações gerais sobre análises realizadas pelo programa ANEST/CA.	219

SUMÁRIO

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO.....	25
1.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS	25
1.2 JUSTIFICATIVA E INEDITISMO DO TRABALHO.....	28
1.3 DESCRIÇÃO E CONSIDERAÇÕES DO TRABALHO PROPOSTO	29
1.4 OBJETIVOS	30
1.5 ORGANIZAÇÃO DOS CAPÍTULOS.....	32
CAPÍTULO 2 - ANÁLISE NÃO LINEAR DE ESTRUTURAS APORTICADAS DE CONCRETO ARMADO.....	33
2.1 COMPORTAMENTO ESTRUTURAL.....	33
2.1.1 Não linearidade física	34
2.1.2 Não linearidade geométrica	35
2.1.3 Influência das lajes no comportamento do pórtico	35
2.1.3.1 Efeito diafragma.....	35
2.1.3.2 Transferência das cargas verticais.....	36
2.1.3.3 Contribuição das lajes na rigidez das vigas.....	37
2.1.4 Efeito Construtivo.....	38
2.2 MODELOS PARA ANÁLISE DE PÓRTICOS TRIDIMENSIONAIS E EDIFÍCIOS DE CA	39
2.2.1 Modelos não lineares com EF de barra	39
2.2.2 Modelos não lineares com EF sólido	46
2.2.3 Modelos com consideração do efeito construtivo	47
2.2.4 Modelos simplificados para consideração das não linearidades	49
2.2.4.1 Método do coeficiente redutor de rigidez.....	50
2.2.5 Comentários sobre a revisão de literatura realizada	50
2.3 COMPORTAMENTO E MODELOS CONSTITUTIVOS PARA OS MATERIAIS	51
2.3.1 Concreto.....	53
2.3.1.1 Comportamento.....	53
2.3.1.2 Modelos constitutivos para o concreto sob compressão uniaxial.....	57

2.3.1.3 Determinação das propriedades do concreto a partir do f_{ck} segundo normas brasileiras	62
2.3.1.4 Concreto confinado	63
Modelos constitutivos uniaxiais de compressão para concreto confinado.....	66
<i>Modelo de Mander et al.</i>	68
2.3.2 Aço	73
2.3.2.1 Modelo Elasto-Plástico alterado por La Rovere (1990)	74
2.3.3 O Concreto armado	76
2.3.3.1 Modelo proposto por Stramandinoli e La Rovere (2008) ..	77
2.3.3.2 Modelo de Carreira e Chu (1986).....	79

CAPÍTULO 3 - MODELO DE EF PARA ANÁLISE NÃO LINEAR DE PÓRTICOS 3D 81

3.1 MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS 81

3.2 MODELO DE EF PARA ANÁLISE NÃO LINEAR DE VIGAS E PÓRTICOS PLANOS DE CONCRETO ARMADO 83

3.3 MODELO DE EF PARA ANÁLISE NÃO LINEAR DE PÓRTICOS 3D E EDIFÍCIOS DE CA 85

3.3.1 Formulação para análise linear	87
3.3.2 Formulação com a inclusão da não linearidade física	95
3.3.3 Formulação com a inclusão da não linearidade geométrica	98
3.3.4 Formulação com a inclusão da não linearidade física e geométrica.....	110
3.3.5 Métodos de integração numérica	114
3.3.5.1 Integração numérica na área da seção	114
3.3.5.2 Integração numérica de Gauss.....	116
3.3.6 Condensação estática	117
3.3.7 Modelos constitutivos utilizados	118
3.3.7.1 Modelo constitutivo para seção transversal sob torção ...	118
3.3.8 Modelo de diafragma rígido.....	121

CAPÍTULO 4 - IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL 125

4.1 ALTERAÇÕES E IMPLEMENTAÇÕES REALIZADAS NA VERSÃO 2D..... 126

4.2 ESTRUTURA E FUNCIONAMENTO DO ANEST/CA..... 127

4.2.1 Saída de dados	130
4.2.2 Implementações dos modelos constitutivos	132
4.2.2.1 Modelo constitutivo de <i>tension-stiffening</i>	133

4.2.2.2 Modelo constitutivo para concreto confinado por estribos	133
4.2.2.3 Modelo constitutivo para seção sob torção	134
4.3 ALGORITMOS PARA SOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES NÃO LINEARES.....	134
4.3.1 Método de Newton-Raphson.....	135
4.3.2 Método do comprimento de Arco	136
4.4 CRITÉRIO DE CONVERGÊNCIA.....	140
CAPÍTULO 5 - ESTUDOS DE VALIDAÇÃO E COMPARAÇÃO	141
5.1 PILAR ENGASTADO E LIVRE.....	143
5.2 COMPARAÇÃO DOS MODELOS DE <i>TENSION-STIFFENING</i>	150
5.2.1 Tirante ensaiado por Hwang e Riskalla (1983)	150
5.2.2 Viga engastada e livre	152
5.3 VIGAS.....	156
5.3.1 Viga biapoiada teórica.....	156
5.3.2 Viga contínua.....	158
5.4 PÓRTICOS	160
5.4.1 Pórtico plano de Vecchio e Emara (1992)	160
5.4.2 Pórtico de Ernst <i>et al.</i> (1973).....	162
5.4.3 Pórtico teórico de Marí (1984)	164
5.5 CONSIDERAÇÕES SOBRE O ESTUDO COMPARATIVO	169
CAPÍTULO 6 - ESTUDO DE PÓRTICOS DE EDIFÍCIOS DE CONCRETO ARMADO	171
6.1 PÓRTICOS ESTUDADOS.....	171
6.1.1 Pórtico de um pavimento.....	173
6.1.1.1 Estudo de modelagem	173
6.1.2 Pórtico de 5 pavimentos.....	178
6.1.3 Pórtico de 10 pavimentos.....	179
6.2 RESULTADOS DAS ANÁLISES.....	182
6.2.1 Comportamento não linear dos pórticos.....	183
6.2.1.1 Pórtico de um pavimento	183
6.2.1.2 Pórtico de 5 pavimentos	186

6.2.1.3 Pórtico de 10 pavimentos	190
6.2.1.4 Torção	197
6.2.2 Influência da consideração do modelo de diafragma rígido	199
6.2.2.1 Pórtico de um pavimento.....	199
6.2.2.2 Pórtico de 5 pavimentos	201
6.2.2.3 Pórtico de 10 pavimentos	205
6.2.3 Influência da consideração da contribuição das lajes na rigidez das vigas	211
6.2.3.1 Pórtico de 5 pavimentos	211
6.2.3.2 Pórtico de 10 pavimentos	212
6.2.4 Estudo inicial sobre o método simplificado de redução por coeficientes da rigidez à flexão	213
6.2.4.1 Pórtico de 5 pavimentos	214
6.2.4.2 Pórtico de 10 pavimentos	2145
6.2.5 Estudo inicial sobre a consideração do concreto confinado no comportamento dos pórticos	216
6.2.6 Desempenho do programa ANEST/CA	218
6.3 CONSIDERAÇÕES SOBRE AS ANÁLISES	220
CAPÍTULO 7 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	221
REFERÊNCIAS	225
APÊNDICE A	237
A.2 DESCRIÇÃO DO ARQUIVO DE ENTRADA DE DADOS PARA ANÁLISE DE PÓRTICOS PLANOS	238
A.2 DESCRIÇÃO DO ARQUIVO DE ENTRADA DE DADOS PARA ANÁLISE DE PÓRTICOS ESPACIAIS	244
A.3 EXEMPLO DE ENTRADA DE DADOS	259
APÊNDICE B	263
B.1 INFORMAÇÕES ADICIONAIS SOBRE OS EXEMPLOS DO CAPÍTULO 5	263
B.2 INFORMAÇÕES ADICIONAIS SOBRE OS EXEMPLOS DO CAPÍTULO 6	264
B.2.1 Pórtico de 5 pavimentos	264
B.2.2 Pórtico de 10 pavimentos	271

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

As estruturas de concreto armado vêm predominando no cenário da construção civil do Brasil há décadas. Estas estruturas estão em constante evolução em termos de técnicas construtivas, soluções estruturais e, ainda, da qualidade e controle dos materiais utilizados, principalmente do concreto, ressaltando-se o desenvolvimento do concreto de alta resistência e do concreto auto adensável. Esta evolução é impulsionada pela necessidade de estruturas cada vez mais eficientes, tanto econômica quanto funcionalmente, o que tem despertado uma mudança na concepção dos edifícios de concreto armado, tornando-se cada vez mais altos e mais esbeltos. O que também tem dado suporte a este progresso é a evolução do cálculo estrutural. Os engenheiros projetistas estão tendo acesso a ferramentas computacionais com modelos para análise estrutural cada vez mais refinados em seus escritórios, tendo sempre como objetivo final a concepção de um projeto estrutural econômico, seguro e eficiente, de forma mais rápida e precisa. Isto vem acontecendo em paralelo ao avanço computacional, possibilitando a utilização de programas com modelos refinados e ferramentas que auxiliem no desenvolvimento do projeto, como, por exemplo, ferramentas para dimensionamento e detalhamento de armaduras. Anos atrás os projetistas não podiam utilizar tais programas, devido ao alto esforço computacional requerido diante dos recursos computacionais disponíveis.

Para a análise de estruturas de concreto armado (CA) usuais, como de edifícios, vários modelos vêm sendo desenvolvidos, buscando considerar os diversos aspectos do comportamento estrutural. A maioria desses modelos utiliza o método de elementos finitos (MEF) para modelagem da estrutura, principalmente os desenvolvidos em trabalhos acadêmicos, ou ainda, utilizam a formulação de deslocamentos aplicada junto com a formulação de análise matricial com discretização por elementos de barra, estes bastante utilizados em programas comerciais destinados à análise e dimensionamento destas estruturas. Nos modelos para análise de estruturas de CA, um dos pontos mais influentes no comportamento estrutural e também um dos pontos mais complexos a se considerar são as não linearidades física e geométrica. O comportamento não linear físico dos materiais concreto e aço, tanto individual quanto em

conjunto, é caracterizado pela relação não linear entre tensões e deformações. A não linearidade geométrica pode ser caracterizada quando a configuração deformada da estrutura influi nas suas equações de equilíbrio, ou quando há relações não lineares entre deformações específicas e deslocamentos, podendo ainda ocorrer a combinação dessas duas características.

Apesar da evolução ocorrida nos últimos anos, a análise elástico-linear, em que se desconsidera tanto a linearidade física como a geométrica, ainda é a mais utilizada para a análise estrutural nos projetos de edifícios usuais. Isto se deve ao fato de esta ser uma análise simples e de conhecimento consolidado, e que, para fins de verificação de Estados Limites Últimos (ELU), principalmente para dimensionamento, fornece bons resultados. Porém, para alguns casos, como por exemplo, para a verificação de Estado Limite de Serviço (ELS) de deformações excessivas, as simplificações de linearidade física e geométrica podem não fornecer bons resultados, sendo muitas vezes adotados métodos simplificados para a consideração das não linearidades, o que também, dependendo do caso, fornece bons resultados. Outra questão é que os modelos mais refinados, que consideram as não linearidades de forma mais precisa, necessitam da estrutura já dimensionada e com armaduras definidas. Portanto, se o objetivo da análise for o dimensionamento, seria necessária uma análise iterativa, e, como a estrutura deve ser verificada para diversas combinações de ações atuantes, este processo seria ainda demasiadamente complexo e demorado, mesmo com os recursos hoje disponíveis.

Como mencionado, há ainda modelos simplificados, que consideram de forma simples as não linearidades física e geométrica, os quais são bastante utilizados, principalmente nos casos em que a adoção das hipóteses de linearidade física e/ou geométrica não podem ser adotadas. Como exemplo, cita-se a utilização de coeficientes redutores de rigidez à flexão, indicados pela NBR 6118 (2014), para consideração da não linearidade física de forma aproximada, os quais, aliados a um método simplificado para consideração da não linearidade geométrica, é empregado na análise de esforços globais de segunda ordem, método este bastante conhecido e empregado em programas comerciais e escritórios de projeto estrutural.

Os modelos mais refinados, principalmente os que consideram de forma mais precisa a não linearidade física e geométrica, são, muitas vezes, desenvolvidos por pesquisadores em universidades com o objetivo de realizar estudos específicos. Assim sendo os modelos refinados ficam

em geral mais restritos ao uso dentro destas instituições, também pelo fato de exigirem um conhecimento mais aprofundado sobre modelagem e comportamento estrutural para a sua utilização. No entanto, alguns destes modelos já estão sendo aplicados em alguns escritórios de projeto, nos casos em que a estrutura seja sensível à não linearidade física e/ou geométrica, sendo voltados à verificação da estrutura já dimensionada, ou, então, nos casos em que há mudança considerável de cargas atuantes, para que seja feita uma verificação de segurança.

Tem-se ainda que a análise de uma estrutura de concreto armado, como por exemplo, de um edifício, envolve a definição e combinação de diferentes variáveis e fatores, como as propriedades dos materiais e cargas aplicadas. Logo, a qualidade de um projeto depende primeiramente da qualidade destes dados de entrada.

Outro ponto importante é que na fase de execução há vários aspectos que influenciam no resultado final, comprometendo a precisão do que foi definido na fase de projeto, como a variação das propriedades dos materiais, a qualidade de execução (por exemplo, imperfeições geométricas, má posicionamento de armaduras), além da provável diferença entre as cargas específicas em projeto e as da estrutura real, que ainda podem variar ao longo do tempo, como por exemplo a ação do vento, que é uma ação dinâmica que é comumente considerada como estática para fins de simplificação da análise. Adiciona-se, ainda, a este panorama, a variação das propriedades do concreto ao longo do tempo, devido à fluência e retração.

Assim, pode-se dizer que a análise realizada na fase de projeto é uma estimativa do comportamento da estrutura real, visto que não há como definir todas as variáveis com precisão na fase de projeto e, portanto, pode-se dizer que não há modelo para análise estrutural que seja capaz de representar o comportamento estrutural com precisão total.

Desta forma, os resultados de uma análise estrutural (esforços e deslocamentos), necessários para o entendimento do comportamento estrutural, e para o adequado dimensionamento e/ou verificação da estrutura quanto à sua segurança e funcionalidade, podem ser considerados como uma estimativa ou aproximação do comportamento da estrutura real construída. Deve-se frisar que as diferenças normais e aceitáveis entre projeto e estrutura real não comprometem a segurança da estrutura, visto que os coeficientes de segurança que se aplicam no projeto de estruturas de concreto armado, indicados pelas normas correspondentes ao assunto, como a NBR 6118 (2014), são aplicados para

cobrir essas possíveis diferenças e conferir uma margem de segurança a estas estruturas.

1.2 JUSTIFICATIVA E INEDITISMO DO TRABALHO

Diante do que foi exposto, qual seria então a motivação para se investir no desenvolvimento de modelos de análise estrutural cada vez mais refinados e precisos se, ao se executar a estrutura a precisão entre projeto e estrutura real é comprometida pelos diversos fatores mencionados, além do fato do alto esforço computacional necessário para a utilização em casos corriqueiros de projeto?

Primeiramente, a maioria dos modelos já desenvolvidos limita-se à análise de pórticos planos, e poucos modelos foram desenvolvidos para análise de pórticos 3D e edifícios de concreto armado (por exemplo: MARI, 1984 e IZZUDIN *et al.*, 2002). Tem-se, ainda, que os modelos que recentemente vêm sendo desenvolvidos estão voltados a capturar de modo mais preciso o comportamento a nível de elemento, e para isso utilizam formulações mais complexas, como modelos que utilizam elementos finitos sólidos para a modelagem dos elementos estruturais. Além de mais complexos, estes modelos demandam alto esforço computacional e, portanto, não são os mais adequados para a análise e estudo do comportamento de estruturas maiores, como de edifícios. Assim, percebe-se a necessidade do desenvolvimento de um modelo voltado à análise de estruturas aporticadas tridimensionais (3D) de edifícios de concreto armado que incorpore os principais aspectos que influenciam o seu comportamento estrutural, tendo-se em destaque a consideração das não linearidades física e geométrica e a consideração das lajes no comportamento do pórtico, e, aliado a isto, que o modelo não seja demasiadamente complexo e que não demande alto esforço computacional para a sua aplicação na análise dessas estruturas.

Com o desenvolvimento do modelo proposto, pretende-se representar de forma mais adequada o comportamento estrutural de pórticos de edifícios de concreto armado, tendo-se assim, em um primeiro momento, uma ferramenta para o estudo destas estruturas. O novo modelo contribuirá para o entendimento do comportamento estrutural de pórticos de edifícios usuais de concreto armado, auxiliando no estudo da influência de diferentes aspectos, como a consideração da presença das lajes. Servirá também para estudos de avaliação e calibração de modelos simplificados para consideração das não linearidades, já que estes ainda são os mais utilizados na prática pelos engenheiros projetistas de estruturas.

Em um segundo momento, tem-se que, em face do contínuo avanço de recursos computacionais, que possibilita o avanço gradual da utilização de modelos mais refinados para análise estrutural nos escritórios de projeto, pretende-se, por meio do modelo e programa desenvolvido, contribuir para este avanço, abrindo-se o caminho para futuras utilizações em programas comerciais.

1.3 DESCRIÇÃO E CONSIDERAÇÕES DO TRABALHO PROPOSTO

O modelo para análise não linear de pórticos de edifícios de concreto armado proposto neste trabalho tem como base o modelo para análise bidimensional (2D) de pórticos planos de concreto armado desenvolvido por Stramandinoli (2007) em sua tese de doutorado desenvolvida na UFSC. O modelo 2D citado foi implementado no programa denominado ANALEST, desenvolvido na linguagem FORTRAN 90 (CHIMELLO, 2003 e STRAMANDINOLI, 2007), tomando como base o programa NOPLAN (LA ROVERE, 1990). O modelo utiliza o método dos elementos finitos (MEF) para discretização da estrutura e adotam-se elementos finitos de barra de 3 nós. A deformação por cisalhamento é desprezada e considera-se a não linearidade física ao longo do elemento e da seção, a qual é dividida em camadas, admitindo-se que cada camada está sob estado uniaxial de tensões. Utilizam-se leis constitutivas não lineares baseadas na relação tensão-deformação para as camadas de concreto, incluindo-se um modelo refinado de *tension-stiffening*, e também para as camadas de armaduras de aço. A não linearidade geométrica segue a Formulação Lagrangeana Total.

Este modelo já foi validado por meio de comparação de seus resultados com resultados experimentais e numéricos obtidos por outros modelos e autores, mostrando boa concordância. Estes estudos de validação do modelo foram realizados inicialmente por Stramandinoli (2007), quando no desenvolvimento do modelo, posteriormente por Junges (2011), e ainda por Gelatti (2012), todos parte de um projeto de pesquisa que visa à análise não linear de estruturas de concreto armado, desenvolvido na UFSC sob orientação da Prof^a. Henriette La Rovere.

Dando continuidade a esse projeto de pesquisa, esta tese visa estender os estudos para estruturas tridimensionais (3D). O modelo tridimensional proposto tem como objetivo a análise 3D de pórticos de

concreto armado, isolados e os que compõem os sistemas estruturais de edifícios. O novo modelo foi implementado no programa computacional ANEST/CA, desenvolvido a partir do programa ANALEST, utilizando-se a linguagem FORTRAN.

O modelo utiliza elementos finitos de barra para modelagem das vigas e pilares que formam o pórtico espacial, e permite a consideração de restrição de diafragma rígido nos planos das lajes para representação do efeito que estas causam no comportamento estrutural dos pórticos de edifícios. Pode-se também considerar a contribuição da laje na rigidez à flexão das vigas (viga de seção T). Neste modelo também foi adicionado um modelo constitutivo para o concreto que considera o efeito do confinamento do concreto propiciado pelos estribos nos pilares e, também, modelo constitutivo para concreto de alta resistência.

Ressalta-se que, apesar de o modelo proposto ser composto de diversos modelos já desenvolvidos anteriormente, o ineditismo do modelo proposto está justamente na junção de todos estes modelos em um único, além de sua implementação computacional, de forma a fornecer um modelo que considere os principais aspectos influentes no comportamento de edifícios de concreto armado, permitindo, assim, estudos e análises aprofundadas deste tipo de estrutura.

Deve-se frisar também, as limitações e simplificações necessárias impostas ao modelo proposto. Primeiramente, a deformação devido ao cisalhamento é desconsiderada na formulação, visto que se tem como objetivo a análise de pórticos de edifícios, em que se têm, em geral, elementos estruturais com comportamento predominante à flexão, e visando-se também a simplificação do modelo. Outros aspectos serão desconsiderados neste trabalho, como os efeitos do tempo - a fluência e a retração do concreto, o efeito das etapas construtivas, e efeitos ambientais como variação de temperatura.

1.4 OBJETIVOS

Este trabalho tem como objetivo central o desenvolvimento e implementação computacional de um modelo refinado para análise de pórticos espaciais e pórticos de edifícios de concreto armado que considere as não linearidades física e geométrica, disponibilizando assim, ferramenta para estudos mais aprofundados sobre o comportamento destas estruturas. A seguir listam-se os principais objetivos específicos desta tese.

- 1) Estender o modelo 2D, implementado no programa ANALEST, para modelo 3D, e implementá-lo no novo programa ANEST/CA. O modelo deve ser capaz de prever a ruptura ou o colapso da estrutura e de elementos individuais, e fornecerá como saída os deslocamentos nodais (imediatos), reações de apoio, esforços e deformações nos elementos.
- 2) Implementar no programa ANEST/CA um modelo para simular o comportamento no plano das lajes como diafragma rígido das lajes, de forma a possibilitar a análise de pórticos espaciais de edifícios de concreto armado.
- 3) Implementar um modelo constitutivo simplificado para levar em conta o efeito do confinamento do concreto propiciado pelos estribos.
- 4) Implementar rotinas para cálculo automático das propriedades/parâmetros dos modelos constitutivos de confinamento, de torção, e do modelo de *tension stiffening* (neste inclui-se ainda uma rotina para reconhecimento automático dos filamentos em que se deve aplicar este modelo), de forma a agilizar a utilização do programa.
- 5) Validar o programa ANEST/CA em comparação com resultados experimentais e com os do programa CONS (MARÍ, 2000).
- 6) Realizar estudos iniciais para avaliar a influência dos diversos aspectos incorporados no modelo 3D no comportamento estrutural de pórticos de edifícios de concreto armado, como a influência das não linearidades física e geométrica; a influência da consideração de modelo de diafragma rígido e da contribuição da laje na rigidez à flexão das vigas, e ainda da consideração do efeito de confinamento do concreto propiciado pelos estribos.
- 7) Realizar um estudo comparativo inicial entre o modelo proposto com o modelo que considera de forma simplificada as não linearidades geométrica, por meio da adição da matriz K_G , e a física, por meio de coeficientes redutores de rigidez à flexão dos elementos; sendo estudadas duas combinações de coeficientes: uma conforme a NBR 6118 (2014), em que se adota coeficiente 0,8 para pilares e 0,4 para vigas, e outra em que se adota 0,7 para ambos elementos estruturais.

1.5 ORGANIZAÇÃO DOS CAPÍTULOS

Inicialmente é apresentada, no Capítulo 2, uma revisão de literatura sobre análise de estruturas de concreto armado, englobando os principais aspectos que influenciam o comportamento estrutural, modelos para análise estrutural existentes e modelagem dos materiais concreto e aço.

No Capítulo 3 apresenta-se a formulação do modelo 3D proposto. E no capítulo seguinte, o 4, descreve-se a implementação computacional do modelo 3D no programa ANEST/CA. Apresentam-se no Capítulo 5 os estudos de validação e de comparação e no Capítulo 6, os estudos de comportamento de pórticos e edifícios de concreto armado. Ao final, no Capítulo 7, apresentam-se as conclusões obtidas e recomendações para trabalhos futuros.

CAPÍTULO 2

ANÁLISE NÃO LINEAR DE ESTRUTURAS APORTICADAS DE CONCRETO ARMADO

Neste capítulo apresentam-se os principais aspectos relacionados ao comportamento estrutural de pórticos e edifícios de concreto armado, importantes a serem considerados em um modelo para análise estrutural, e uma revisão de literatura sobre os modelos para análise de estruturas tridimensionais (3D) desenvolvidos por outros autores até o momento. Inclui-se neste capítulo, também, uma breve descrição sobre o comportamento individual e conjunto dos materiais concreto e aço, bem como modelos constitutivos para estes, descrevendo-se em detalhes aqueles que são empregados no modelo 3D desenvolvido neste trabalho.

2.1 COMPORTAMENTO ESTRUTURAL

Em um modelo para análise de estruturas aporticadas de concreto armado, vários aspectos e particularidades destas estruturas e dos materiais que a compõem devem ser considerados para representar o seu comportamento estrutural da maneira mais real possível.

Dentre esses principais aspectos estão o comportamento não linear físico dos materiais e o comportamento não linear geométrico destas estruturas. Tem-se, ainda, outros pontos importantes para o caso de análise de pórticos de edifícios de concreto armado, como a influência das lajes no comportamento estrutural destes pórticos, citando-se sobre isto a contribuição das lajes na rigidez à flexão das vigas a elas conectadas, o comportamento de diafragma rígido das lajes no plano horizontal e a distribuição das cargas verticais atuantes nas lajes para o pórtico espacial. Os pontos citados acima, com exceção da distribuição das cargas verticais das lajes para o pórtico, são considerados no modelo desenvolvido e estão descritos a seguir.

Outro ponto é a influência das etapas construtivas na análise de um pórtico ou edifício de concreto armado. A princípio, este efeito também seria considerado no modelo proposto, porém, devido à limitação de tempo para o desenvolvimento desta tese este efeito não foi incluído no modelo. Entretanto, apresenta-se uma revisão de literatura sobre este assunto, que poderá servir como base para trabalhos futuros que queiram incluir este efeito no modelo do programa ANEST/CA.

Há ainda outros aspectos que influenciam o comportamento da estrutura, podendo-se citar os referentes ao material concreto, como a variação das propriedades nas primeiras idades, efeitos de retração e fluência. Tem-se também a influência do ambiente no qual a estrutura está locada, como a variação de temperatura e a interação entre solo e estrutura. E, ainda, a influência de elementos não estruturais (como alvenarias de vedação), consideração da deformação devido ao cisalhamento na formulação do modelo, o comportamento particular dos nós do pórtico (ligação viga-pilar), o confinamento do concreto propiciado pelos estribos nos pilares, dentre outros. Dos pontos citados neste parágrafo será considerado no modelo apenas o confinamento do concreto propiciado pelos estribos, que é abordado no item 2.3.1.4.

2.1.1 Não linearidade física

O concreto armado é formado pela associação do material concreto e de armaduras de aço. Tanto o concreto como o aço apresentam comportamento não linear físico, ou seja, a relação tensão-deformação é não-linear, tanto sob tração quanto sob compressão. O concreto sob tração apresenta resistência consideravelmente inferior em relação a sua resistência à compressão; assim, já para baixos valores de tensões o concreto sob tração começa a fissurar e o elemento de concreto armado começa a perder rigidez, transferindo tensões para as armaduras de aço, caracterizando o comportamento do elemento como não linear, e levando à redistribuição de tensões ao longo dos elementos estruturais. O aço dispõe de alta resistência tanto à tração quanto à compressão, além de maior ductilidade em comparação ao concreto. Desta forma, o aço é responsável principalmente por resistir às tensões de tração, já que para baixos valores de tensão o concreto tracionado fatura, mas o concreto entre fissuras ainda contribui para rigidez da peça (ver item 2.3.3). Isto é possível devido à aderência existente na associação dos dois materiais.

O comportamento não linear físico predominante no concreto armado é um dos fatores mais complexos de serem representados em um modelo de análise estrutural. Para representação deste comportamento dentro de modelos que utilizam o MEF para discretização da estrutura, utilizam-se modelos constitutivos, usualmente baseados na relação tensão-deformação, que representam por meio de modelos matemáticos o comportamento dos materiais. Estes podem ser simples, ou mais refinados, baseados na teoria da elasticidade, plasticidade, ou na mecânica da fratura. Tanto o comportamento não linear, individual e conjunto dos

materiais concreto e aço, quanto os modelos constitutivos para representá-los, são abordados com mais detalhes no item 2.3.

2.1.2 Não linearidade geométrica

Além da não linearidade dos materiais, as estruturas de concreto armado podem apresentar comportamento não linear geométrico. Ao sofrer deformações devido às cargas atuantes, a configuração geométrica inicial da estrutura se altera. Quando esta alteração é pequena, pode-se desprezá-la, porém, se os deslocamentos e consequente alteração da configuração inicial da estrutura forem consideráveis, estas afetam de forma significativa as tensões e o equilíbrio da estrutura. Deve-se, então, considerar o equilíbrio da estrutura em relação à sua configuração deformada, levando-se em conta, assim, a não linearidade geométrica na formulação das equações de equilíbrio da estrutura. A influência da não linearidade geométrica nos deslocamentos e esforços da estrutura também é conhecida como efeitos de segunda ordem.

De acordo com a magnitude dos efeitos de segunda ordem, a NBR 6118 (2014) classifica as estruturas em estruturas de nós fixos, quando os deslocamentos horizontais dos nós são pequenos e, portanto, pode-se desprezar o acréscimo nos esforços; e em estruturas de nós móveis, quando os deslocamentos horizontais são significativos e causam um acréscimo nos esforços maior que 10% frente aos esforços de primeira ordem. Para avaliar se os esforços de segunda ordem globais são consideráveis em uma estrutura, sem a necessidade de uma análise não linear, existem parâmetros de instabilidade que podem ser calculados com os dados de uma análise linear, como o γ_z e α (gama z e alfa), que estão descritos no item 15.5 da NBR 6118 (2014).

2.1.3 Influência das lajes no comportamento do pórtico

2.1.3.1 Efeito diafragma

Quando um edifício usual de concreto armado é submetido a ações horizontais, como o vento, este se desloca lateralmente. As cargas laterais que atuam na fachada do edifício são transmitidas para as lajes que atuam como diafragmas, redistribuindo as cargas para os pilares e para os pilares-parede (quando houver), os quais possuem alta rigidez ao cisalhamento. A forma como se distribuem as cargas horizontais das lajes

para os pilares vai depender da rigidez dos diafragmas, assim como da rigidez dos pilares, da ligação laje-pilar e ainda do centro de torção do sistema estrutural (BRISOT, 2001).

Os pavimentos de um edifício, formado basicamente por planos de lajes apoiados em vigas e pilares, se deslocarão em conjunto e, se a rigidez horizontal no plano de lajes for alta, ou seja, se as lajes se deformarem pouco no plano, cada pavimento irá se deslocar como um bloco rígido no plano horizontal. Com este comportamento, na análise de pavimentos de edifícios pode-se admitir a hipótese simplificadora de que o plano de lajes forma um diafragma rígido. A adoção desta hipótese permite realizar uma análise mais simplificada em que, utilizando-se de um modelo para simular um diafragma rígido no plano das lajes, reduzem-se consideravelmente os graus de liberdade da estrutura.

Quando se considera o plano de lajes como diafragma rígido, a distribuição de cargas laterais é feita proporcionalmente à rigidez dos pilares. As lajes do tipo maciça podem ser consideradas usualmente como diafragma rígido. Já as lajes pré-moldadas de concreto, com vigotes ou lajes treliçadas, podem formar planos de diafragma semirrígido, em que há deformabilidade significativa, mas que ainda conseguem distribuir as ações para os pilares conforme a rigidez destes elementos. Têm-se, ainda, os diafragmas flexíveis, que são muito deformáveis fazendo com que a hipótese de diafragma rígido não seja adequada. Alguns tipos de laje pré-moldada podem ser consideradas flexíveis.

Saffarini e Qudaimat (1992), e posteriormente Ju e Lin (1999), realizaram estudos para avaliar a diferença na distribuição das ações horizontais para os pilares ao se modelar as lajes por diafragma rígido e por um modelo flexível. Resumidamente, após avaliarem diversos exemplos, concluíram que para edifícios sem pilares-paredes a hipótese simplificadora de diafragma rígido é aceitável, não apresentando significativa diferença em comparação com a análise realizada com modelo flexível. Porém, para edifícios com pilares-parede a diferença já se torna significativa.

2.1.3.2 Transferência das cargas verticais

Outro ponto a ser abordado é a transferência das cargas verticais atuantes nas lajes para os elementos do pórtico. A modelagem das lajes, tanto destinada à análise destes elementos quanto para a transmissão das cargas verticais nelas atuantes para o pórtico, pode ser baseada em diferentes hipóteses e modelos teóricos. O método de analogia de grelha

é bastante empregado em escritórios de projeto devido à sua simplicidade de formulação. Este consiste na modelagem das lajes em elementos de barras conectados entre si por nós rígidos, em que cada barra representa uma faixa da laje. Outra opção é a utilização do MEF modelando-se os planos de laje com EFs planos (EF de casca, placas ou a associação dos dois) ou elementos sólidos. Tanto a modelagem por analogia de grelha quanto por elementos finitos permitem a análise do pavimento de forma integrada permitindo considerar, por exemplo, a flexibilidade das vigas no comportamento das lajes (REIS, 2007). Pode-se acoplar na formulação destes modelos a consideração da não linearidade física. Como exemplos cita-se Oliveira (2001), que considerou a NLF na modelagem das lajes por EF de placas, e Carvalho (1994), que considerou a não linearidade devido à fissuração do concreto ao utilizar o método de analogia de grelha.

Têm-se ainda os métodos simplificados, em que se consideram as lajes de forma isolada, como a utilização da teoria de placas (dentro da teoria da elasticidade) para a qual existem tabelas com a solução para casos mais simples de lajes com formato retangular, com diferentes configurações de apoio.

Outra opção é a análise plástica pela teoria das charneiras plásticas ou método das linhas de ruptura. Mesmo quando esta não for realizada, conforme indica a NBR 6118 (2014), pode-se utilizar as linhas de ruptura para cálculo das reações de apoio das lajes nas vigas para o caso de lajes sob carga uniformemente distribuída. As reações em cada apoio são correspondentes às cargas atuantes em cada área delimitada pelas linhas de ruptura, podendo ser consideradas uniformemente distribuídas sobre os elementos estruturais na qual se apoiam.

2.1.3.3 Contribuição das lajes na rigidez das vigas

O comportamento conjunto existente entre laje e viga faz com que a viga e as partes da laje ao longo da lateral da viga estejam submetidas às mesmas deformações longitudinais de flexão, o que ocorre devido à ligação resistente à força cortante, conforme explica Leonhardt (1982). Devido a este comportamento conjunto, as faixas de laje em torno da viga contribuem na rigidez à flexão da viga. Esta largura colaborante varia ao longo do comprimento da viga, sendo menor em apoios extremos, apoios intermediários, e em regiões de cargas concentradas (LEONHARDT, 1982).

Em uma análise em que não se considera de forma automática o comportamento conjunto das lajes e vigas na modelagem, para considerar este efeito pode-se adotar uma largura colaborante da laje associada à viga, compondo uma seção transversal tipo T. A NBR 6118 (2014) indica que a largura colaborante pode ser obtida pela adição à largura da seção retangular da viga de no máximo 10% da distância L_a , que é medida entre os pontos de momento fletor nulo para cada lado da viga em que houver laje colaborante. A norma também indica no item 14.6.2.2 que a distância L_a pode ser estimada em função do comprimento L do tramo considerado:

- para viga simplesmente apoiada: $L_a = 1,0 L$;
- tramo com momento em uma só extremidade: $L_a = 0,75 L$;
- tramo com momentos nas duas extremidades: $L_a = 0,60 L$;
- tramo em balanço: $L_a = 2,00 L$.

2.1.4 Efeito Construtivo

No processo construtivo de um edifício de concreto armado, a estrutura é construída andar por andar, adicionando-se por etapas o peso permanente devido aos elementos estruturais (lajes, vigas e pilares) e demais elementos, como alvenaria e piso. Quando um novo pavimento é construído, este, logicamente, é solicitado primeiramente pelo seu peso próprio, os pilares sofrem assim, certa deformação axial. Porém, essa deformação é nivelada durante a construção, e o próximo andar construído não sofre influência das deformações ocorridas anteriormente nos andares inferiores.

Em um edifício usual tem-se que os pilares de bordo recebem carga permanente vertical (peso próprio dos elementos estruturais, alvenaria, reboco, etc.) consideravelmente menor que os pilares internos. Estes pilares externos são usualmente dimensionados com área não muito diferente dos pilares internos, devido à sua função estrutural de resistir às solicitações oriundas das cargas laterais. Devido a este fato, pode-se criar uma disparidade entre as deformações axiais causadas pela carga vertical permanente nos pilares internos e externos.

Como explicam Choi e Kim (1985), ao se analisar um edifício por um modelo usual, a carga permanente é aplicada na estrutura como um todo, portanto a deformação diferencial acumula-se ao longo dos andares, o que influencia na distribuição de momentos fletores e cortantes, sendo este efeito mais forte nos andares mais altos. Desta forma, as deformações e momentos fletores devido à carga permanente podem não estar

coerentes com a estrutura real, já que os modelos usuais de análise não consideram o processo construtivo.

Para considerar o efeito construtivo na análise de um pórtico ou edifício de concreto armado, vários modelos e métodos já foram desenvolvidos. No item 2.2.3 serão descritos alguns destes modelos.

2.2 MODELOS PARA ANÁLISE DE PÓRTICOS TRIDIMENSIONAIS E EDIFÍCIOS DE CA

Neste item faz-se uma revisão de literatura sobre os principais modelos de MEF para análise não linear de pórticos 3D e edifícios de concreto armado já desenvolvidos, com ênfase nos modelos de elementos de barra, mas abordando também modelos de elementos sólidos. No item 2.2.1 descreve-se, dentre outros, o modelo de EF de barra de Marí (1984), que é um dos modelos no qual se baseia o modelo desenvolvido nesta tese e também é a base do modelo proposto mais tarde pelo mesmo autor (MARÍ, 2000). Este último é descrito no item 2.2.3 e é utilizado no estudo de validação e comparação com o modelo proposto. Descrevem-se também, no item 2.2.4, modelos simplificados que são objeto de estudo desta tese. Não serão revistos modelos bidimensionais para análise de vigas, pilares e pórticos planos de concreto armado; sugere-se para esses modelos consultar as revisões de literatura realizadas por Stramandinoli (2007), D'Avila (2003) e Gelatti (2012).

2.2.1 Modelos não lineares com EF de barra

Os modelos de elementos finitos de barra ainda são os mais utilizados para a modelagem de pórticos de concreto armado, visto sua simplicidade de formulação e menor esforço computacional frente à utilização de outros elementos (planos ou sólidos), principalmente quando se tem como objetivo a análise de estruturas maiores, como pórticos de edifícios. Citam-se, primeiramente, alguns dos modelos já desenvolvidos que utilizam este tipo de elemento e desconsideram tanto o acoplamento entre tensões cisalhantes e axiais na seção transversal dos elementos bem como a deformação decorrente destas na formulação (empenamento devido a cisalhamento e torção).

Chan (1982) desenvolveu um modelo para análise de cascas de concreto armado com vigas de bordo, levando em conta as não

linearidades física, geométrica e efeitos do tempo devido à fluência e à retração. As vigas de bordo são modeladas por meio de EF de barra com seção transversal filamentada (subáreas retangulares de tamanho reduzido), em que a armadura é considerada de forma discreta (*fibre beam-column element*). O EF empregado de barra possui três nós, sendo um nó interno com apenas um GL de translação, que é eliminado por condensação estática, e os dois nós externos com seis GL cada. Admite-se que as seções planas permanecem planas e normais ao eixo longitudinal da barra, logo os filamentos de concreto e aço dos elementos de viga ficam sob estado uniaxial de tensão, e admite-se também que há aderência perfeita entre armadura de aço e o concreto. As propriedades do material em cada filamento podem variar para acomodar as não linearidades do material. Considera-se a não linearidade física dos materiais, incluindo o efeito *tension-stiffening* devido ao concreto fissurado, o comportamento não linear do concreto sob compressão e o escoamento do aço. O comportamento não linear devido à torção nas vigas é considerado por meio de um modelo de rigidez efetiva na torção, desacoplado dos demais esforços, em que o princípio de Saint-Venant é adotado. Para a consideração da não linearidade geométrica utiliza-se a formulação Lagrangeana atualizada, e consideram-se pequenas deformações e pequenas rotações.

Marí (1984) desenvolveu um modelo de barra para análise de pórticos 3D de concreto armado e protendido, sendo este baseado no modelo 2D de Kang (1977) e no modelo de Chan (1982). O modelo considera as não linearidades física e geométrica, bem como os efeitos de variação ao longo do tempo: idade do concreto, retração, fluência, histórico de temperatura, relaxação do aço protendido e história de carregamento. Desconsidera-se a deformação devido ao cisalhamento e admite-se aderência perfeita entre concreto e armadura. Utiliza-se elemento finito de viga com seis graus de liberdade (GL) em cada nó de extremidade e um nó interno no meio do comprimento do elemento com um GL (translação axial), o qual é eliminado por condensação estática. A seção transversal pode ter forma genérica e é discretizada em filamentos de concreto e armadura, em que cada um é submetido a estado uniaxial de tensões. As propriedades de cada filamento podem variar para acomodar as não linearidades do material. A matriz de rigidez do elemento é obtida pela contribuição de todos os filamentos. A flexão e a torção são consideradas desacopladas. Para o elemento sob torção, adota-se um modelo trilinear para representar o comportamento não linear em termos de gráfico momento torsor-ângulo de torção por unidade de

comprimento (*torque-twist*). Para o concreto sob compressão, utiliza-se o modelo constitutivo de Hognestad; um modelo bilinear é usado para as armaduras de aço, e um multilinear para o aço protendido. O efeito *tension-stiffening* é desconsiderado, assim como o confinamento do concreto. Para consideração da não linearidade geométrica utiliza-se a Formulação Lagrangeana atualizada. Adota-se a formulação com matriz de rigidez tangente, acoplada a um método de integração no tempo, podendo-se utilizar na solução das equações tanto controle de carga como de deslocamentos para obtenção da curva carga-deslocamento completa.

Alguns autores utilizam modelos com formulação baseada em flexibilidade ao invés de rigidez, como Kaba e Mahin (1984), em que os graus de liberdade são forças nodais e gera-se a matriz de flexibilidade dos elementos. Esta formulação apresenta algumas vantagens, tais como estabilidade numérica e redução do esforço computacional, no entanto traz a dificuldade de implementação nos programas usuais de elementos finitos baseados em matriz de rigidez. Além disso, nos modelos iniciais de flexibilidade o equilíbrio inicial do elemento não era atendido, dada a dificuldade de se obter os esforços internos diretamente, pelo fato de não haver funções de interpolação para se obter deformação ao longo do elemento em função dos deslocamentos nodais. Ciampi e Carlesimo (1986) apud Spacone *et al.* (1996) superaram este problema propondo um método consistente de flexibilidade, o qual foi refinado por Spacone *et al.* (1996). Esses últimos autores desenvolveram então um modelo de elemento de pórtico 3D para análise com carga estática e dinâmica, utilizando um elemento de viga/coluna discretizado em filamentos, no qual desprezam-se os efeitos de cisalhamento e de perda de aderência entre aço e concreto. O comportamento não linear histerético de cada filamento de aço e concreto em que o elemento é discretizado é capturado por meio de relações constitutivas do concreto e do aço. Utiliza-se para o elemento a formulação de flexibilidade e considera-se linearidade geométrica. O comportamento do elemento sob torção é considerado linear e desacoplado da flexão e do esforço axial.

Izzudin *et al.* (2002) propuseram uma nova formulação para elementos de viga/coluna para análise não linear de pórticos espaciais considerando a não-linearidade geométrica e considerando a não-linearidade física de forma simplificada. A proposta é modelar com apenas um elemento um membro da estrutura, considerando-se neste a não linearidade geométrica. Um refinamento automático da modelagem da estrutura é feito conforme são identificados pontos que requerem

elementos elasto-plástico (o modelo é acoplado a outro modelo elasto-plástico desenvolvido pelos mesmos autores). A deformação por cisalhamento é desprezada, e considera-se aderência perfeita entre armadura e aço. Utilizam-se funções quadráticas para representar o deslocamento transversal do elemento, e, para o deslocamento axial, utiliza-se um critério de força constante efetiva para evitar a rigidez artificial associada à fissuração do concreto, que pode ocorrer devido ao elemento adotado no modelo. A seção transversal pode ter forma qualquer e é decomposta em áreas retangulares, utilizando-se de uma integração baseada em subdomínios formados por triângulos para determinar a contribuição destas áreas para a seção como um todo. Para o concreto sob compressão, emprega-se um modelo constitutivo não linear; o concreto fissurado é desprezado, e para o aço adota-se um modelo elástico-linear. A contribuição do concreto fissurado devido à ação de momento torsor é desconsiderada na rigidez à torção. Considera-se relação elástico-linear entre momento torsor e ângulo de torção da seção.

Schulz e Reis (2003) apresentam uma formulação de elementos finitos para estruturas reticuladas tridimensionais de concreto armado com a consideração das não linearidades física e geométrica. A formulação admite deslocamentos finitos e pequenas rotações, utiliza-se a formulação Lagrangeana Total e a solução das equações não lineares é feita a partir do Método do Comprimento do Arco. Utiliza-se um elemento de barra com três nós e treze graus de liberdade, sendo que o nó interno localiza-se no ponto médio do elemento com apenas um grau de liberdade (deslocamento axial). As relações constitutivas utilizadas são as recomendadas pela NBR 6118 e as curvas indicadas pelo CEB 90.

Tem-se, ainda, alguns modelos desenvolvidos para análise de pórticos e pavimentos de edifícios de concreto armado, listados a seguir.

Oliveira (2001) implementou em um programa computacional um modelo para análise de pavimentos de edifícios de concreto armado que considera a não linearidade física com o objetivo de estudar o emprego de modelos não lineares no dimensionamento estrutural. O autor utiliza EF de barra de Euler para discretizar vigas e pilares e EF de placa de Kirchhoff para representação das lajes. A não linearidade física é considerada por meio de dois caminhos: por meio de modelos constitutivos baseados na relação momento-curvatura e pela introdução de relações constitutivas uniaxiais (tensão-deformação) para o concreto e o aço, adotando-se, neste caso, elementos estratificados. No modelo estratificado para vigas e pilares, adota-se para o concreto sob compressão o modelo do CEB-90 e sob tração o modelo proposto por Figueiras

(1983). Para o aço adota-se um modelo constitutivo uniaxial elasto-plástico perfeito. Os efeitos de fluência e retração também são considerados pelo modelo do CEB Model Code (1990). Foram implementados ainda, modelos para representação do escorregamento das armaduras longitudinais.

Dundar e Kara (2006) desenvolveram um modelo de barras para análise de pórticos tridimensionais de edifícios de concreto armado. A simulação de diafragma rígido foi adicionada ao modelo. Para a consideração da perda da rigidez nos elementos devido à fissuração do concreto utilizam-se modelos constitutivos baseados na relação momento-curvatura indicados pelo ACI e CEB (baseados na equação de Branson, 1968), e de um modelo de rigidez efetiva com base probabilística. Aplicam-se alguns modelos para consideração do efeito do cisalhamento que consistem na redução da rigidez ao cisalhamento, e emprega-se um processo iterativo para convergência das equações não lineares da estrutura.

Oliveira (2009), com o objetivo de avaliar a rigidez de edifícios de concreto armado por meio de alguns parâmetros, desenvolveu e implementou computacionalmente diferentes modelos. Para todos os modelos adota-se um elemento finito de barra para modelar vigas e pilares e, para representar as lajes, um elemento finito de placa de 4 nós baseado na teoria de placas de Reissner-Mindlin. Pilares-parede são modelados por barras infinitamente rígidas, assim como o trecho das vigas que estão apoiadas sobre eles. No modelo elasto-plástico, desenvolvido para determinar o fator de carga de colapso plástico, adota-se análise incremental, e a cada incremento de carga determina-se os esforços nos elementos estruturais e faz-se o dimensionamento; a ruptura da estrutura é verificada pelos valores de deslocamentos ou pela singularidade da matriz de rigidez. O autor desenvolveu também um programa para análise de vibrações livres e ainda um programa para análise de instabilidade elástica, na qual adiciona-se à matriz elástico-linear a matriz k_G , análise esta que permite determinar o fator de carga crítica de flambagem.

Bernardi (2010) apresentou um modelo para análise global de edifícios altos de concreto armado com presença de paredes estruturais. No modelo as lajes e paredes estruturais são discretizadas por elementos finitos de casca polidédricos e as vigas e pilares por elementos de barra de pórtico 3D. Considera-se cada pavimento com comportamento de diafragma rígido, e utiliza-se uma técnica de subestruturação para a análise global da estrutura. Adotou-se um método simplificado para

consideração da não linearidade geométrica, assim como para consideração da não linearidade física, em que se adotam coeficientes redutores de rigidez à flexão, conforme indica a NBR 6118 para a análise global. Nesse trabalho encontra-se ainda uma revisão de literatura sobre modelos e estudos realizados voltados à análise global de edifícios de concreto armado com paredes estruturais, sendo que a maioria dos modelos citados ou desconsidera, ou considera de forma simplificada a não linearidade física dos materiais.

Modelos para análise de elementos de pórtico 3D mais refinados também vêm sendo desenvolvidos. Estes buscam considerar os efeitos das tensões cisalhantes, devido ao cisalhamento e/ou torção, e, ainda, o acoplamento entre as diferentes tensões na seção transversal (cisalhantes e axiais). São uma opção mais econômica em termos de esforço computacional em comparação a modelos que utilizam elementos sólidos ou planos nos casos em que as tensões de cisalhamento e/ou torção são importantes no comportamento do elemento. Descrevem-se alguns destes modelos a seguir.

Bairan e Mari (2007) desenvolveram uma formulação não linear para análise de elementos de pórticos de concreto armado considerando o estado triaxial de tensões, por meio de um modelo especial de seção transversal que considera as deformações devido à torção e ao cisalhamento, impostas na formulação baseada nas hipóteses de Navier-Bernoulli. A aproximação resulta em uma equação variacional que é solucionada localmente no domínio da seção transversal por meio de condensação estática, obtendo-se como resultado um modelo de seção com seis componentes, ou seja, seguindo o tradicional elemento de pórtico 3D. Para discretizar a seção, elementos planos de 4 nós são utilizados para discretizar o concreto, elementos lineares são utilizados para representar a armadura transversal, e elementos de um nó são utilizados para simular a armadura longitudinal. Modelos constitutivos elasto-plásticos para carga cíclica são empregados. Adota-se para o concreto sob estado triaxial de tensões um modelo baseado na formulação de fissuras-giratórias em que, após a fissuração o concreto é considerado material ortotrópico, cujo comportamento nas direções principais é obtido por modelo constitutivo uniaxial equivalente. Assim, para o concreto sob compressão adota-se o modelo de Collins e Porasz (1989) e para o concreto sob tração considera-se a relação tensão-deformação elástica-linear até a tensão de fissuração e após adota-se a equação proposta por Cervenka (1985). Para determinar as resistências do concreto sob estado triaxial de tensões, adota-se a superfície de ruptura de William e Warnke

(1975). A deformação correspondente ao pico de compressão do concreto confinado é calculada pela equação proposta por Mander *et al.* (1988-a). As armaduras de aço são consideradas sob estado uniaxial de tensão e adota-se um modelo constitutivo elasto-plástico bilinear com endurecimento.

Gregori *et al.* (2007) apresentaram um modelo para análise de pórticos 3D de concreto armado e protendido levando-se em conta o efeito do acoplamento das solicitações diversas, incluindo-se força axial, momento fletor biaxial, torção e cisalhamento biaxial. O modelo baseia-se na formulação por deslocamentos e emprega-se o MEF. Utiliza-se um elemento curvo de pórtico que possui três nós, em que cada nó possui 6 graus de liberdade (3 de translação e 3 de rotação), e cuja formulação baseia-se na teoria de viga de Timoshenko. A seção transversal do elemento pode ter geometria arbitrária e cada seção do elemento é subdividida em regiões de acordo com o estado de tensão: 1D (somente tensão axial), 2D (tensão axial e de cisalhamento em uma direção) e 3D (tensão axial e cisalhamento nas duas direções). Os modelos constitutivos para os diferentes estados de tensão são baseados na Teoria do Campo de Compressão Modificado (VECCHIO, COLLINS; 1986). O confinamento do concreto é desconsiderado. A comparação dos resultados do modelo proposto com experimentos mostrou que o modelo apresenta boa correlação para os casos de cisalhamento puro e flexão combinada com torção.

Na mesma linha dos dois modelos anteriores que procuram representar o acoplamento entre as diferentes solicitações, tem-se ainda o modelo de Mullapudi e Ayoub (2009), os quais propuseram um modelo de elemento de pórtico filamentado, voltado à análise de elementos de pórtico submetidos à torção, considerando a não linearidade física dos materiais. Mais recentemente, Valipour e Foster (2010) desenvolveram um modelo para análise não linear de pórticos de concreto armado submetidos à torção, utilizando uma formulação baseada no método das forças. A interação entre força axial e momento fletor é considerada por meio da adoção de hipótese de Navier-Bernoulli e discretizando a seção dos elementos em filamentos. A torção é considerada independentemente e o efeito das demais tensões na rigidez à torção é considerado por meio da modificação do modelo constitutivo baseado na relação momento torsor-ângulo de torção por unidade de comprimento de uma seção submetida à torção pura. Já os efeitos da torção na rigidez da peça são considerados por meio da adição de uma parcela de deformação extra na

deformação axial devido às demais formas. A formulação é feita em termos de forças e matriz de flexibilidade.

2.2.2 Modelos não lineares com EF sólido

Modelos para análise de elementos de concreto armado que utilizam elementos finitos sólidos geralmente são formulados com o objetivo de capturar de forma mais precisa o comportamento local do elemento/seção transversal sob a combinação de diferentes solicitações. Para isto, estes modelos apresentam formulação mais complexa e também demandam maior esforço computacional devido ao grande número de graus de liberdade em comparação com modelos de EF de barra. Desta forma, a utilização destes modelos na análise de estruturas maiores como edifícios de concreto armado ainda não é a opção mais viável frente à utilização de modelos de EF de barra. Assim, listam-se a seguir apenas dois modelos com EF sólidos de forma a complementar a revisão de literatura deste trabalho.

Ashour e Morley (1993) desenvolveram um modelo de elementos sólidos para a análise não linear física de estruturas de concreto armado. Adota-se um modelo de fissuração distribuída. Admite-se estado triaxial de tensão para o concreto, utilizando-se uma superfície de ruptura proposta por Kotsovos. Para tensões que não ultrapassem esta superfície de ruptura, o concreto é considerado um material isotrópico, e para tensões além desta superfície o comportamento do concreto torna-se ortotrópico. A interação entre o concreto e o aço é modelada utilizando-se elementos de contato, no qual cada um desses elementos consiste de três molas, sendo formulado também o cálculo da rigidez das molas. Esses elementos são utilizados para conectar os nós do concreto com os nós da armadura de aço que tenham as mesmas coordenadas. São apresentados dois exemplos numéricos de vigas isostáticas.

Bono (2008) desenvolveu um modelo para análise tridimensional de estruturas de concreto armado submetidas a cargas monotonicamente crescentes e cargas cíclicas. O modelo de EF desenvolvido utiliza elementos isoparamétricos hexaédricos lineares e quadráticos para o concreto. Para as armaduras de aço utiliza-se um modelo incorporado, baseado no modelo proposto por Elwi e Hrudey (1989). A não linearidade física do concreto é considerada por meio de um modelo constitutivo ortotrópico que segue a teoria da elasticidade não linear. Adota-se o conceito de deformação uniaxial equivalente, em que se utilizam três curvas tensão-deformação uniaxiais para determinar o comportamento

triaxial do concreto sob diferentes solicitações. Para o concreto fissurado considera-se um modelo de fissuras giratórias. Para o aço sob carga monotonicamente crescente adota-se uma curva tensão-deformação elástica bilinear com endurecimento. O modelo teve seus resultados comparados a vários ensaios experimentais, para diferentes solicitações, mostrando boa proximidade a estes.

2.2.3 Modelos com consideração do efeito construtivo

Diferentes modelos já foram propostos para consideração das etapas construtivas na análise total de um edifício, bem como para análise da estrutura durante as etapas construtivas. Existem basicamente dois tipos de modelos para consideração do efeito construtivo: o primeiro é a análise seguindo sequencialmente as etapas construtivas e o segundo segue a ordem inversa de construção.

No tipo de análise mais utilizada por diferentes autores, a sequência de análise segue a sequência real de construção e de carregamento. A análise é dividida em etapas, geralmente uma etapa por pavimento construído. Em cada nova etapa da análise, adiciona-se um novo andar, em que se considera o peso próprio deste e desconsidera-se o peso próprio dos demais andares abaixo, que já foram considerados anteriormente. No caso de análise elástico-linear, os esforços e deslocamentos totais são obtidos pela soma dos resultados das várias etapas. Como exemplos de autores que utilizaram/desenvolveram modelos baseados no MEF para análise de pórticos e edifícios de CA por este processo, pode-se citar Kripka (1990) e Prado (1999).

Choi e Kim (1985) desenvolveram um modelo para análise de pórticos de múltiplos andares com consideração do efeito construtivo, no qual adota-se linearidade física e geométrica. A análise pelo modelo consiste em dividir a estrutura em sub-estruturas, que podem ser formadas por mais de um andar, iniciando-se o cálculo na sequência contrária à de execução, ou seja, pelo andar superior. A análise da subestrutura i é carregada pelo seu peso próprio mais o peso vindo dos andares acima, visto que já foram analisados na etapa anterior ($i - 1$). A parte inferior da estrutura, formada pelos andares a serem analisados, fica descarregada durante a análise do andar em questão, funcionando como um apoio elástico. Na etapa seguinte, as reações na base das colunas obtidas da última etapa são aplicadas como a carga vertical proveniente dos andares superiores, e procede-se à análise do andar, e assim sucessivamente.

Assim, a análise da estrutura total é obtida calculando-se andar por andar. Procedendo-se a análise desta forma, as deformações das colunas dos andares inferiores não influenciam na análise dos andares superiores, levando em conta, então, o nivelamento das deformações axiais do pavimento, que ocorre durante a construção. Mais tarde, Saffarini (1987) *apud* Kripka (1990) fez algumas melhorias ao modelo descrito acima.

Têm-se, ainda, modelos simplificados que foram desenvolvidos voltados para a verificação dos ELU e ELS da estrutura durante as etapas construtivas. Nesta linha, um dos primeiros modelos foi o proposto por Grundy e Kabaila (1963), que foi aperfeiçoado posteriormente por Liu *et al.* (1985) para um modelo 3D, podendo-se citar ainda o trabalho de Prado (1999). Estes métodos utilizam fatores de carga para representar as ações de construção de forma simplificada.

Outra maneira simplificada para se considerar o efeito construtivo, com o objetivo de corrigir os diagramas de momentos fletores, é aumentar artificialmente a área da seção transversal dos pilares, para que fiquem com uma maior rigidez axial, para o caso da consideração de linearidade física e geométrica. Realiza-se primeiramente a análise com a carga vertical com a rigidez axial dos pilares majoradas e, após, considerando a rigidez normal, a análise com as cargas horizontais, obtendo-se pela soma das duas análises o resultado final da análise da estrutura. Este artifício é utilizado com algumas adaptações por *softwares* comerciais de análise e dimensionamento de estruturas de CA no Brasil, como por exemplo o programa AltoQI Eberick.

Um modelo bastante completo que considera as etapas construtivas é o modelo proposto por Marí (2000). Este modelo é destinado à análise não linear e diferida no tempo de pórticos tridimensionais e pontes de concreto armado e protendido construídos em etapas. O modelo de EF é baseado no modelo desenvolvido previamente pelo mesmo autor, Marí (1984), já descrito no item 2.2.1, porém com algumas melhorias, como a consideração do efeito *tension-stiffening* e, principalmente, com a possibilidade de consideração da divisão da análise em etapas construtivas. Adota-se o modelo constitutivo para o concreto sob tração proposto por Carreira e Chu (1986), que é descrito no item 2.3.3.2, para consideração do efeito *tension-stiffening*. A consideração das etapas construtivas é feita dividindo-se a análise ao longo do tempo em etapas, em que pode-se, a cada etapa, considerar mudanças na geometria da estrutura, armaduras de protensão podem ser tensionadas ou destensionadas ou ainda removidas em qualquer momento, pode-se adicionar ou remover filamentos de concreto ou armadura dos elementos

de pórtico (que tem a seção transversal discretizada em filamentos), alterar condições de contorno, alterar cargas aplicadas, propriedades do concreto, dentre outras possibilidades. Este modelo está implementado no programa computacional CONS, que foi utilizado para estudos de validação e comparação com o modelo proposto nesta tese, descritos no Capítulo 5.

2.2.4 Modelos simplificados para consideração das não linearidades

A consideração da não linearidade geométrica de forma simplificada na análise global de pórticos e edifícios pode ser realizada por diferentes métodos. Alguns métodos são mais conhecidos, como o método da matriz de rigidez geométrica, que incorpora uma matriz de rigidez geométrica (K_G) e necessita de processo iterativo, e também o processo *P-delta*, que possui algumas variações, mas a mais conhecida é a baseada em adicionar cargas horizontais fictícias para considerar o efeito da não linearidade geométrica, realizando também iterações sucessivas até a convergência dos resultados. Há também métodos mais simplificados, como o indicado pela NBR 6118 (2014), que utiliza o parâmetro de instabilidade γ_z como majorador dos esforços horizontais.

Já para a consideração da não linearidade física de forma simplificada na análise global de pórticos de edifícios de concreto armado, o método mais conhecido e empregado é a utilização de coeficientes redutores de rigidez à flexão. Como pretende-se comparar os resultados deste método aos do modelo desenvolvido nesta tese, este é descrito no próximo subitem.

Para consideração da não linearidade física a nível de elemento, têm-se também alguns métodos simplificados. Como exemplo, cita-se a fórmula de Branson, indicada pela NBR 6118 para cálculo de flecha imediata em vigas de concreto armado, que consiste em calcular um valor de rigidez equivalente para considerar de forma aproximada o fato de que parte da viga está no *Estádio I* e parte está no *Estádio II*. Têm-se ainda, diversos modelos que utilizam modelos constitutivos baseados na relação momento-curvatura que consideram de maneira simplificada a não linearidade física no elemento de barra (mais detalhes em Junges, 2011).

2.2.4.1 Método do coeficiente redutor de rigidez

A norma brasileira NBR 6118 (2014) recomenda um método simplificado para consideração da não linearidade física na análise dos esforços globais de estruturas aporticadas de concreto armado, com no mínimo 4 andares. O método se utiliza de coeficientes para redução da rigidez à flexão dos elementos da estrutura. Os valores dos coeficientes recomendados, conforme item 15.7.3 da NBR 6118 (2014) são:

- Lajes: $(EI)_{\text{sec}} = 0,3(E_{ci}I_c)$
- Vigas: $(EI)_{\text{sec}} = 0,4(E_{ci}I_c)$ para $A_s' \neq A_s$
- Pilares: $(EI)_{\text{sec}} = 0,8(E_{ci}I_c)$

Os valores indicados pela NBR 6118 são apenas uma orientação e podem ser ajustados conforme as características da estrutura e avaliação do engenheiro estrutural. Uma opção que é mencionada na versão NBR 6118 (2007), é utilizar um único coeficiente redutor quando a estrutura de contraventamento for composta exclusivamente por vigas e pilares: $0,7(E_{ci}I_c)$.

Alguns estudos já foram realizados para se avaliar a eficiência deste método simplificado, bem como para fazer algumas recomendações quanto aos valores dos coeficientes, como o estudo realizado por Gelatti (2012) para pórticos planos, onde se pode encontrar também, uma revisão de literatura sobre demais estudos já realizados sobre este assunto.

2.2.5 Comentários sobre a revisão de literatura realizada

Por meio da revisão de literatura realizada sobre os modelos existentes para análise de pórticos 3D e edifícios de concreto armado, observa-se que nenhum dos modelos citados incorpora simultaneamente todos os principais aspectos que são importantes para a análise mais realista destas estruturas (citados no item 2.1). Dentre os modelos mais completos apresentados está o proposto por Mari (2000), que além da consideração das não linearidades física e geométrica de forma refinada, permite a consideração das etapas construtivas e a inclusão de efeitos de variação das propriedades ao longo do tempo. Porém, como o modelo foi desenvolvido para análise de pórticos espaciais e pontes, não considera as lajes no comportamento do pórtico, o que pode ser muito importante para a análise de edifícios. Outras formulações de EF de barra mais complexas citadas, como as de Bairan e Mari (2007), Gregori *et al.* (2007) e Valipour e Foster (2010), que consideram o acoplamento entre as diferentes solicitações atuantes no elemento estrutural, não necessariamente são as

melhores opções quando deseja-se aplicá-las ao estudo e análise de pórticos e edifícios de CA. Isto se deve ao fato de que, sendo formulações mais complexas, demandam esforço computacional maior e, portanto, para o caso de edifícios de CA com muitos graus de liberdade, sua utilização ou seria inviável, devido, como já mencionado, ao longo tempo de processamento requerido, ou não seria vantajosa já que os elementos estruturais destas estruturas apresentam em geral comportamento predominante de flexão, o qual pode ser capturado nas formulações mais simples.

Desta forma, fica clara a carência de um modelo voltado a análise de pórticos de edifícios de CA em que se incorporem os principais aspectos influentes no comportamento destes, como a não linearidade física e geométrica, e o efeito de diafragma rígido das lajes no pavimento, sem que seja um modelo de formulação complexa e que demande alto esforço computacional. É no sentido de preencher esta lacuna que a presente tese deverá contribuir. Ressalta-se que, apesar de o modelo proposto ser composto de diversos modelos já desenvolvidos anteriormente, o ineditismo do modelo proposto está justamente na junção de todos estes modelos em um único, além de sua implementação computacional, de forma a fornecer um modelo que considere os principais aspectos influentes no comportamento de edifícios de concreto armado, permitindo, assim, estudos e análises aprofundadas desse tipo de estrutura.

2.3 COMPORTAMENTO E MODELOS CONSTITUTIVOS PARA OS MATERIAIS

Em um modelo para análise de estruturas de concreto armado é necessária a adoção de modelos constitutivos que representem os materiais concreto e aço, e sua interação, da forma mais precisa possível. Por meio destes modelos constitutivos busca-se representar matematicamente o comportamento físico e mecânico dos materiais nos elementos estruturais solicitados por diferentes combinações de carregamento.

Vários modelos constitutivos para representar o concreto armado foram desenvolvidos nas últimas décadas, e muito foi esclarecido sobre o comportamento individual e conjunto dos materiais concreto e aço. Apesar disto, ainda não há um consenso sobre o assunto no meio técnico

devido à sua complexidade, tendo-se então o constante surgimento de novos modelos e pesquisas sobre o concreto armado.

Para aplicação em modelo de elementos finitos, os modelos constitutivos baseados na relação tensão-deformação são os mais aplicados. Têm-se ainda os modelos que adotam a relação momento-curvatura, aplicados em modelos que discretizam a estrutura por elementos de barra, na análise de pórticos e vigas de concreto armado.

Dentre os modelos constitutivos existentes, os mais empregados pela sua simplicidade e facilidade de aplicação em análise de estruturas são os modelos baseados na teoria da elasticidade. Nestes modelos, se o carregamento aplicado é retirado, o corpo volta à sua configuração inicial indeformada, ou seja, não há deformações residuais. Dentro dos modelos elásticos, tem-se os modelos elástico-linear e elástico não-linear. No modelo elástico-linear as deformações são proporcionais às tensões aplicadas. Quando não há esta proporcionalidade, o modelo é dito elástico não linear.

Existem também os modelos baseados na teoria da plasticidade, em que surgem deformações residuais quando o corpo é descarregado. Pode-se ainda combinar os modelos elástico e plástico, resultando em um modelo elasto-plástico, pelo qual, usualmente, até um certo nível de carga, o material é considerado elástico, e após, plástico.

Há ainda os modelos que utilizam a mecânica da fratura e do dano, os quais tentam reproduzir o mecanismo interno de microfissuras que surgem com o aumento das deformações em materiais frágeis, como o concreto.

A escolha do tipo de modelo constitutivo a ser empregado no modelo de análise estrutural depende do tipo de estrutura a ser analisada, comportamento predominante dos elementos, tipo de solicitação a quais estes estão submetidos, e objetivo da análise. Outros fatores que influenciam na escolha dos modelos são a facilidade de implementação computacional e a facilidade de determinação das variáveis que fomentam os modelos.

Para aplicação no modelo proposto desta tese, adotam-se modelos elásticos não lineares, por serem de simples aplicação e capazes de representar o comportamento do concreto armado com razoável precisão. Desta forma, a revisão de literatura apresentada a seguir se limita a modelos baseados na teoria da elasticidade e para carregamento monotonicamente crescente. Serão abordados modelos constitutivos para o concreto sob compressão uniaxial, incluindo-se modelos que levam em conta o efeito do confinamento propiciado pelos estribos, e modelos para

o concreto sob tração uniaxial com consideração do efeito *tension-stiffening* (definido adiante). Descrevem-se também os modelos uniaxiais para o aço das armaduras longitudinais. Apenas os modelos constitutivos utilizados no modelo proposto são descritos em detalhes.

Antes de se descrever os modelos constitutivos, faz-se uma breve descrição do comportamento do concreto e do aço individualmente, bem como o comportamento conjunto destes materiais (concreto armado), o que é essencial para o entendimento dos modelos constitutivos. O texto foi baseado, em grande parte, na publicação de Chen e Han (1988) e no texto de La Rovere (2012).

2.3.1 Concreto

O concreto é um material composto resultante da mistura de agregados (brita) e pasta, esta última formada basicamente por cimento, água e agregados miúdos (areia). Tem-se ainda a utilização de aditivos no concreto, tanto químicos quanto minerais, com o objetivo de melhorar suas propriedades, como a trabalhabilidade e a resistência.

Nas últimas décadas muito se evoluiu em termos de tecnologia do concreto, com destaque ao desenvolvimento dos concretos com resistência cada vez mais elevados. Os concretos com resistências mais elevadas são denominados de concretos de alta resistência (CAR). A NBR 8953 (2009), que trata da classificação dos concretos estruturais, classifica o concreto em duas classes de resistência característica a compressão (f_{ck}): o Grupo I, que compreendem concretos de 20 MPa a 50 MPa (C20 à C50); e o Grupo II, para concretos de 55 MPa a 100 MPa (C55 à C100). Entretanto, a norma não especifica claramente se o Grupo II é considerado CAR. Desta forma, observando-se as resistências normalmente aplicadas em estruturas de concreto armado no Brasil, e também pelas definições encontradas em textos por outros autores sobre o assunto, consideram-se neste trabalho os concretos pertencentes ao Grupo II como concretos de alta resistência. Nesta tese será dada ênfase aos concretos de baixa resistência (CBR).

2.3.1.1 Comportamento

O comportamento físico do concreto é complexo e de difícil determinação, tendo vários fatores influentes em suas características, como por exemplo, as proporções água-cimento e cimento-agregado, tipo

de cimento, forma e tamanho do agregado. O material já apresenta, antes mesmo da aplicação de cargas, microfissuras decorrentes da retração e da liberação de calor que ocorre durante a cura. Com a aplicação de carga em uma peça de concreto, as microfissuras se propagam, tornando-se macrofissuras, e já para baixos níveis de carga o concreto apresenta comportamento não linear.

Por ser um material composto, o concreto é heterogêneo, porém, pode-se considerá-lo homogêneo e contínuo no nível macroscópico, de modo a simplificar o entendimento do seu comportamento e desenvolvimento de leis constitutivas. Adota-se esta simplificação no decorrer deste trabalho.

Concreto sob compressão uniaxial

O comportamento do concreto sob compressão uniaxial pode ser visualizado na Figura 2.1, que mostra as curvas tensão-deformação para concretos de diferentes resistências obtidas nos ensaios realizados por Wee *et al.* (1996). Observa-se que a deformação no pico é aproximadamente 0,002. Pode-se ainda identificar três estágios nas curvas tensão-deformação do concreto sob compressão:

1) de 0 a 30% da resistência (f'_c) as microfissuras existentes antes do carregamento permanecem praticamente inalteradas, resultando em uma fase de comportamento elástico-linear;

2) de 30 a 75% da resistência ocorre uma propagação das fissuras em termos de número, comprimento e abertura, tornando o comportamento da curva não linear, com redução gradual da rigidez;

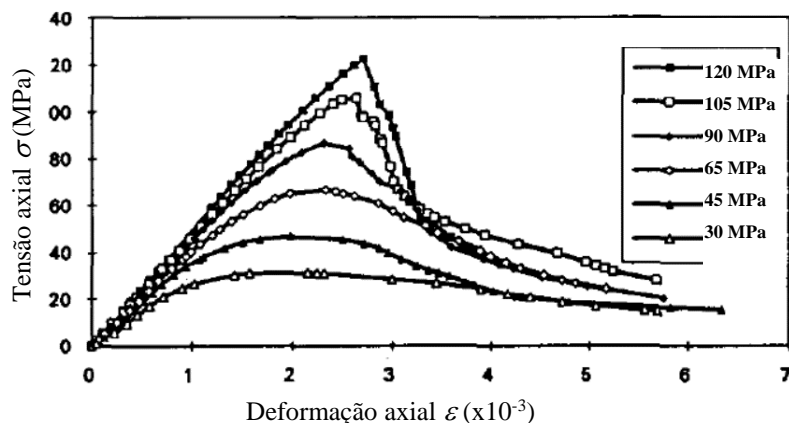
3) de 75% da resistência até a ruptura, a propagação das fissuras é considerada instável com formação de zonas de fissuras, formando-se grandes fissuras paralelas à direção da carga aplicada, quando se dá a ruptura do corpo de prova.

A parte descendente da curva tensão-deformação é de difícil obtenção em ensaios experimentais, além de a altura do corpo de prova influenciar no comportamento desta parte da curva, conforme foi esclarecido por Van Mier (1984). Desta forma, o trecho descendente da curva não expressa uma propriedade do material, mas sim uma propriedade estrutural (CHEN; HAN, 1988).

Por meio da Figura 2.1 pode-se observar também que, com o aumento da resistência do concreto, a curva tensão-deformação pós-pico, ou seja, o ramo descendente, mostra um decaimento mais íngreme, com deformação axial última também menor. Assim, com o aumento da resistência, o concreto torna-se menos dúctil, ou em outras palavras, os

concretos de alta resistência apresentam comportamento mais frágil e a parte da curva descendente torna-se ainda mais difícil de ser obtida em ensaios experimentais (WEE *et al.*, 1996). Outro ponto a ser observado é o pequeno aumento da deformação correspondente ao pico de compressão conforme se aumenta a resistência do concreto.

Figura 2.1 – Curvas tensão-deformação obtidas nos ensaios experimentais de Wee *et al.* (1996) para diferentes resistências.



Fonte: Wee *et al.* (1996).

Concreto sob tração uniaxial

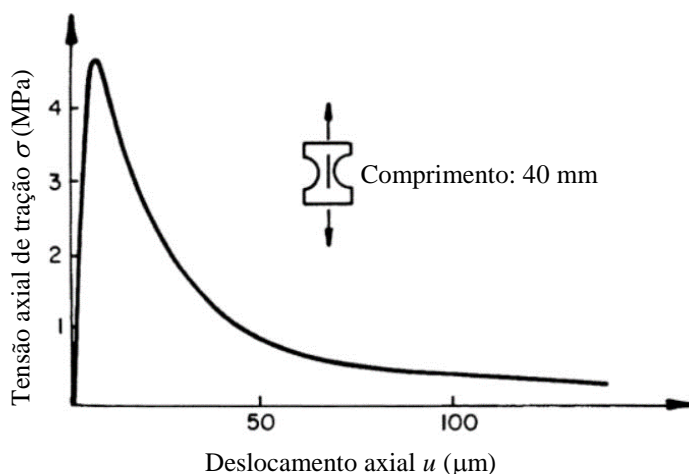
O concreto sob tração uniaxial apresenta comportamento diferente do concreto sob compressão, como pode ser visto na Figura 2.2, que mostra uma curva típica para o concreto sob tração obtida por Peterson (1981), para um espécime de 40 mm de altura. O comportamento na ruptura é muito mais frágil do que na compressão, sendo o ramo descendente da curva bastante íngreme. Tem-se ainda, que na tração o limite de elasticidade é observado entre 0,6 e 0,8 da resistência à tração; acima deste nível as fissuras aumentam e rapidamente ocorre a ruptura. Já para o comportamento conjunto do concreto fissurado com armaduras, têm-se algumas particularidades, descritas em detalhes no item 2.4.3.

Concreto sob estado biaxial

Diversos estudos já foram realizados para determinar o comportamento do concreto sob estado biaxial de tensões, destacando-se,

entre outros, os ensaios experimentais de Kupfer *et al.* (1969). Por meio destes, foi observado que o comportamento do concreto sob estado biaxial de tensões depende da razão entre as tensões principais nas direções 1 e 2 (σ_1/σ_2). Sob compressão biaxial, a resistência do concreto é maior do que a obtida sob compressão uniaxial, e a deformação no pico de compressão aumenta com o aumento da compressão transversal. Já para o caso de tração biaxial, a resistência do concreto é praticamente igual à obtida em tração uniaxial. E para o estado de tensão tração-compressão, a resistência de compressão diminui com o aumento de tração transversal.

Figura 2.2 – Curva tensão-deformação resultado de ensaio uniaxial de tração de Peterson (1981).



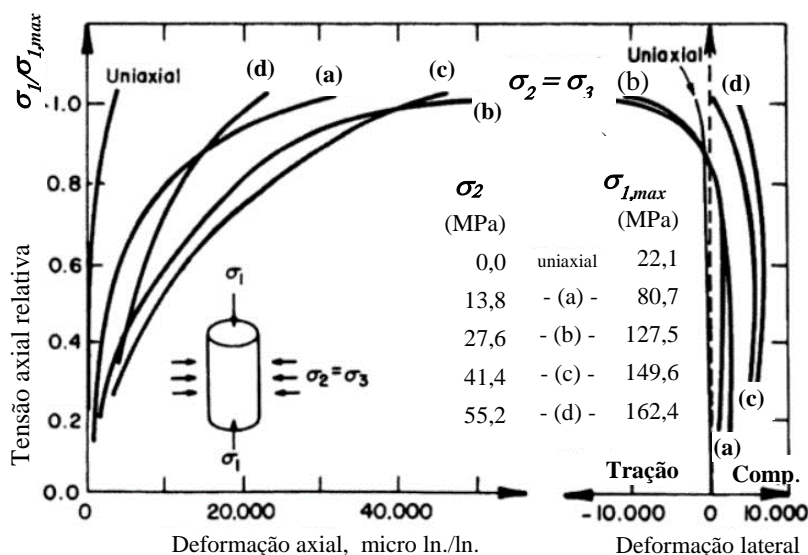
Fonte: Chen e Han (1988).

Concreto sob estado triaxial

Para o estado triaxial de compressão, resultados de ensaios experimentais de cilindros de concreto mostram o diferente comportamento destes espécimes em relação ao estado uniaxial. Os resultados dos ensaios realizados por Palaniswamy e Shah (1974), que ensaiaram cilindros submetidos à pressão lateral constante ($\sigma_2 = \sigma_3$) e aumentaram a tensão σ_1 até a ruptura do corpo de prova, podem ser visualizados na Figura 2.3. Constata-se que a pressão lateral fez aumentar a resistência de pico e a deformação correspondente, adicionando mais ductilidade ao concreto antes da ruptura. Entender este comportamento é

importante para o estudo do confinamento do concreto propiciado pelos estribos, assunto este tratado no item 2.4.1.3.

Figura 2.3 – Curvas tensão-deformação sob estado multiaxial de compressão.



Fonte: Palaniswamy e Shan (1974) *apud* Chen e Han (1988).

2.3.1.2 Modelos constitutivos para o concreto sob compressão uniaxial

Vários modelos constitutivos foram desenvolvidos para representar a relação tensão-deformação do concreto sob compressão uniaxial. Porém, ainda não há um consenso sobre o assunto, devido principalmente à dificuldade de se representar a parte descendente da curva tensão-deformação.

Dentre os modelos mais conhecidos e empregados para os concretos de baixa resistência (Grupo I), estão os propostos por Hognestad (1951), Popovics (1973), Wang *et al.* (1978) e Tsai (1988), além dos indicados por normas referentes ao assunto, como a norma brasileira NBR 6118 e CEB-FIP Model Code.

Citando-se alguns modelos constitutivos propostos para CAR, listados por Lu e Zhao (2010), tem-se os modelos de Wang *et al.* (1978), Tomaszawicz (1984), Carreira e Chu (1985), Hsu e Hsu (1994), Wee *et*

al. (1996), Gysel e Taerwe (1996), Lu e Zhao (2010), e ainda o modelo recomendado pelo CEB-FIP Model Code 2010.

Wee *et al.* (1996), baseados em resultados experimentais, desenvolveram um modelo para concretos com resistências entre 50 e 120 MPa. O modelo modificou a equação proposta por Carreira e Chu (1985), incorporando dois coeficientes corretores, para adequar o ramo descendente da curva ao comportamento dos CAR.

Gysel e Taerwe (1996) propuseram um modelo que leva em conta o aumento da deformação do pico de compressão e o aumento da declividade da curva pós-pico devido ao aumento da resistência do concreto. A curva ascendente adotada baseia-se na indicada pelo CEB-FIP Model Code 1990, e a curva descendente baseia-se na equação de Sargin e Handa.

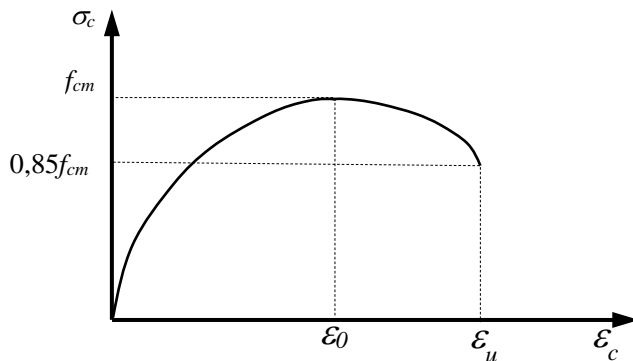
Mais recentemente, Lu e Zhao (2010), após observarem e compararem com resultados experimentais alguns modelos desenvolvidos anteriormente, propuseram um novo modelo, com base no proposto por Gysel e Taerwe (1996). A mudança principal foi realizada na parte descendente da curva, com a introdução de um fator corretor para diminuir o grau de inclinação, de forma a melhor se ajustar aos dados experimentais.

Os modelos constitutivos de Hognestad (modificado) e do CEB-90 para concreto CBR já estavam implementados no programa computacional ANALEST, versão anterior ao programa ANEST/CA desenvolvido nesta tese. Os modelos citados foram mantidos no novo programa, fazendo-se uma atualização do modelo do CEB-90 para o indicado pelo CEB-FIP 2010, de forma a abranger os concretos de alta resistência. Assim, descrevem-se a seguir os modelos de Hognestad, CEB-FIP 2010 e, ainda, o modelo da NBR 6118 (2014) que também considera em seu modelo classes de concreto de alta resistência.

Modelo de Hognestad

Proposto por Hognestad (1951), este modelo ainda é amplamente aceito e utilizado por diferentes autores como por Sun *et al.* (1993), Marí (2000) e Silva e Matos (2000). A relação tensão-deformação do concreto é descrita por uma equação do 2º. grau para o ramo ascendente da curva e uma reta para o trecho descendente. Entretanto, no programa ANEST/CA o modelo de Hognestad foi modificado, adotando-se para a relação tensão-deformação do concreto a equação do segundo grau (2.1) tanto para o ramo ascendente da curva como para o descendente, como mostra a Figura 2.4.

Figura 2.4 – Modelo de Hognestad.



A equação da curva para $\epsilon_c < \epsilon_u$ é:

$$\sigma_c = f_{cm} \left[2 \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right) - \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_0} \right)^2 \right] \quad (2.1)$$

onde:

σ_c : tensão no concreto;

f_{cm} : resistência média à compressão do concreto (considerada positiva);

ϵ_0 : deformação correspondente à tensão máxima f_{cm} (considerada positiva);

ϵ_c : deformação no concreto;

ϵ_u : deformação última no concreto correspondente a tensão $0,85f_{cm}$.

Modelo do CEB-FIP 2010

O modelo do CEB de 2010 é válido para classes de resistência até C120 ($f_{ck} = 120$ MPa). Consiste em uma única curva que está ilustrada na Figura 2.5 e é determinada pela seguinte expressão, para $\epsilon_c < \epsilon_{lim}$:

$$\sigma_c = - \frac{\frac{E_{ci}}{E_{c1}} \left(\frac{-\epsilon_c}{\epsilon_{c1}} \right) - \left(\frac{-\epsilon_c}{\epsilon_{c1}} \right)^2}{1 + \left(\frac{E_{ci}}{E_{c1}} - 2 \right) \left(\frac{-\epsilon_c}{\epsilon_{c1}} \right)} f_{cm} \quad (2.2)$$

em que:

σ_c : tensão no concreto;

f_{cm} : valor médio da resistência à compressão (considerada positiva);

ε_{c1} : deformação correspondente à tensão máxima f_{cm} , que pode ser obtida segundo a equação seguinte (em ‰), conforme CEB-FIP 2010.

$$\varepsilon_{c1} = 0,7 f_{cm}^{0,31} \quad (2.3)$$

ε_c : deformação no concreto;

ε_{lim} : deformação limite a ser considerada (positiva), correspondente a tensão de $0,5 f_{cm}$ no ramo descendente da curva, adota-se 3,5‰ para concretos de f_{ck} inferiores a 50 MPa e para resistências características maiores, o valor da deformação limite é menor, e seguindo as prescrições do CEB-FIP 2010 pode ser definido pela seguinte equação (em ‰):

$$\varepsilon_{lim} = 2,8 + 27[(98 - f_{cm})/100]^4$$

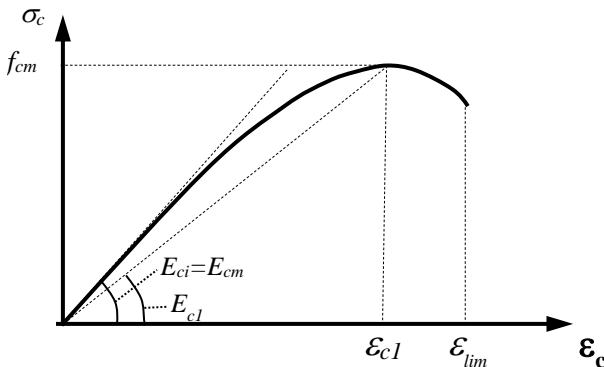
E_{ci} : módulo de deformação longitudinal inicial calculado por (f_{cm} em MPa):

$$E_{ci} = 21500 \left(\frac{f_{cm}}{10} \right)^{1/3} \quad (2.4)$$

E_{c1} : módulo de deformação secante dado por:

$$E_{c1} = \frac{f_{cm}}{\varepsilon_{c1}} \quad (2.5)$$

Figura 2.5 – Modelo do CEB-FIP.



Quando o valor da resistência característica à compressão, f_{ck} , estiver disponível ao invés do valor da resistência média, f_{cm} , pode-se relacionar os dois valores pela seguinte expressão, conforme indica o CEB 2010:

$$f_{ck} = f_{cm} - 8MPa \quad (2.6)$$

Modelo da NBR 6118

O modelo tensão-deformação recomendado pela NBR 6118 (2014) para concreto sob compressão está mostrado na Figura 2.6 e abrange, além do concreto do Grupo I, as classes de resistência do Grupo II.

As equações do modelo são apresentadas a seguir. Nota-se que as equações e valores do novo modelo para o Grupo I são as mesmas do modelo da NBR 6118 (2007), onde foram apenas adicionadas as considerações para o Grupo II.

Para $\varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2}$:

$$\sigma_c = 0,85 f_{cd} \left[1 - \left(1 - \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_{c2}} \right)^n \right] \quad (2.7)$$

Para $\varepsilon_{c2} \leq \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu}$:

$$\sigma_c = 0,85 f_{cd} \quad (2.8)$$

Na expressão 2.6 tem-se que, para $f_{ck} \leq 50MPa$:

$$n = 2 \quad (2.9)$$

$$\varepsilon_{c2} = 2,0 \text{ ‰} \quad (2.10)$$

$$\varepsilon_{cu} = 3,5 \text{ ‰} \quad (2.11)$$

e, para $50MPa \leq f_{ck} \leq 90MPa$:

$$n = 1,4 + 23,4[(90 - f_{ck})/100]^4 \quad (2.12)$$

$$\varepsilon_{c2} = 2,0\text{‰} + 0,085\text{‰}(f_{ck} - 50)^{0,53} \quad (2.13)$$

$$\varepsilon_{cu} = 2,6\text{‰} + 35\text{‰}[(90 - f_{ck})/100]^4 \quad (2.14)$$

sendo que:

ε_c : deformação no concreto;

ε_{c2} : deformação específica de encurtamento no início do patamar plástico;

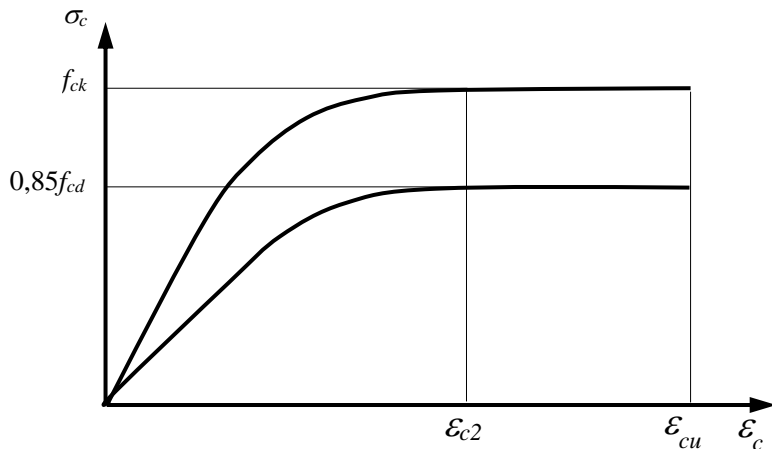
ε_{cu} : deformação específica de encurtamento na ruptura;

σ_c : tensão no concreto;

f_{cd} : resistência à compressão de cálculo ($= f_{ck} / \gamma_c$);

γ_c : coeficiente de ponderação da resistência.

Figura 2.6– Modelo da NBR 6118.



2.3.1.3 Determinação das propriedades do concreto a partir do f_{ck} segundo normas brasileiras

Na fase de projeto de uma estrutura de concreto armado ou quando na falta de resultados experimentais, as propriedades do concreto podem ser estimadas a partir da classe de resistência à compressão (f_{ck}), conforme normas brasileiras sobre o assunto.

Segundo a NBR 6118 (2014), o módulo de elasticidade inicial do concreto (E_{ci}) para classes de concreto entre C20 e C50 pode ser obtido pela equação seguinte, em que f_{ck} está em MPa e o coeficiente α_E varia de acordo com o material do agregado adotado (entre 0,7 e 1,2):

$$E_{ci} = \alpha_E 5600 f_{ck}^{1/2} \quad (2.15)$$

e para concretos de classes entre C55 e C90:

$$E_{ci} = 21,5 \times 10^3 \alpha_E \left(\frac{f_{ck}}{10} + 1,5 \right)^{1/3} \quad (2.16)$$

O módulo de elasticidade secante E_{cs} pode ser obtido a partir do

E_{ci} :

$$E_{cs} = \alpha_i E_{ci} \quad (2.17)$$

em que:

$$\alpha_i = 0,8 + 0,2 \frac{f_{ck}}{10} \leq 1,0$$

O módulo de elasticidade transversal é definido em função do E_{cs} :

$$G = \frac{E_{cs}}{2,4} \quad (2.18)$$

Já a resistência média à tração do concreto, para classes de resistência até C50 pode ser obtida por:

$$f_{ct,m} = 0,3 f_{ck}^{2/3} \quad (2.19)$$

e para concretos de classe entre C55 e C90:

$$f_{ct,m} = 2,12 \ln(1 + 0,11 f_{ck}) \quad (2.20)$$

Para estimar o valor da resistência média a compressão do concreto à partir do f_{ck} , a NBR 12655 (2015) fornece a seguinte relação:

$$f_{cm} = f_{ck} + 1,65 Sd \quad (2.21)$$

em que Sd é o desvio padrão da dosagem do concreto, que quando desconhecido pode ser adotado como 4,0 para condições de preparo do concreto “A”, conforme descreve a NBR 12655 (2015).

As equações acima foram descritas por serem utilizadas nos Capítulos 5 e 6 para a definição das propriedades do concreto dos exemplos teóricos estudados, que foram dimensionados seguindo as normas brasileiras.

2.3.1.4 Concreto confinado

Vários ensaios experimentais, realizados por diferentes autores, mostram que o confinamento do concreto de pilares promovido por armaduras transversais resulta em, além do aumento da resistência do concreto, também no aumento da ductilidade. Exemplos destes estudos são os realizados por Richard *et al.* (1929), Mander *et al.* (1988-b) e Cusson e Paultre (1994).

Assim sendo, em pilares, o confinamento do concreto propiciado por armadura transversal em quantidade e disposição suficiente é essencial para garantir a ductilidade, ajudando a prevenir a flambagem das armaduras longitudinais e a ruptura por cisalhamento, importante providência principalmente para estruturas submetidas a ações sísmicas (MANDER *et al.*, 1988-a). O confinamento se torna ainda mais importante em pilares com concreto de alta resistência, pois, como visto

anteriormente, estes concretos possuem comportamento ainda menos dúctil que os de resistências normais.

Quando um pilar é comprimido axialmente, além da deformação axial ocorre a deformação transversal devido ao efeito de Poisson. Com a presença das armaduras transversais que enlaçam o concreto do pilar, o concreto ao querer se deformar transversalmente é contido pela armadura que, por ter grande rigidez à tração, inibe a deformação transversal do concreto no pilar. Esta situação resulta em uma pressão na interface entre o concreto e armadura transversal, que induz a um estado triaxial de tensões de compressão no concreto. Trata-se assim de um confinamento passivo, que aumenta com o nível de compressão axial. A compressão triaxial do concreto resulta em um comportamento diferente do concreto comprimido axialmente, conforme já mencionado no item 2.4.1.1.

As seções circulares são as mais eficientemente confinadas, por permitirem distribuição uniforme das tensões de pressão confinante, diferentemente das seções prismáticas, onde ocorre concentração de tensões nos vértices.

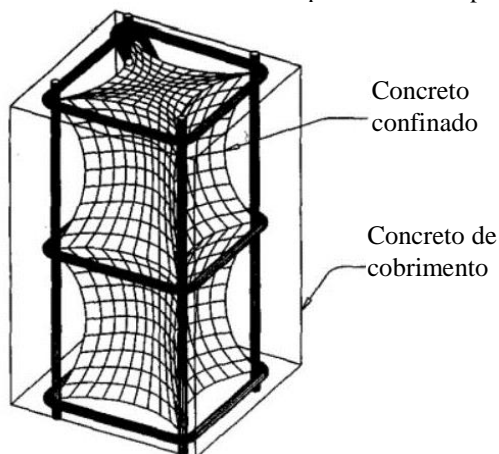
Além do formato da seção transversal, o confinamento do concreto propiciado por meio de estribos pode ser aumentado por diversos aspectos. O menor espaçamento entre os estribos é um deles. Se este for muito grande, não se garante que ocorra o estado triaxial de tensões entre um estribo e outro. Isto se deve ao fato que as tensões de confinamento na direção longitudinal, entre estribos, se distribuem em forma de arco (ver Figura 2.7). Dessa forma, é necessário um espaçamento adequado entre estribos para garantir que o concreto entre os estribos esteja confinado.

Outros aspectos que aumentam o confinamento do concreto, conforme explica Mander *et al.* (1988-a), são: a adição de estribos complementares e dobras dos estribos que atravessam a seção transversal; a distribuição uniforme das armaduras longitudinais ao longo do perímetro da seção; o aumento do volume de armação transversal em relação ao volume de concreto confinado ou aumento da tensão de escoamento da armadura transversal; e, ainda, a utilização de estribos circulares ou em espiral ao invés de estribos retangulares e estribos complementares.

Para o caso de pilares com concreto de alta resistência, há algumas particularidades em relação ao seu comportamento sob confinamento. Cusson e Paultre (1994) explicam que uma das características do comportamento dos pilares de CAR é a súbita separação da camada de cobrimento de concreto, levando a uma perda de capacidade axial antes

de o confinamento lateral se tornar efetivo. Citam também que a ductilidade de pilares de CAR pode ser aumentada por meio de confinamento por estribos, porém em um grau menor que em pilares de CBR.

Figura 2.7 – Confinamento do concreto por estribos em pilar de seção retangular



Fonte: Cusson e Paultre (1994).

Cusson e Paultre (1994) ensaiaram experimentalmente pilares quadrados de concreto de alta resistência ($60\text{MPa} \leq f_c \leq 120\text{MPa}$), com confinamento produzido por armaduras transversais retangulares, com tensão de escoamento (f_y) variando de 400 MPa a 1400 MPa. Os resultados dos ensaios mostraram que, com a adequada e suficiente disposição de armaduras transversais e longitudinais há um ganho de resistência e ductilidade significantes, apesar de não ser um ganho tão expressivo quanto o obtido em pilares de CBR. Os autores mostraram que, quanto maior a resistência do concreto, menores foram os ganhos em resistência e ductilidade. Concluíram também que a taxa de armadura transversal foi o fator de maior impacto positivo no confinamento do concreto, ou seja, quanto maior a taxa, melhor o confinamento.

Outro ponto importante constatado, que difere dos CBR, é que a tensão de escoamento da armadura transversal de confinamento, quando o concreto confinado atinge o pico de compressão, só foi atingida nos pilares com alto índice de confinamento. Desta forma, o aumento da

resistência das armaduras de confinamento só será útil em pilares com alto índice de confinamento.

Diante da comprovada influência que o confinamento por estribos provoca no comportamento do concreto de pilares, resolveu-se considerar este efeito no modelo 3D desenvolvido nesta tese. Assim, faz-se a seguir uma revisão de literatura sobre modelos constitutivos uniaxiais que consideram este efeito, descrevendo-se em detalhes apenas o modelo de Mander *et al.* (1988-a) que foi implementado no programa ANEST/CA.

Modelos constitutivos uniaxiais de compressão para concreto confinado

Para se levar em conta o efeito do confinamento do concreto em pilares de concreto armado pode-se utilizar modelos constitutivos uniaxiais de compressão que consideram em sua formulação o efeito do estado triaxial de tensões. Por meio destes modelos pode-se considerar de forma simplificada o confinamento no concreto em modelos de análise que utilizam modelos constitutivos tensão-deformação uniaxiais, como o proposto nesta tese.

Os primeiros modelos desenvolvidos para o concreto confinado, como menciona Seixas (2003), utilizavam relações simples para determinação das tensões e deformações do concreto sob confinamento ativo por fluidos.

Um dos primeiros estudos, que data do início do século passado, foi o realizado por Richard *et al.* (1928), no qual, em parte do estudo, foram ensaiados experimentalmente cilindros de concreto submetidos a estado triaxial de compressão, com confinamento ativo produzido por pressão hidrostática. Neste estudo, foi observado que, com o confinamento, a resistência axial (na altura do cilindro) era aumentada em 4,1 vezes a pressão lateral aplicada, sendo acompanhada por uma deformação também bem mais elevada.

Em um segundo estudo, Richard *et al.* (1929) ensaiaram pilares cilíndricos curtos com armadura em espiral, e também sem armadura. Baseado nos resultados experimentais obtidos nos dois estudos, foi proposto um modelo de ruptura para o concreto confinado por armaduras em espiral, que relaciona a pressão lateral f_l e a resistência do concreto sob confinamento:

$$f_{cc} = f_{co} + k_1 f_l \quad (2.22)$$

e, para a deformação tem-se:

$$\varepsilon_{cc} = \varepsilon_{co} \left(1 + k_2 \frac{f_l}{f_{co}} \right) \quad (2.23)$$

em que:

f_{cc} : é a resistência axial do concreto confinado;

f_{co} : é a resistência axial do concreto sob compressão axial;

ε_{cc} : é a deformação específica corresponde à f_{cc} ;

ε_{co} : é a deformação correspondente à f_{co} ;

k_1 e k_2 : coeficientes que relacionam a resistência do concreto confinado com a pressão lateral aplicada, determinados pelos autores experimentalmente como $k_1 = 4,1$ e $k_2 = 5k_1$.

Após o modelo de Richard *et al.* (1929), novos estudos foram sendo realizados, e modelos para seções retangulares com confinamento por estribos retangulares começaram a serem desenvolvidos. Dentre estes, cita-se o modelo de Kent e Park (1971) *apud* Mander *et al.* (1988), o qual negligenciava o aumento de resistência do concreto confinado e tinha como objetivo levar em conta o aumento da ductilidade devido ao confinamento por estribos. Mais tarde foram desenvolvidos os modelos de Vellenas *et al.* (1977) e Sheikh e Uzumeri (1980), ambos para pilares com confinamento por estribos retangulares. Mander *et al.* (1988) propuseram um modelo, que ainda é bastante utilizado atualmente, aplicável a seções tanto circulares quanto retangulares, sob carga monotonicamente crescente ou cíclica. Este modelo é descrito adiante, pois este foi incorporado ao modelo desta tese.

Mais recentemente, modelos aplicáveis a pilares de CAR de seção retangular e confinados por estribos vêm sendo desenvolvidos. Citando-se alguns modelos nesta linha, têm-se os modelos propostos por Cusson e Paultre (1995), Attard e Setunge (1996), Razvi e Saatcioglu (1999), Assa *et al.* (2001) e Legeron e Paultre (2003).

Cusson e Paultre (1995) basearam-se em ensaios experimentais de Cusson e Paultre (1994) e também nos ensaios de Nagashima *et al.* (1992), que abrangiam concretos com resistências à compressão entre 60 MPa e 120 MPa, para desenvolverem um modelo. Assim como no modelo de Mander *et al.* (1988), o modelo proposto utiliza o conceito de pressão de confinamento efetivo, que depende da área de confinamento efetivo, e

da tensão na armadura transversal no pico de compressão, que é calculada por um processo iterativo proposto pelos autores.

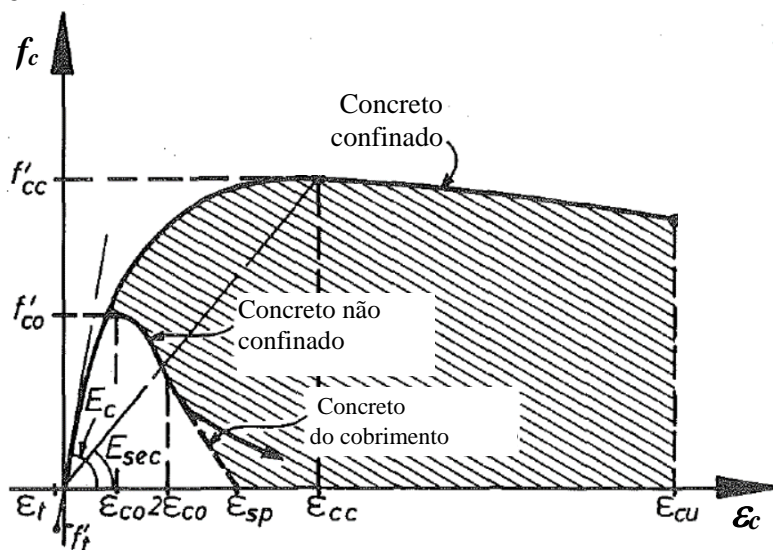
Razvi e Saatcioglu (1999) propuseram um modelo aplicável a CARs e CBRs, e a seções retangulares ou circulares. A relação tensão-deformação proposta é composta por uma curva no ramo ascendente e de uma reta no ramo descendente. Utiliza-se o conceito de pressão efetiva equivalente para determinação da resistência do concreto confinado. O modelo foi comparado a diversos ensaios experimentais apresentando bons resultados.

Legeron e Paultre (2003) modificaram o modelo de Cusson e Paultre (1995) baseando-se em uma gama maior de resultados experimentais, abrangendo concretos com resistências de 27 MPa a 124 MPa, sendo assim, aplicável tanto a pilares de CAR quanto a pilares de CBR. No novo modelo não é mais necessário o processo iterativo para o cálculo da tensão na armadura transversal.

A princípio, tinha-se o objetivo de implementar no programa ANEST/CA também um modelo de concreto confinado para pilares de CAR; porém, como os estudos iniciais realizados nesta tese são voltados a estruturas de CBR, decidiu-se deixar esse objetivo como recomendação para trabalhos futuros. A seguir descreve-se o modelo de Mander *et al.* (1988-a) implementado no programa ANEST/CA.

Modelo de Mander et al.

Mander *et al.* (1988-a) desenvolveram um modelo bastante abrangente, aplicável a seções tanto retangulares quanto circulares, sob carga estática ou dinâmica, monotonicamente crescente ou cíclica, com qualquer configuração de armadura transversal, seja retangular, circular ou espiral. Este modelo utiliza o conceito de área de núcleo efetivamente confinada, proposto inicialmente por Sheikh e Uzumeri (1982), de forma a considerar a influência de parâmetros como disposição e espaçamento das armaduras de confinamento, e tipo de geometria da seção (RAZVI; SAATCIOGLU, 1999). A curva tensão-deformação do modelo, que considera o confinamento do concreto propiciado pelos estribos, está ilustrada na Figura 2.8.

Figura 2.8 – Modelo de Mander *et al.*

Fonte: Mander *et al.* (1988-a).

Descreve-se a seguir a formulação para carga estática e seção transversal retangular. A equação constitutiva do modelo, descrita abaixo, foi baseada na expressão proposta por Popovics (1973).

$$\sigma_c = \frac{f'_{cc} \cdot x \cdot r}{r - 1 + x^r} \quad (2.24)$$

onde:

$$x = \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{cc}} \quad (2.25)$$

$$\epsilon_{cc} = \epsilon_{co} \left[1 + 5 \left(\frac{f'_{cc}}{f'_{co}} - 1 \right) \right] \quad (2.26)$$

$$r = \frac{E_c}{(E_c - E_{sec})} \quad (2.27)$$

$E_c = 5000\sqrt{f'_{co}}$: módulo de elasticidade tangente inicial, com f'_{co} em MPa;

$$E_{sec} = \frac{f'_{cc}}{\epsilon_{cc}} : \text{módulo de elasticidade secante do concreto};$$

sendo:

f'_{cc} : tensão máxima de compressão do concreto confinado;

ϵ_{cc} : deformação correspondente a f'_{cc} ;

f'_{co} : tensão máxima de compressão do concreto não confinado;

ϵ_{co} : deformação correspondente a f'_{co} .

Falta ainda determinar a resistência no pico, f_{cc} , sendo para isso necessário determinar o coeficiente de efetividade do confinamento k_e . Este define a porcentagem de área de concreto da seção transversal que está confinada, levando-se em conta o efeito de arco que ocorre entre as armaduras transversais e entre as armaduras longitudinais. A Figura 2.9 ilustra as áreas de efetividade do confinamento em uma seção transversal retangular (Corte Z-Z) e entre um estribo e outro no comprimento do elemento (Corte Y-Y), mostrando o efeito de arco.

A equação do coeficiente de efetividade do confinamento, k_e , para seção retangular é determinada por:

$$k_e = \frac{\left(1 - \sum_{i=1}^n \frac{(w'_i)^2}{6b_c d_c}\right) \left(1 - \frac{s'}{2b_c}\right) \left(1 - \frac{s'}{2d_c}\right)}{1 - \rho_{cc}} \quad (2.28)$$

onde:

n : número de barras longitudinais;

w' : distância entre as barras longitudinais;

s' : espaçamento dos estribos medido entre as superfícies internas das barras;

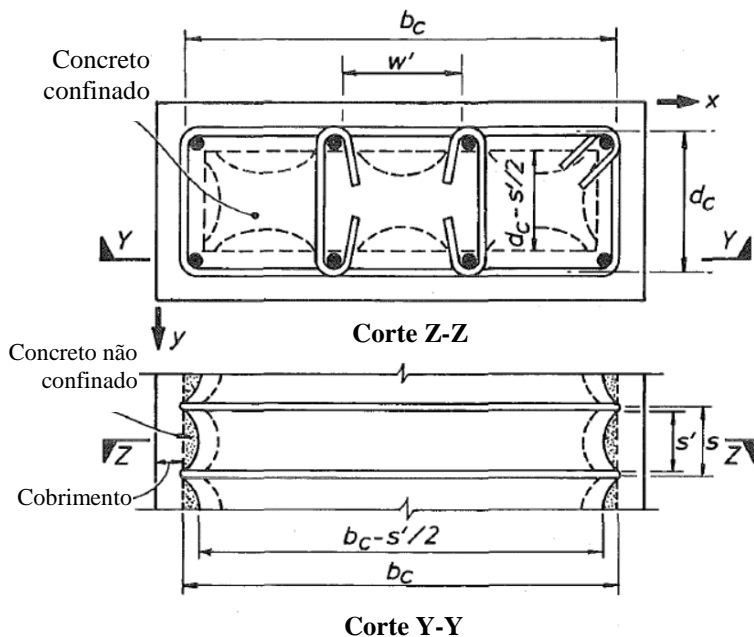
b_c : dimensão do núcleo de concreto, medido entre os eixos do estribo perimetral na direção x;

d_c : dimensão do núcleo de concreto, medido entre os eixos do estribo perimetral na direção y;

$$\rho_{cc} = \frac{A_s}{A_c} : \text{razão entre a área de armadura longitudinal } A_s \text{ e a do núcleo}$$

de concreto $A_c = b_c d_c$ (área delimitada pela linha central da armadura transversal).

Figura 2.9 – Efetividade do confinamento do concreto



Fonte: Mander *et al.* (1988-a).

Tem-se ainda que determinar a pressão efetiva de confinamento, f'_l , que é obtida pela expressão:

$$f'_l = k_e \rho_s f_{yh} \quad (2.29)$$

onde:

ρ_s : taxa de armadura transversal;

f_{yh} : tensão de escoamento do aço da armadura transversal.

Em uma seção retangular, é possível que os elementos estruturais tenham diferentes taxas de armadura transversal nas direções x e y . Sendo este o caso, deve-se calcular a pressão de confinamento para cada direção. A taxa de armadura transversal para cada direção será:

$$\rho_{sx} = \frac{A_{sx}}{s d_c} \quad (2.30)$$

$$\rho_{sy} = \frac{A_{sy}}{s b_c} \quad (2.31)$$

onde:

ρ_{sx} : taxa de armadura transversal na direção x;

ρ_{sy} : taxa de armadura transversal na direção y;

A_{sx} : área total das barras transversais na direção x;

A_{sy} : área total das barras transversais na direção y;

S: espaçamento entre estribos medido entre eixos.

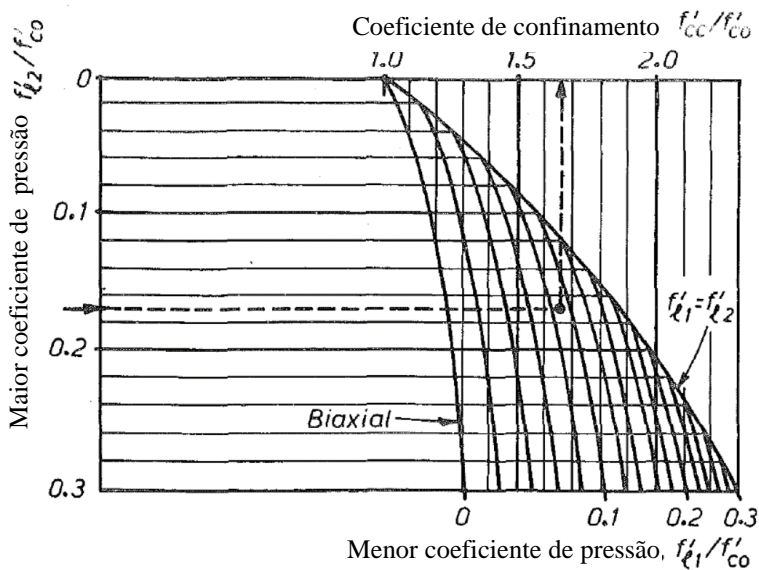
Assim, a pressão efetiva de confinamento nas direções x e y pode ser calculada por:

$$f'_{lx} = k_e \rho_{sx} f_{yh} \quad (2.32)$$

$$f'_{ly} = k_e \rho_{sy} f_{yh} \quad (2.33)$$

O aumento da resistência do concreto confinado, f'_{cc}/f'_{co} , é obtido utilizando-se o gráfico mostrado na Figura 2.10, entrando-se com os valores de f'_{lx}/f'_{co} e f'_{ly}/f'_{co} , sendo f'_{l1} correspondente ao menor valor e f'_{l2} ao maior valor entre f'_{lx} e f'_{ly} .

Figura 2.10 – Gráfico para determinação da resistência do concreto confinado.



Fonte: Mander *et al.* (1988-a).

2.3.2 Aço

As armaduras de aço nos elementos estruturais de concreto armado suportam basicamente esforços axiais. Desta forma, é suficiente conhecer as propriedades do aço submetido a um estado uniaxial de tensão. O comportamento do aço à compressão e à tração é similar e é comum adotar-se assim a mesma relação tensão-deformação para ambos. As propriedades do aço são obtidas por meio de ensaios experimentais e estas são influenciadas pelo processo de fabricação: tratamento a quente, ou tratamento a frio. O processo de tratamento a quente leva ao aço apresentar, em sua relação tensão-deformação, um patamar de escoamento; os aços estruturais das classes CA25 e CA-50 são obtidos por este processo. Já o aço obtido por tratamento a frio (ou encruamento), não apresenta um patamar de escoamento; inclui-se nesse grupo o aço CA-60.

Em comparação com o concreto, o aço é um material bem menos complexo, sendo que as suas propriedades não são normalmente influenciadas pelas condições climáticas nem variam ao longo do tempo. Desta forma, os modelos constitutivos para o aço também são mais simples do que os para o concreto. Os modelos constitutivos tensão-deformação mais utilizados para o aço estão representados nas figuras seguintes. No primeiro gráfico, Figura 2.11, está o modelo elástico-plástico perfeito, modelo este que é recomendado pela NBR 6118 (2007). Na Figura 2.12 está ilustrado o modelo elasto-plástico com endurecimento linear e na Figura 2.13 o modelo trilinear.

Figura 2.11 – Modelo elástico-plástico perfeito.

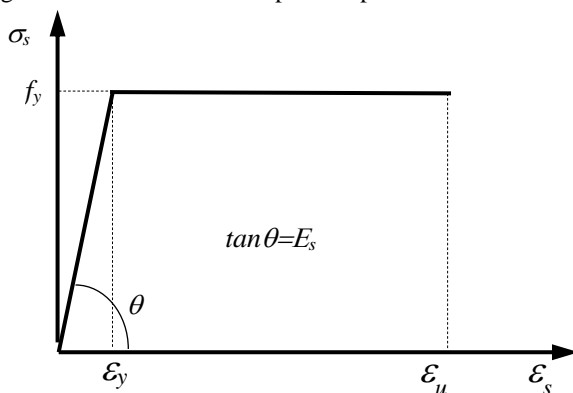


Figura 2.12 – Modelo elasto-plástico com endurecimento linear.

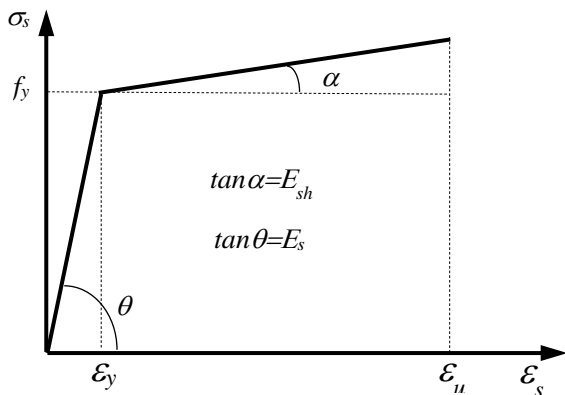
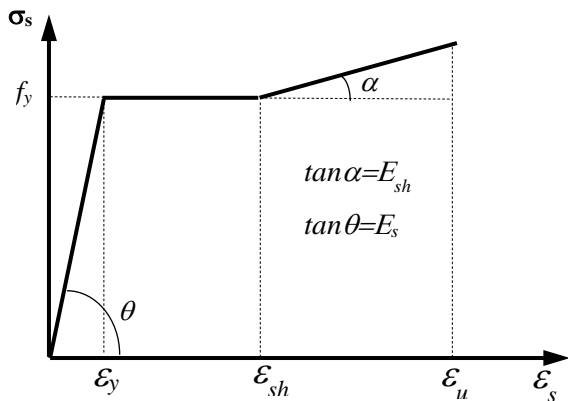


Figura 2.13 – Modelo trilinear.

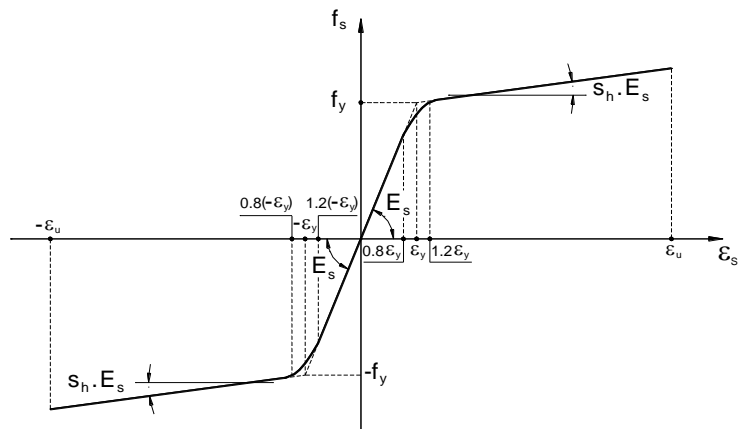


Dentre os modelos citados adota-se neste trabalho o modelo descrito a seguir.

2.3.2.1 Modelo Elasto-Plástico alterado por La Rovere (1990)

O aço submetido à tração e à compressão é considerado um material elasto-plástico com diagrama tensão-deformação dado por uma curva bilinear (Figura 2.4).

Figura 2.14 – Curva tensão-deformação para o aço



Fonte: Stramandinoli (2007).

Adota-se o mesmo modelo para tração e compressão. Para evitar problemas de convergência e oscilações no processo iterativo, adota-se uma curva parabólica de interpolação entre os trechos retilíneos do regime elástico e plástico, de $0,8$ a $1,2\varepsilon_y$ conforme La Rovere (1990). Neste modelo pode-se considerar ou não o encruamento do aço *strain-hardening*, através do coeficiente denominado s_h , que é a razão entre os módulos no regime plástico e no regime elástico.

As equações do diagrama tensão-deformação são dadas por:

para $\varepsilon_s < 0,8\varepsilon_y$:

$$\sigma_s = E_s \varepsilon_s \quad (2.34)$$

$$E_s^t = E_s^s = E_s \quad (2.35)$$

para $0,8\varepsilon_y \leq \varepsilon_s \leq 1,2\varepsilon_y$:

$$\sigma_s = E_s \left[(s_h - 1) \varepsilon_s \frac{\varepsilon_s}{0,8\varepsilon_y} + (3 - 2s_h) - \varepsilon_s - 0,8\varepsilon_y (1 - s_h) \right] \quad (2.36)$$

$$E_s^t = E_s \left[(2s_h - 2) \frac{\varepsilon_s}{0,8\varepsilon_y} + (3 - 2s_h) \right] \quad (2.37)$$

$$E_s^s = \frac{\sigma_s}{\varepsilon_s} \quad (2.38)$$

para $\varepsilon_s > 1,2\varepsilon_y$:

$$\sigma_s = f_y + S_h E_s (\varepsilon_s - \varepsilon_y) \quad (2.39)$$

$$E_s^s = \frac{\sigma_s}{\varepsilon_s} \quad (2.40)$$

onde:

f_y : tensão de escoamento do aço;

ε_y : é a deformação correspondente a f_y ;

ε_u : deformação última;

E_s : módulo de elasticidade do aço sendo E_s^s o módulo secante e E_s^t o módulo tangente;

s_h : parâmetro de enrijecimento após o escoamento, que pode ser nulo no caso de patamar horizontal.

2.3.3 O Concreto armado

O concreto armado, resultado da combinação do concreto com armaduras de aço, apresenta um comportamento mais complexo em comparação ao do concreto simples. Esta complexidade se deve à baixa resistência do concreto à tração, que fissura já para baixos valores de tensões em comparação com a resistência da armadura de aço. Devido à aderência existente entre o concreto e armadura, após o concreto estar fissurado, o concreto entre as fissuras ainda é solicitado, ocorrendo a transferência de tensões do concreto entre as fissuras para as armaduras de aço. Desta forma, o concreto depois de fissurado ainda contribui para a rigidez da peça de concreto armado, sendo este fenômeno denominado *tension-stiffening*. Assim, a qualidade da aderência entre concreto e armadura irá influenciar na distribuição e abertura de fissuras e, consequentemente, na rigidez da peça.

Existem diferentes caminhos para a modelagem do concreto armado. Em modelos de elementos finitos de barra, sob estado uniaxial de tensão, a modelagem da ligação concreto-armadura pode ser feita basicamente, de duas formas. Como explica La Rovere (2012), pode-se utilizar elementos de contato, que fazem a ligação entre o concreto e a armadura, como elementos de mola ou de interface, em que as propriedades de aderência são introduzidas por meio de modelos

constitutivos. Outra forma é considerar a ligação direta entre concreto e aço, admitindo-se compatibilidade perfeita entre as deformações do concreto e da armadura de aço adjacente (aderência perfeita). Nesta segunda forma, alteram-se os modelos constitutivos dos materiais, ou do aço ou do concreto, para se levar em conta o efeito *tension-stiffening*.

Esta última forma vem sendo mais adotada na modelagem de estruturas de concreto armado por ser de mais simples implementação computacional e também mais econômica em termos de esforço computacional. No que diz respeito aos resultados, este tipo de modelagem é adequado para análise de elementos de concreto armado (vigas, pilares) em geral, com exceção dos casos em que o elemento estrutural rompe por deslizamento de armadura, causado, por exemplo, por inadequada ancoragem da armadura no concreto, ou ainda, nos casos em que se deseja estudar a ancoragem das armaduras.

Já para o estado biaxial de tensões, existe um maior número de possibilidades para modelar estruturas de concreto armado por meio do MEF. Para modelagem da armadura dentro da malha de elementos finitos pode-se citar o modelo discreto e o modelo distribuído, e ainda o modelo incorporado, no qual a armadura é representada dentro do elemento em uma posição qualquer. Para o concreto antes de fissurar, utilizam-se de modelos constitutivos para o estado biaxial de tensões, como por exemplo o modelo ortotrópico de Darwin e Pecknold (1977). Para modelagem do concreto fissurado, pode-se utilizar de modelos de fissuras distribuídas, fissuras discretas ou ainda de modelos de fissura incorporada, como o desenvolvido por d'Avila (2003).

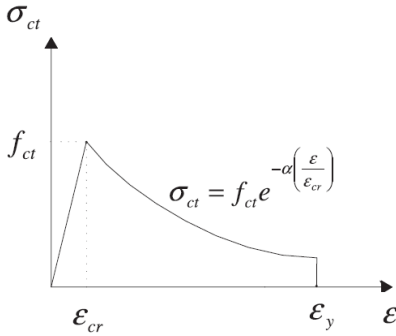
Nesta tese, adota-se a hipótese de aderência perfeita entre armadura e concreto, utilizando-se para consideração do efeito *tension-stiffening* um modelo constitutivo para o concreto fissurado alterando-se a equação constitutiva do concreto sob tração. O modelo citado é descrito a seguir e, após, decreve-se também o modelo de Carreira e Chu (1986), por este ser adotado no modelo de análise estrutural de Marí (2000) que é usado nos estudos de validação do modelo proposto nesta tese.

2.3.3.1 Modelo proposto por Stramandinoli e La Rovere (2008)

Este modelo de *tension-stiffening* é baseado no modelo constitutivo do CEB (1985) e utiliza o conceito de decaimento exponencial do modelo de Gupta e Maestrini (1990). Neste modelo modifica-se a equação constitutiva do concreto após a fissuração,

considerando um decaimento exponencial em função de um parâmetro α , que é obtido em função da taxa de armadura e da relação entre os módulos de elasticidade do concreto e do aço. A equação que define o parâmetro α foi obtida por Stramandinoli e La Rovere (2008) a partir do modelo do CEB (1985).

Figura 2.15 – Modelo de *tension-stiffening* proposto por Stramandinoli e La Rovere.



Fonte: Stramandinoli e La Rovere (2012).

Para $\varepsilon_t \leq \varepsilon_{cr}$:

$$\sigma_{ct} = E_c \varepsilon_t \quad (2.41)$$

e quando $\varepsilon_{cr} < \varepsilon_t \leq \varepsilon_y$:

$$\sigma_{ct} = f_{ct,m} e^{-\alpha \left(\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_{cr}} \right)} \quad (2.42)$$

$$\alpha = 0,017 + 0,255(n\rho) - 0,106(n\rho)^2 + 0,016(n\rho)^3 \quad (2.43)$$

para $\varepsilon_t > \varepsilon_y$: $\sigma_{ct} = 0$

onde:

σ_{ct} : tensão de tração no concreto;

$f_{ct,m}$: resistência média à tração do concreto;

ε_t : deformação no concreto;

$\varepsilon_{cr} = \frac{f_{ct,m}}{E_c}$: deformação correspondente ao início da fissuração;

ε_y : deformação específica correspondente ao escoamento do aço;

$n = \frac{E_s}{E_c}$: relação entre o módulo de elasticidade do aço e do concreto;

ρ : taxa de armadura, calculada com a área de concreto tracionada.

Para a aplicação deste modelo em vigas submetidas à flexão, pode-se estimar a altura efetiva da zona tracionada em que será considerado o efeito por meio de uma equação recomendada pelo Código Modelo CEB-FIP 1990:

$$h_{ef} = 2,5(h - d) < \frac{h - x}{3} \quad (2.44)$$

onde:

h : altura total da seção da viga

d : altura útil

x : altura da zona comprimida.

Admitindo-se usualmente que $h - d \cong 0,1h$, tem-se que: $h_{ef} \cong \frac{h}{4}$.

2.3.3.2 Modelo de Carreira e Chu (1986)

Este modelo para o concreto tracionado é baseado no modelo proposto pelos mesmos autores (CARREIRA; CHU, 1985) para o concreto sob compressão. O modelo baseado na relação tensão-deformação leva em conta o efeito *tension-stiffening* que é considerado por meio da adequada escolha dos parâmetros presentes na equação.

$$\sigma_{ct} = \frac{f_{ct,m} \beta \left(\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_{cr}} \right)}{\beta - 1 + \left(\frac{\varepsilon_t}{\varepsilon_{cr}} \right)^\beta} \quad (2.45)$$

em que β é um parâmetro empírico estimado entre 1,56 e 2,1 por Carreira e Chu (1985).

CAPÍTULO 3

MODELO DE EF PARA ANÁLISE NÃO LINEAR DE PÓRTICOS 3D

Neste capítulo é apresentado o modelo de EF para análise não linear de edifícios de concreto armado (modelo 3D) proposto nesta tese de doutorado. Primeiramente o modelo de EF para análise não linear de vigas e pórticos planos de concreto armado (modelo 2D), desenvolvido por Stramandinoli (2007), foi estudado de forma a ter-se um melhor embasamento teórico para desenvolver e descrever o modelo 3D proposto, cuja formulação é uma extensão do modelo 2D. Apresenta-se apenas um resumo do modelo 2D no item 3.2, sendo que a formulação completa é encontrada em Stramandinoli (2007). O modelo 3D foi implementado no programa computacional denominado ANEST/CA, descrito no Capítulo 4.

3.1 MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS

O método de elementos finitos (MEF) é amplamente utilizado nas engenharias, sendo este um método numérico eficiente para solução de problemas de meio contínuo. Consiste na divisão de um meio contínuo em elementos de dimensões finitas, denominados elementos finitos, que são ligados entre si por pontos nodais contidos no contorno, transformando assim o sistema contínuo em um sistema discreto formado por uma malha de elementos. Desta forma, o meio contínuo que contém infinitos pontos e, portanto, infinitas incógnitas a determinar, reduz-se a um número finito de incógnitas correspondente ao número de pontos vezes o número de incógnitas em cada ponto nodal da malha de elementos finitos.

O chamado Modelo de Deslocamentos do MEF, em que os deslocamentos são as incógnitas, é o mais utilizado em Engenharia de Estruturas pela simplicidade da formulação, generalidade e boas propriedades numéricas (BATHE, 1982). Portanto, ao invés de se determinar uma função admissível que descreva todo o campo de deslocamentos do domínio do problema, arbitra-se o campo de deslocamentos de cada elemento finito em função dos deslocamentos nodais. Assim, o equilíbrio do meio contínuo é trocado pelo equilíbrio de cada elemento finito isolado, transformando-se as equações diferenciais de equilíbrio por equações algébricas de equilíbrio do elemento. A partir

das equações de cada elemento, obtém-se o sistema de equações de equilíbrio da estrutura, modelada por uma malha de elementos, da mesma forma que em análise matricial ($\tilde{K}\tilde{U} = \tilde{F}$), sendo \tilde{K} a matriz de rigidez, \tilde{U} o vetor de deslocamentos nodais e \tilde{F} o vetor de forças nodais da estrutura).

Sob o enfoque variacional, o MEF pode ser considerado uma modificação do Método de Rayleigh-Ritz, sendo o domínio de integração do problema subdividido em regiões menores. A solução obtida para o problema estudado é uma solução aproximada, que pode convergir para a solução exata à medida que se refina a malha e/ou se utilizam elementos que melhor representam o problema, com campo de deslocamentos de cada elemento arbitrado de forma adequada, e atendendo-se às condições de convergência do método, similares às do Método de Rayleigh-Ritz (LA ROVERE, 2002).

O desenvolvimento do método é bastante amplo, tendo-se disponível elementos finitos de variadas formas, permitindo a modelagem de estruturas de formatos geométricos diversos. Na modelagem de estruturas de concreto armado podem ser utilizados elementos finitos de barras, placas, cascas ou ainda sólidos, buscando sempre a melhor representação da estrutura real. A utilização de elementos de barras para modelagem de pórticos de estruturas de concreto armado, composto por pilares e vigas, apesar de ser a opção mais simplificada, é ainda, a mais utilizada. Se esta modelagem for somada a uma adequada formulação e a um número de elementos suficientes para bem representar a estrutura em questão, resultará em um modelo com resultados similares aos de modelos que utilizam, por exemplo, elementos planos ou sólidos. Os modelos que utilizam elementos de barras possuem a vantagem de terem formulação mais simples, além de demandarem menor esforço computacional e tempo de processamento em comparação com os modelos que utilizam elementos planos ou sólidos.

No modelo desenvolvido neste trabalho, utilizam-se elementos de barra para modelar as vigas e pilares dos pórticos e a formulação do MEF em termos de deslocamentos. A seguir descreve-se sucintamente o modelo 2D no qual se baseia o modelo 3D proposto neste trabalho, o qual será então descrito na sequência.

3.2 MODELO DE EF PARA ANÁLISE NÃO LINEAR DE VIGAS E PÓRTICOS PLANOS DE CONCRETO ARMADO

Como mencionado, o modelo de barras 2D no qual se baseia o modelo 3D proposto foi desenvolvido por Stramandinoli (2007). A autora citada adicionou a formulação de NLG e aprimorou a formulação de NLF no modelo desenvolvido inicialmente por Chimello (2003), e implementou o modelo 2D no programa ANALEST. No modelo 2D desenvolvido por Stramandinoli (2007), pode-se tanto usar elementos baseados na teoria da viga de Euler-Bernoulli, na qual as seções planas permanecem planas e normais à linha neutra após a deformação, desprezando-se a deformação por cisalhamento, como também baseados na teoria de viga de Timoshenko, a qual leva em conta a deformação por cisalhamento.

Para a consideração da não linearidade geométrica, utiliza-se a simplificação de rotações moderadas na formulação do modelo, visto que, em vigas e pórticos planos de concreto armado, têm-se rotações que não devem ser grandes devido às condições de utilização. É utilizada a Formulação Lagrangeana Total, pela facilidade de implementação computacional.

Para consideração da não linearidade física, a seção transversal dos elementos é discretizada em camadas, e considera-se que cada camada está submetida a um estado uniaxial de tensões. São adotados modelos constitutivos baseados na relação tensão-deformação dos materiais concreto e aço. Considera-se o efeito de *tension-stiffening* para o concreto entre fissuras e o aço das armaduras é modelado como um material elasto-plástico com encruamento. O aço e o concreto são considerados materiais homogêneos e admite-se que há aderência perfeita entre os materiais. Os esforços totais em cada seção são encontrados superpondo-se os esforços resultantes das tensões nas camadas de concreto com os provenientes das tensões nas armaduras longitudinais de aço.

O elemento finito de barra adotado no modelo possui três nós, dois nós nas extremidades do elemento com três graus de liberdade, e um nó interno localizado no meio do comprimento com apenas um grau de liberdade (deslocamento axial).

Na formulação tradicional do elemento de barra de dois nós, o deslocamento longitudinal u_0 é aproximado utilizando-se um polinômio de 1º grau, e, para o deslocamento transversal, v , polinômio de 3º grau, criando assim uma diferença de 2 graus entre as equações. Na formulação

do elemento, em que se adota a hipótese de Euler-Bernoulli, o deslocamento longitudinal será: $u = u_0 - y \frac{dv}{dx}$. No comportamento não

linear físico do concreto armado, o centroide se move ao longo da altura da seção durante o processo de carregamento, tendo diferentes alturas também ao longo do elemento. Blaauwendraad (1972) explica que, se o eixo axial do elemento não coincide com o centroide, a diferença entre os polinômios de deslocamento axial u_0 e o transversal v deve ser de apenas um grau para haver consistência da formulação.

Blaauwendraad (1972) foi o primeiro a adotar o terceiro nó com deslocamento axial no elemento de barra, de modo que u_0 seja representado por um polinômio do 2º grau, capturando, assim, a variação da altura da linha neutra ao longo do elemento, devido às não linearidades dos materiais, e garantindo a consistência da equação de u no plano xy . A não inclusão deste nó tende a enrijecer o elemento, visto que, tendo o deslocamento axial uma função linear, a deformação axial será constante ao longo do elemento ($\varepsilon_0(x) = \frac{du_0}{dx}$), o que levaria a uma restrição da

deformação, não representando corretamente a não linearidade física ao longo do elemento. Outros autores também adotaram o terceiro nó com deslocamento axial, como Aldstedt (1975), Chan (1982), Marí (1984) e Marí (2000).

Além dos modelos com elemento de barra baseado na teoria de viga de Euler-Bernoulli e na de Timoshenko, Stramandinoli (2007) desenvolveu um modelo que utiliza elementos planos para modelar a ligação viga-pilar. Por meio de comparação entre os resultados obtidos pelos três diferentes modelos e resultados experimentais de vigas e pórticos de pequeno porte, foi demonstrado que, quando for o caso de pórtico ou viga com comportamento predominante à flexão, o modelo de barra de Euler-Bernoulli fornece resultados semelhantes aos fornecidos pelo modelo de Timoshenko, com a vantagem de exigir um esforço computacional menor. Desta forma, justifica-se a adoção do modelo com hipótese de Euler-Bernoulli neste trabalho, visto que deseja-se desenvolver um modelo voltado a estruturas, pórticos e edifícios de concreto armado, com comportamento estrutural predominante de flexão.

Em relação ao modelo 2D adotado como base do modelo 3D, os resultados obtidos por este foram comparados com os resultados de ensaios experimentais de vigas biapoçadas e vigas contínuas por Stramandinoli (2007) e posteriormente por Junges (2011), mostrando boa correlação entre modelo analítico e experimental, para o caso de vigas

com comportamento predominante de flexão. Stramandinoli (2007) também comparou os resultados do modelo com resultados experimentais obtidos para pórticos planos de até dois andares, obtendo boa correlação. Ainda na mesma linha de pesquisa, Gelatti (2012) comparou os resultados deste mesmo modelo 2D com modelos analíticos de outros autores para pórticos planos de vários andares, obtendo também boa concordância entre resultados. A seguir apresenta-se a formulação do modelo 3D proposto.

3.3 MODELO DE EF PARA ANÁLISE NÃO LINEAR DE PÓRTICOS 3D E EDIFÍCIOS DE CA

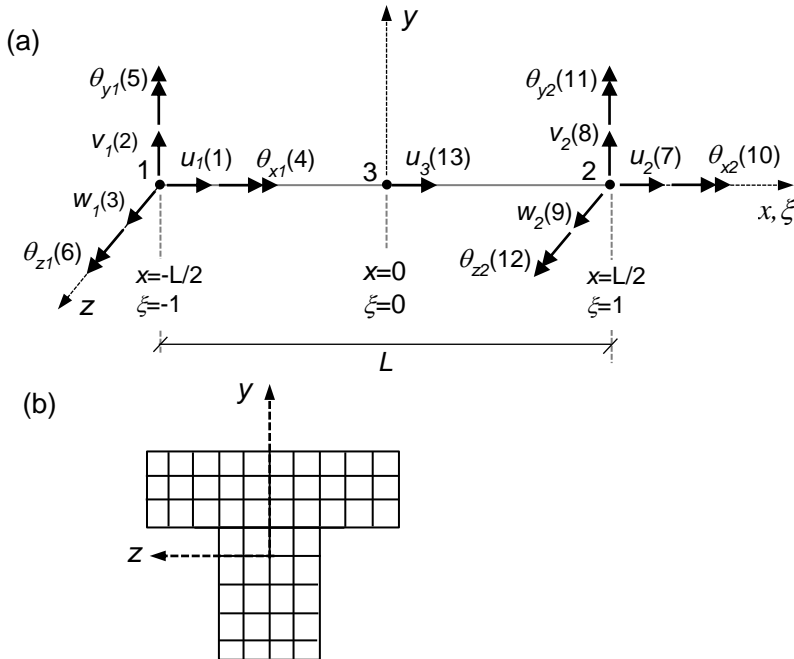
Neste item apresentada-se a formulação do modelo 3D proposto neste trabalho. Primeiramente descreve-se a formulação do elemento finito de pórtico 3D, que foi baseada nas formulações apresentadas por Chan (1982) e Marí (1984), e nas descrições da formulação do EF de pórtico plano apresentadas anteriormente por Chimello (2003), Stramandinoli (2007), Junges (2011) e Gelatti (2012). Admitem-se as mesmas hipóteses apresentadas na formulação 2D, em que adota-se a teoria da viga de Euler-Bernoulli, na qual despreza-se a deformação por cisalhamento, e, no caso de elemento de pórtico 3D, despreza-se também a deformação devido à torção na formulação do modelo. A torção do elemento será considerada desacoplada dos demais esforços (axial e de flexão) de forma a simplificar a formulação.

O elemento finito de barra para pórtico espacial adotado no modelo possui 3 nós, sendo 2 nós nas extremidades do elemento com 6 graus de liberdade (3 de translação: u , v , w ; e 3 de rotação: θ_x , θ_y , θ_z), e um nó interno localizado no meio do comprimento com apenas um grau de liberdade (deslocamento axial $u(13)$), conforme mostra a Figura 3.1. A seção transversal do elemento pode ter formato retangular ou seção T, de forma a permitir na modelagem de edifícios a contribuição da laje na rigidez à flexão das vigas de forma simplificada, conforme mencionado no item 2.1.4.3.

Para consideração da não linearidade física, a seção transversal dos elementos é discretizada em filamentos, ao invés de camadas, mas considerando-se da mesma forma que cada filamento está submetido a um estado uniaxial de tensões (ver Figura 3.1). São adotados modelos constitutivos baseados na relação tensão-deformação para os filamentos de concreto e filamentos de armadura de aço submetidos à tensão

uniaxial. Estes modelos são os mesmos adotados para o modelo 2D e estão descritos no item 3.3.7. A novidade é a adição de um modelo constitutivo simplificado para a seção transversal do elemento submetido à torção, baseado na relação momento torsor - ângulo de torção por unidade de comprimento, modelo semelhante ao adotado por Chan (1982) e Marí (2000). A adoção de um modelo simplificado para se calcular a rigidez da seção transversal do elemento à torção se justifica pelo fato deste modelo 3D ser destinado à análise de estruturas de edifícios, em que o esforço de momento torsor é em geral muito pequeno, quando presente. O modelo constitutivo para torção está descrito no item 3.3.7.1.

Figura 3.1 – a) Elemento de barra de três nós para pórtico 3D; b) seção transversal (T) discretizada em filamentos.



Os esforços totais em cada seção são encontrados superpondo-se os esforços resultantes das tensões nos filamentos de concreto com os provenientes das tensões nas armaduras longitudinais de aço. Outro refinamento em relação ao modelo 2D é a consideração do confinamento do concreto propiciado pelos estribos, que será considerado por meio de

modelo constitutivo para o concreto sob compressão uniaxial que considera na formulação este efeito. Tem-se, ainda, a adição de modelo constitutivo para o concreto sob compressão uniaxial que abrange também concretos de alta resistência.

Após a descrição da formulação e dos modelos constitutivos utilizados apresenta-se o modelo para consideração de diafragma rígido na análise de edifícios.

3.3.1 Formulação para análise linear

Na formulação linear adotam-se as hipóteses de que o material concreto armado apresenta comportamento elástico linear e que os elementos sofrem pequenos deslocamentos e pequenas deformações específicas.

Utiliza-se a formulação isoparamétrica, sendo que para o eixo longitudinal do elemento adota-se a coordenada natural ξ , mantendo-se as coordenadas y e z para os eixos transversais, conforme mostra a Figura 3.1. Admite-se que o elemento de concreto armado tem seção transversal de área A , comprimento L e módulo de elasticidade E .

Adotando-se as hipóteses de Euler-Bernoulli e admitindo-se que para pequenas rotações a tangente de um ângulo é igual ao próprio ângulo, o deslocamento longitudinal de um ponto qualquer da seção transversal pode ser obtido, conforme ilustra a Figura 3.2, por meio da seguinte equação, dada em função das rotações θ_y e θ_z :

$$u(x, y, z) = u_0(x) - y\theta_z(x) + z\theta_y(x) \quad (3.1)$$

e, como admitem-se pequenas rotações, tem-se que:

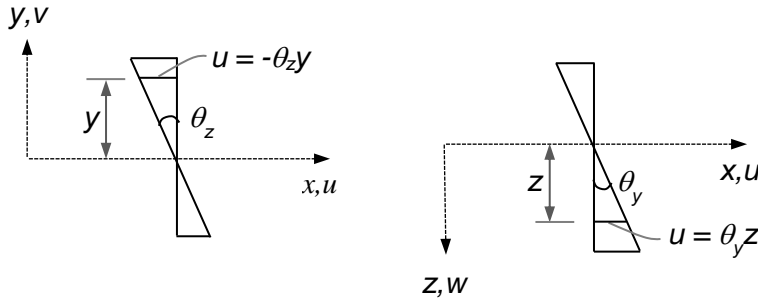
$$\theta_z \cong \frac{dv}{dx} \quad (3.2)$$

$$\theta_y \cong -\frac{dw}{dx} \quad (3.3)$$

Reescrevendo-se a Equação (3.1), o deslocamento longitudinal em um ponto genérico fica:

$$u(x, y, z) = u_0(x) - y\frac{dv}{dx}(x) + z\left(-\frac{dw}{dx}(x)\right) \quad (3.4)$$

Figura 3.2 – Componentes de deslocamento longitudinal em um ponto genérico da seção devido à flexão nos planos xy e xz .



Utilizando-se da coordenada natural ξ para a coordenada longitudinal do elemento (x), a equação anterior se torna:

$$u(\xi, y, z) = u_0(\xi) - y \frac{dv}{dx}(\xi) + z \left(-\frac{dw}{dx}(\xi) \right) \quad (3.5)$$

sendo $u_0(\xi)$ o deslocamento axial (no eixo do elemento), $v(\xi)$ e $w(\xi)$ os deslocamentos nas direções dos eixos y e z , respectivamente.

Os campos de deslocamento do elemento ($u_0(\xi)$, $v(\xi)$ e $w(\xi)$) podem ser expressos em função dos deslocamentos nodais por meio de funções de interpolação:

$$u_0(\xi) = N_1 u_1 + N_7 u_2 + N_{13} \alpha_1 \quad (3.6)$$

$$v(\xi) = N_2 v_1 + N_6 \theta_{z1} + N_8 v_2 + N_{12} \theta_{z2} \quad (3.7)$$

$$w(\xi) = N_3 w_1 - N_5 \theta_{y1} + N_9 w_2 - N_{11} \theta_{y2} \quad (3.8)$$

As funções de interpolação N_1 , N_7 e N_{13} que descrevem o campo de deslocamentos $u_0(\xi)$ ao longo do elemento, são as mesmas utilizadas para o elemento plano e estão descritas abaixo:

$$N_1 = \frac{(1-\xi)}{2} \quad (3.9)$$

$$N_7 = \frac{(1+\xi)}{2} \quad (3.10)$$

$$N_{13} = 1 - \xi^2 \quad (3.11)$$

E as demais funções de interpolação N_i , conhecidas como polinômios cúbicos de Hermite, usadas para descrever o deslocamento transversal ao longo do elemento em função dos deslocamentos transversais e rotações nodais, são:

$$N_2 = N_3 = 1 - \frac{3}{4}(\xi+1)^2 + \frac{1}{4}(\xi+1)^3 \quad (3.12)$$

$$N_6 = N_5 = \frac{L}{2}(\xi+1) - \frac{L}{2}(\xi+1)^2 + \frac{L}{8}(\xi+1)^3 \quad (3.13)$$

$$N_8 = N_9 = \frac{3}{4}(\xi+1)^2 - \frac{1}{4}(\xi+1)^3 \quad (3.14)$$

$$N_{12} = N_{11} = -\frac{L}{4}(\xi+1)^2 + \frac{L}{8}(\xi+1)^3 \quad (3.15)$$

O parâmetro α_1 está relacionado com o deslocamento axial do nó interno, u_3 (GL número 13), podendo ser obtido com a aplicação de $\xi = 0$ nas funções de interpolação, obtendo-se:

$$u_3(\xi) = \frac{u_1 + u_2}{2} + \alpha_1 \quad (3.16)$$

Os campos de deslocamentos podem ainda ser reescritos de forma matricial:

$$u_0(\xi) = \begin{bmatrix} N_1 & N_7 & N_{13} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \alpha_1 \end{Bmatrix} \quad (3.17)$$

$$v(\xi) = \begin{bmatrix} N_2 & N_6 & N_8 & N_{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_1 \\ \theta_{z1} \\ v_2 \\ \theta_{z2} \end{Bmatrix} \quad (3.18)$$

$$w(\xi) = \begin{bmatrix} N_2 & -N_6 & N_8 & -N_{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_1 \\ \theta_{y1} \\ w_2 \\ \theta_{y2} \end{Bmatrix} \quad (3.19)$$

Os campos de rotações ao longo do elemento podem ser obtidos a partir do campo de deslocamentos transversais. Devido ao uso da coordenada natural, deve-se aplicar a Regra da Cadeia, lembrando que a coordenada x é transformada em coordenada natural ξ a partir do mapeamento (Equação 3.20).

$$x = \frac{\xi}{2} L \quad \xi = \frac{2}{L} x \therefore \frac{d\xi}{dx} = \frac{2}{L} \quad (3.20)$$

$$\theta_y(\xi) = -\frac{dw}{dx} = -\frac{dw}{d\xi} \frac{d\xi}{dx} = -\frac{dw}{d\xi} \frac{2}{L} \quad (3.21)$$

$$\theta_z(\xi) = \frac{dv}{dx} = \frac{dv}{d\xi} \frac{d\xi}{dx} = \frac{dv}{d\xi} \frac{2}{L} \quad (3.22)$$

Inserindo-se as funções de interpolação nas Equações (3.21) e (3.22), obtêm-se as seguintes expressões, onde $N' = \frac{d}{d\xi}$:

$$\theta_y(\xi) = -\frac{2}{L} [N'_2 w_1 - N'_6 \theta_{y1} + N'_8 w_2 - N'_{12} \theta_{y2}] \quad (3.23)$$

$$\theta_z(\xi) = \frac{2}{L} [N'_2 v_1 + N'_6 \theta_{z1} + N'_8 v_2 + N'_{12} \theta_{z2}] \quad (3.24)$$

A curvatura ao longo do elemento é obtida a partir da derivada da rotação em relação a x :

$$\varphi_y(\xi) = \frac{d\theta_y}{dx} = \frac{2}{L} \frac{d\theta_y}{d\xi} = -\frac{4}{L^2} \frac{d^2 w}{d\xi^2} \quad (3.25)$$

$$\varphi_z(\xi) = \frac{d\theta_z}{dx} = \frac{2}{L} \frac{d\theta_z}{d\xi} = \frac{4}{L^2} \frac{d^2 v}{d\xi^2} \quad (3.26)$$

Inserindo-se as derivadas das funções de interpolação nas expressões acima estas ficam sendo:

$$\varphi_y(\xi) = \left[-\frac{6}{L^2} \xi w_1 + \frac{(3\xi-1)}{L} \theta_{y1} + \frac{6}{L^2} \xi w_2 + \frac{(3\xi+1)}{L} \theta_{y2} \right] \quad (3.27)$$

$$\varphi_z(\xi) = \left[\frac{6}{L^2} \xi v_1 + \frac{(3\xi-1)}{L} \theta_{z1} + \frac{(-6\xi)}{L^2} v_2 + \frac{(3\xi+1)}{L} \theta_{z2} \right] \quad (3.28)$$

Falta ainda definir a rotação em torno do eixo x $\theta_x(\xi)$ (ou ângulo de torção), que é adotada com variação linear ao longo do elemento:

$$\theta_x(\xi) = N_1 \theta_{x1} + N_7 \theta_{x2} \quad (3.29)$$

ou matricialmente:

$$\theta_x(\xi) = \begin{bmatrix} N_1 & N_7 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_{x1} \\ \theta_{x2} \end{Bmatrix} \quad (3.30)$$

Observa-se na equação anterior que a rotação devido à torção é livre, o que leva ao desacoplamento dos graus de liberdade de torção dos demais graus de liberdade.

O ângulo de torção por unidade de comprimento φ_x ao longo do eixo x tem valor constante e é obtido derivando-se $\theta_x(\xi)$ em relação a x :

$$\varphi_x = \frac{d\theta_x}{dx} = \frac{d\theta_x}{d\xi} \frac{d\xi}{dx} = \frac{d\theta_x}{d\xi} \frac{2}{L} = -\frac{\theta_{x1}}{L} + \frac{\theta_{x2}}{L} \quad (3.31)$$

e matricialmente:

$$\varphi_x = \left[-\frac{1}{L} \quad \frac{1}{L} \right] \begin{Bmatrix} \theta_{x1} \\ \theta_{x2} \end{Bmatrix} = \underset{\sim T}{B} \underset{\sim T}{U} \quad (3.32)$$

sendo $\underset{\sim T}{B}$ o vetor que relaciona as rotações nodais devido à torção em torno do eixo x , $\underset{\sim T}{U}$, com o ângulo de torção por unidade de comprimento

φ_x .

Para se obter as deformações específicas normais na direção longitudinal x , deriva-se o campo de deslocamento longitudinal em relação a x . A expressão de $\varepsilon_x(\xi, y, z)$, que é a deformação normal em um ponto de abscissa ξ e ordenadas y e z quaisquer do elemento, e a expressão de $\varepsilon_0(\xi)$, que é a deformação axial ao longo do eixo longitudinal do elemento, ficam:

$$\varepsilon_x(\xi, y, z) = \frac{du}{dx} = \frac{du}{d\xi} \frac{2}{L} = \frac{2}{L} \left[\frac{du_0(\xi)}{d\xi} - y \frac{d^2v}{d\xi^2}(\xi) + z \left(-\frac{d^2w}{d\xi^2}(\xi) \right) \right] \quad (3.33)$$

$$\varepsilon_0(\xi) = \frac{2}{L} \frac{du_0(\xi)}{d\xi} = \frac{u_2}{L} - \frac{u_1}{L} - \frac{4}{L} \xi \alpha_1 \quad (3.34)$$

Assim, substituindo-se as Equações (3.27) e (3.28) e a Equação (3.34) na Equação (3.33), reescreve-se a equação da deformação longitudinal em função da deformação axial e das curvaturas:

$$\varepsilon_x(\xi, y, z) = \varepsilon_0(\xi) - y\varphi_z(\xi) + z\varphi_y(\xi) \quad (3.35)$$

a qual pode ser reescrita sob a forma matricial:

$$\varepsilon_x(\xi, y, z) = \begin{bmatrix} 1 & -y & +z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_0 \\ \varphi_z \\ \varphi_y \end{Bmatrix} = \underset{\sim}{A} \underset{\sim}{\varepsilon} \quad (3.36)$$

Inserindo-se na expressão (3.36) as equações que descrevem a deformação específica axial e a curvatura, obtém-se a expressão para $\underset{\sim}{\varepsilon}$, que é denominado vetor de deformações específicas generalizadas:

$$\underset{\sim}{\varepsilon} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{4}{L}\xi \\ 0 & \frac{6}{L^2}\xi & 0 & 0 & \frac{(3\xi-1)}{L} & 0 & \frac{(-6\xi)}{L^2} & 0 & 0 & \frac{(3\xi+1)}{L} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{6}{L^2}\xi & \frac{(3\xi-1)}{L} & 0 & 0 & 0 & \frac{6\xi}{L^2} & \frac{(3\xi+1)}{L} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ \theta_{y1} \\ \theta_{z1} \\ u_2 \\ v_2 \\ w_2 \\ \theta_{y2} \\ \theta_{z2} \\ \alpha_1 \end{Bmatrix} \quad (3.37)$$

$$\underset{\sim}{\varepsilon} = \underset{\sim}{B} \underset{\sim}{U} \quad (3.38)$$

$\sim \sim LF \sim F$

A matriz $\underset{\sim}{B}$ relaciona as deformações específicas generalizadas com os deslocamentos nodais de translação e rotação devido à flexão do elemento $\underset{\sim}{U}_F$. Substituindo-se a expressão acima na equação que define as deformações específicas normais na direção longitudinal, tem-se:

$$\varepsilon_x(\xi, y, z) = \underset{\sim}{A} \underset{\sim}{B} \underset{\sim}{U} \quad (3.39)$$

$\sim \sim LF \sim F$

Tendo as deformações específicas normais, as tensões normais podem ser obtidas em qualquer ponto ξ do elemento a partir da equação constitutiva para material elástico-linear (Lei de Hooke):

$$\sigma_x(\xi, y, z) = E \varepsilon_x(\xi, y, z) \quad (3.40)$$

A matriz de rigidez do elemento pode ser determinada pelo Princípio dos Trabalhos Virtuais (PTV). Igualando-se o trabalho virtual das forças internas ao das forças externas tem-se:

$$\delta W^i = \delta W^e \quad (3.41)$$

O trabalho virtual das forças internas é dado por:

$$\delta W^i = \int_V \delta \varepsilon_x \sigma_x dV + \int_L \delta \varphi_x GJ \varphi_x dx \quad (3.42)$$

em que GJ é a rigidez à torção da seção transversal (G é o módulo de elasticidade transversal e J é o momento de inércia à torção da seção).

Desenvolvendo o primeiro termo da Equação (3.42) considerando-se material elástico-linear, tem-se primeiramente que:

$$\delta \varepsilon_x = \underset{\sim}{A} \underset{\sim}{B}_{LF} \underset{\sim}{\delta U}_F = \underset{\sim}{\delta U}_F^T \underset{\sim}{B}_{LF}^T \underset{\sim}{A}^T \quad (3.43)$$

$$\sigma_x = E \varepsilon_x = \underset{\sim}{E} \underset{\sim}{A} \underset{\sim}{B}_{LF} \underset{\sim}{U}_F \quad (3.44)$$

portanto,

$$\begin{aligned} \int_V \delta \varepsilon_x \sigma_x dV &= \int_A \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} \left(\underset{\sim}{\delta U}_F^T \underset{\sim}{B}_{LF}^T \underset{\sim}{A}^T \right) \left(\underset{\sim}{E} \underset{\sim}{A} \underset{\sim}{B}_{LF} \underset{\sim}{U}_F \right) dx dA \\ &= \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} \underset{\sim}{\delta U}_F^T \underset{\sim}{B}_{LF}^T \underset{\sim}{D} \underset{\sim}{B}_{LF} \underset{\sim}{U}_F dx \end{aligned} \quad (3.45)$$

e admitindo que o eixo longitudinal x passa pelo centroide da seção, tem-se:

$$\underset{\sim}{D} = \begin{bmatrix} EA & 0 & 0 \\ 0 & EI_z & 0 \\ 0 & 0 & EI_y \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

que é a matriz constitutiva do elemento, sendo que no caso de material elástico-linear é constante ao longo de todo o elemento, e relaciona o vetor de tensões generalizados $\underset{\sim}{\sigma}(\xi)$ com os vetor de deformações generalizadas $\underset{\sim}{\varepsilon}(\xi)$:

$$\underset{\sim}{\sigma}(\xi) = \underset{\sim}{D}(\xi) \underset{\sim}{\varepsilon}(\xi) = \underset{\sim}{D}(\xi) \underset{\sim}{B}_{LF}(\xi) \underset{\sim}{U}_F = \begin{Bmatrix} N \\ M_z \\ M_y \end{Bmatrix} \quad (3.47)$$

O vetor de tensões generalizadas $\tilde{\sigma}(\xi)$ fornece os esforços, axial (N) e momentos fletores (M_y e M_z), em cada ponto de integração ξ .

A segunda parcela da Equação (3.42) é devida à torção. Desenvolvendo-a tem-se:

$$\int_L \delta \varphi_x G J \varphi_x dx = \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} \underset{\sim T}{B} \underset{\sim T}{\delta U} \underset{\sim T}{GJ} \underset{\sim T}{B} \underset{\sim T}{U} dx = \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} \underset{\sim T}{\delta U^T} \underset{\sim T}{B^T} \underset{\sim T}{GJ} \underset{\sim T}{B} \underset{\sim T}{U} dx \quad (3.48)$$

Expandindo a Equação (3.42) tem-se:

$$\delta W^i = \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} \underset{\sim F}{\delta U}^T \underset{\sim LF}{B^T} \underset{\sim LF}{DB} \underset{\sim F}{U} dx + \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} \underset{\sim T}{\delta U^T} \underset{\sim T}{B^T} \underset{\sim T}{GJ} \underset{\sim T}{B} \underset{\sim T}{U} dx \quad (3.49)$$

Expandindo-se a expressão para o trabalho virtual externo tem-se:

$$\delta W^e = \underset{\sim}{\delta U^T} \underset{\sim}{f} \quad (3.50)$$

onde $\underset{\sim}{f}$ é o vetor de forças nodais do elemento que engloba também os momentos torsores T_{x1} e T_{x2} , seguindo-se a numeração dos GL mostrados na Figura 3.1:

$$\underset{\sim}{f^T} = [\underset{\sim}{N_1} \quad \underset{\sim}{V_1} \quad \underset{\sim}{W_1} \quad \underset{\sim}{T_{x1}} \quad \underset{\sim}{M_{y1}} \quad \underset{\sim}{M_{z1}} \quad \underset{\sim}{N_2} \quad \underset{\sim}{V_2} \quad \underset{\sim}{W_2} \quad \underset{\sim}{T_{x2}} \quad \underset{\sim}{M_{y2}} \quad \underset{\sim}{M_{z2}} \quad \underset{\sim}{N_3}]$$

Por fim, igualando-se as equações de trabalho virtual externo (3.50) e interno (3.49), obtém-se:

$$\int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} \underset{\sim F}{\delta U}^T \underset{\sim LF}{B^T} \underset{\sim LF}{DB} \underset{\sim F}{U} dx + \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} \underset{\sim T}{\delta U^T} \underset{\sim LT}{B^T} \underset{\sim LT}{GJ} \underset{\sim T}{B} \underset{\sim T}{U} dx = \underset{\sim}{\delta U^T} \underset{\sim}{f} \quad (3.51)$$

que, simplificando, fornece a equação de equilíbrio do elemento:

$$\underset{\sim}{k} \underset{\sim}{U} = \underset{\sim}{f} \quad (3.52)$$

onde:

$$k_{\sim} = \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} B_{\sim}^T D B_{\sim} dx + \int_{-\frac{L}{2}}^{+\frac{L}{2}} B_{\sim}^T G J B_{\sim} dx = \int_{-1}^{+1} B_{\sim}^T(\xi) D B_{\sim}(\xi) \frac{L}{2} d\xi + \int_{-1}^{+1} B_{\sim}^T(\xi) G J B_{\sim}(\xi) \frac{L}{2} d\xi \quad (3.53)$$

integração numérica na área consiste em dividir a seção transversal em filamentos (Figura 3.1-b), em que cada filamento de concreto ou aço está submetido a um estado uniaxial de tensões, regido pela expressão:

$$\sigma_x = E(x, y, z) \varepsilon_x \quad (3.54)$$

A matriz constitutiva do elemento é obtida fazendo-se a somatória dos valores provenientes de cada filamento de concreto e de armadura, calculados pela equação constitutiva (3.54).

Para a dedução da matriz de rigidez utiliza-se novamente o Princípio dos Trabalhos Virtuais e chega-se à seguinte expressão da matriz de rigidez secante:

$$k = \int_{-1}^{+1} B_{LF}^T(\xi) D(\xi) B_{LF}(\xi) \frac{L}{2} d\xi + \int_{-1}^{+1} B_T^T GJ B_T \frac{L}{2} d\xi \quad (3.55)$$

em que D é a matriz constitutiva secante do material, que é obtida por integração na área da seção em cada ponto de Gauss:

$$\begin{aligned} D(x) &= \int_{\tilde{A}} A^T E(x, y, z) A dA = \int_{\tilde{A}} \begin{Bmatrix} 1 \\ -y \\ z \end{Bmatrix} E(x, y, z) \begin{bmatrix} 1 & -y & z \end{bmatrix} dA = \\ &= \int_{\tilde{A}} \begin{bmatrix} E(x, y, z) & -yE(x, y, z) & zE(x, y, z) \\ -yE(x, y, z) & y^2E(x, y, z) & -yzE(x, y, z) \\ zE(x, y, z) & -yzE(x, y, z) & z^2E(x, y, z) \end{bmatrix} dA \end{aligned} \quad (3.56)$$

que corresponde à seguinte matriz (que seria obtida resolvendo-se a integral de área):

$$D(x) = \begin{bmatrix} EA(x) & -ES_z(x) & ES_y(x) \\ -ES_z(x) & EI_z(x) & -EAY_z(x) \\ ES_y(x) & -EAY_z(x) & EI_y(x) \end{bmatrix} \quad (3.57)$$

onde:

$EA(x)$: coeficiente que representa a rigidez axial secante;

$ES(x)$: coeficiente de interação entre os coeficientes de rigidez axial e de flexão;

$EI_z(x)$: coeficiente de rigidez à flexão secante em torno do eixo z na seção de coordenada x;

$EI_y(x)$: coeficiente de rigidez à flexão secante em torno do eixo y na seção de coordenada x;

$E A y z(x)$: coeficiente de interação entre os coeficientes de rigidez a flexão $E I_z(x)$ e $E I_y(x)$.

Os coeficientes da matriz constitutiva da seção são obtidos pelo somatório dos valores provenientes de todos os filamentos, de concreto e de armadura, procedimento que está descrito no item 3.3.5.

Neste modelo não linear, a aplicação das forças externas é feita de forma incremental, e, devido à não linearidade do material, a cada incremento de carga as forças externas totais podem não estar em equilíbrio com as forças internas ou restauradoras do elemento, que são obtidas por:

$$\begin{aligned} \underset{\sim}{r} = \underset{\sim}{k} \underset{\sim}{U} = & \left[\int_{-1}^{+1} \underset{\sim}{B}^T(\xi) \underset{\sim}{D}(\xi) \underset{\sim}{B}(\xi) \frac{L}{2} d\xi + \int_{-1}^{+1} \underset{\sim}{B}^T G J \underset{\sim}{B} \frac{L}{2} d\xi \right] \underset{\sim}{U} = \\ & \int_{-1}^{+1} \underset{\sim}{B}^T(\xi) \underset{\sim}{\sigma}(\xi) \frac{L}{2} d\xi + \int_{-1}^{+1} \underset{\sim}{B}^T T \frac{L}{2} d\xi \end{aligned} \quad (3.58)$$

em que na primeira integral $\underset{\sim}{\sigma}(\xi)$ é o vetor de tensões generalizadas, definido anteriormente na equação (3.47), que é obtido pelo somatório dos valores de tensão normal de cada camada;

e T fornece o momento torsor atuante na seção, que é constante ao longo do elemento:

$$T = G J \underset{\sim}{B} \underset{\sim}{U} \quad (3.59)$$

Assim, o primeiro termo da Equação (3.58) fornece os coeficientes do vetor de forças restauradoras referentes à flexão e esforço axial, sub-vetor $\underset{\sim}{r}_F$, e a segunda integral fornece os referentes à torção, sub-vetor

$\underset{\sim}{r}_T$. Os componentes dos sub-vetores obtidos são alocados no vetor $\underset{\sim}{r}$ seguindo a numeração dos GL, conforme a Equação (3.51).

A diferença entre as forças externas e internas é chamada de força residual, dada pela expressão:

$$\underset{\sim}{\psi} = \underset{\sim}{f} - \underset{\sim}{r} \quad (3.60)$$

Para eliminar a força residual e restabelecer o equilíbrio do elemento, é necessário aplicar um processo iterativo. No programa computacional em que este modelo está sendo implementado, dispõem-

se dos seguintes algoritmos para convergência do sistema de equações não lineares: Método de Newton-Raphson, Método de Newton-Raphson Modificado, Método de Newton Raphson Inicial e Método do Comprimento do Arco. Os métodos citados estão descritos no item 4.3. No cálculo pelos Métodos de Newton-Raphson e Newton-Raphson Modificado, que são geralmente os mais utilizados, utiliza-se a matriz de rigidez tangente do elemento, \tilde{k}^t , que é obtida em função da matriz constitutiva tangente, formada a partir dos módulos de elasticidade tangente dos materiais, de cada filamento. As Equações para a matriz de rigidez tangente e matriz constitutiva tangente ficam:

$$\tilde{k}^t = \int_{-1}^{+1} \tilde{B}_{LF}^T \tilde{D}^t(\xi) \tilde{B}_{LF} \frac{L}{2} d\xi + \int_{-1}^{+1} \tilde{B}_{LT}^T GJ^t \tilde{B}_{LT} \frac{L}{2} d\xi \quad (3.61)$$

$$\tilde{D}^t(\xi) = \int_{\tilde{A}} \tilde{A}^T E^t(\xi, y, z) \tilde{A} dA \quad (3.62)$$

sendo E^t o módulo tangente do material, que é obtido por meio das relações constitutivas para cada filamento de concreto ou aço. A rigidez à torção tangente, GJ^t , é obtida pela relação constitutiva para a seção sob torção (a ser descrita no item 3.3.7).

No item 3.3.5 estão descritos os métodos de integração utilizados para calcular a integral de área e a integral ao longo do elemento, necessárias para obter a matriz constitutiva, matriz de rigidez e vetor de forças restauradoras do elemento.

3.3.3 Formulação com a inclusão da não linearidade geométrica

Neste item é adicionada a não linearidade geométrica à formulação considerando linearidade física descrita no item 3.3.1. Portanto, considera-se material elástico-linear e a hipótese de Bernoulli, e, ao invés de pequenas rotações, são consideradas rotações moderadas. Esta consideração tem como principal consequência o surgimento de uma parcela não linear na expressão que define a deformação específica longitudinal.

A dedução da formulação é demonstrada por meio da Teoria da Elasticidade Não Linear (GARCIA; VILLAÇA, 1999), partindo da equação considerando grandes deslocamentos e pequenas deformações, particularizando para rotações moderadas no decorrer da dedução. Assim,

a deformação longitudinal ε_x , em função dos deslocamentos u_x , u_y e u_z , é definida como:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u_x}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (3.63)$$

Considerando a teoria de rotações moderadas, pode-se desprezar o termo $\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} \right)^2$ na Expressão (3.63), visto que a derivada dos deslocamentos é muito pequena diante da unidade, assim, a expressão de deformação longitudinal ao longo do elemento fica sendo:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} \right)^2 \quad (3.64)$$

onde a segunda e a terceira parte da expressão correspondem à não linearidade geométrica na formulação.

As componentes de deslocamento, u_x , u_y e u_z de um ponto genérico de coordenadas $P(x,y,z)$, tendo como referência os deslocamentos u , v e w do ponto localizado no eixo da barra, $P_0(x,0,0)$, são definidas conforme as seguintes equações:

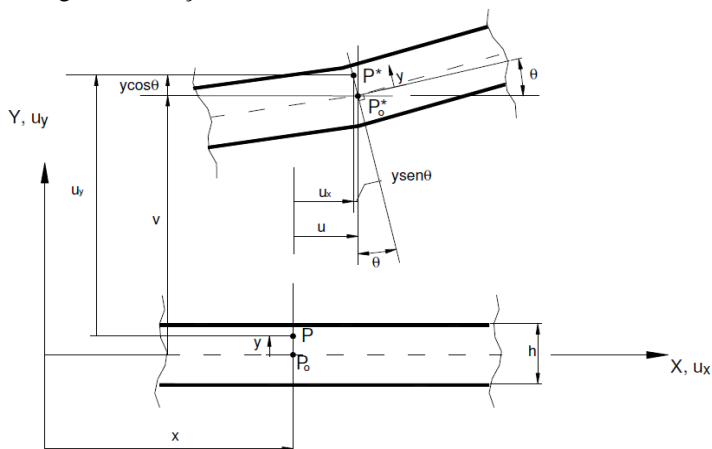
$$u_x(x, y, z) = u(x) - y \sin \theta_z + z \sin \theta_y \quad (3.65)$$

$$u_y(x, y, z) = v(x) - y(1 - \cos \theta_z) \quad (3.66)$$

$$u_z(x, y, z) = w(x) + z(\cos \theta_y - 1) \quad (3.67)$$

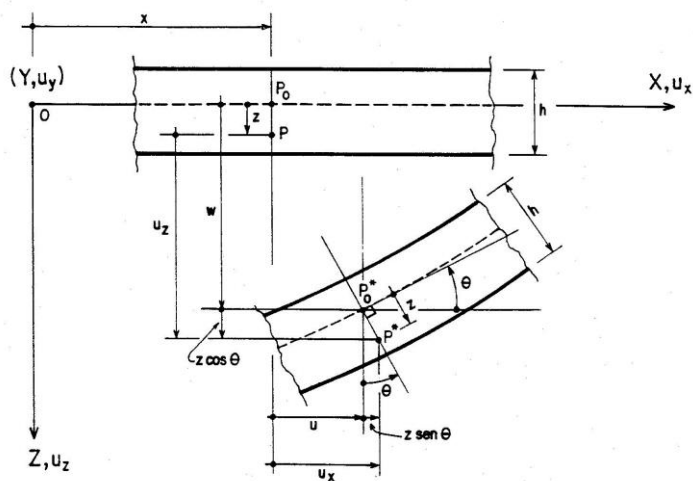
em que a definição de u_y pode ser vista na Figura 3.3 e a definição de u_z na Figura 3.4, figuras em que pode-se visualizar também a segunda e última parcela da equação de u_x .

Figura 3.3 - Deformação de uma barra com hipótese de Euler-Bernoulli no plano xy considerando grandes rotações.



Fonte: Stramandinoli (2007).

Figura 3.4 – Deformação de uma barra com hipótese de Euler-Bernoulli no plano xz considerando grandes rotações.



Fonte: Garcia e Villaça (1999).

A partir da Figura 3.3, tem-se as relações da rotação θ_z com os deslocamentos u e v , as quais podem ser simplificadas considerando-se

rotações moderadas, em que se admite que as derivadas dos deslocamentos são pequenas em relação à unidade:

$$\cos \theta_z = 1 + \frac{du}{dx} \cong 1 \quad (3.68)$$

$$\sin \theta_z = \frac{dv}{dx} \cong \theta_z \quad (3.69-a)$$

$$\tan \theta_z = \frac{\frac{dv}{dx}}{1 + \frac{du}{dx}} \cong \theta_z \cong \frac{dv}{dx} \quad (3.69-b)$$

conforme utilizadas na Figura 3.5.

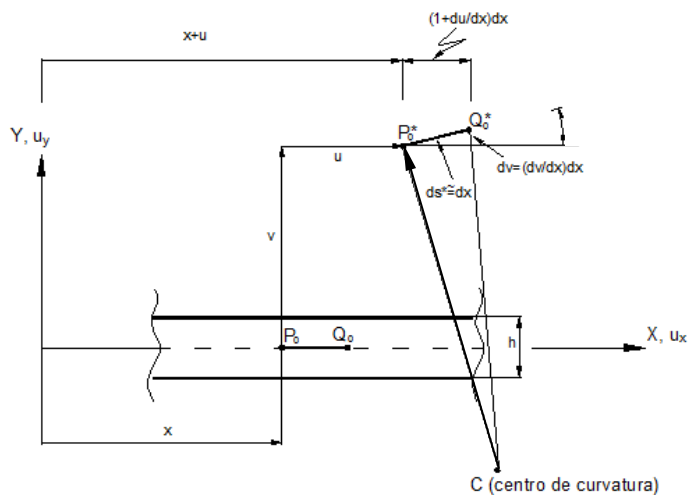
Da mesma forma, as relações da rotação θ_y com os deslocamentos u e w , simplificando para rotações moderadas, ficam:

$$\cos \theta_y = 1 + \frac{du}{dx} \cong 1 \quad (3.70)$$

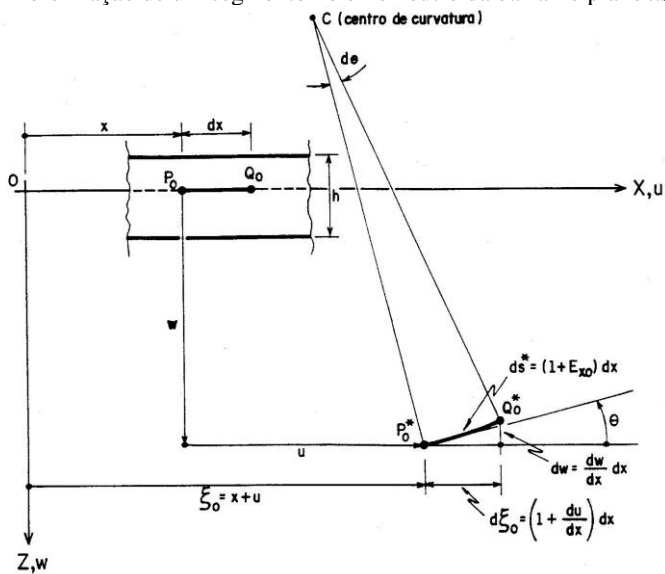
$$\sin \theta_y = -\frac{dw}{dx} \cong \theta_y \quad (3.71-a)$$

$$\tan \theta_y = \frac{-\frac{dw}{dx}}{1 + \frac{du}{dx}} \cong \theta_y \cong -\frac{dw}{dx} \quad (3.71-b)$$

conforme utilizadas na Figura 3.6, em que o sinal negativo nas expressões de $\sin \theta_y$ e $\tan \theta_y$ se justifica em função de que θ_y positivo corresponde a um incremento negativo no deslocamento w (GARCIA; VILLAÇA, 1999).

Figura 3.5 – Deformação de um segmento no eixo neutro da barra no plano xy 

Fonte: Stramandinoli (2007).

Figura 3.6 – Deformação de um segmento no eixo neutro da barra no plano xz .

Fonte: Garcia e Villaça (1999).

Com base nas Equações (3.65) a (3.71), a Equação (3.64) é desenvolvida, e realizando-se simplificações ao se considerar que $\varepsilon_x \ll 1$, chega-se à seguinte expressão para a deformação longitudinal:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_o - y \frac{d\theta_z}{dx} + z \frac{d\theta_y}{dx} \quad (3.72)$$

em que ε_o é a deformação longitudinal no eixo da barra:

$$\varepsilon_o = \varepsilon_x |_{y=z=0} = \frac{du}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 \quad (3.73)$$

A curvatura φ_z para rotações moderadas é:

$$\varphi_z \cong \frac{d\theta_z}{dx} \cong \frac{d^2v}{dx^2} \quad (3.74)$$

Esta equação para curvatura pode ser demonstrada com base na Figura 3.5. Sendo r o raio de curvatura, e a curvatura φ_z o inverso de r :

$$\varphi_z = \frac{1}{r} = \frac{d\theta_z}{ds^*} \rightarrow d\theta_z = \frac{ds^*}{r} \rightarrow r = \frac{ds^*}{d\theta_z} \quad (3.75)$$

e, admitindo-se que $ds^* \cong dx$ e que $\tan \theta_z \cong \theta_z \cong \frac{dv}{dx}$ tem-se então que:

$$r \cong \frac{dx}{d\theta_z} \quad (3.76)$$

portanto:

$$\varphi_z \cong \frac{d\theta_z}{dx} \cong \frac{d^2v}{dx^2} \quad (3.77)$$

Da mesma forma, deduzindo-se da Figura 3.6, a curvatura φ_y é:

$$\varphi_y \cong \frac{d\theta_y}{dx} \cong -\frac{d^2w}{dx^2} \quad (3.78)$$

Reescrevendo os campos de deslocamento longitudinal e transversal no elemento, tem-se:

$$u_x(x, y, z) = u(x, y, z) = u_0(x) - y \frac{dv}{dx}(x) + z \left(-\frac{dw}{dx}(x) \right) = u_0(x) - y\theta_z(x) + z\theta_y(x) \quad (3.79)$$

$$u_y(x, y, z) = v(x) \quad (3.80-a)$$

$$u_z(x, y, z) = w(x) \quad (3.80-b)$$

Assim sendo, a deformação específica longitudinal para um ponto genérico do elemento, a uma posição qualquer (y,z) em relação ao eixo, considerando-se rotações moderadas, é dada pela seguinte expressão:

$$\varepsilon_x(x, y, z) = \varepsilon_0 - y\varphi_z + z\varphi_y = \frac{du_o}{dx} + \frac{1}{2} \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 - y \left(\frac{d^2v}{dx^2} \right) + z \left(-\frac{d^2w}{dx^2} \right) \quad (3.81)$$

As equações que definem o campo de deslocamentos, as rotações e também as curvaturas expressas em função dos deslocamentos nodais por meio das funções de interpolação são as mesmas descritas no item 3.3.1 em que se considera linearidade física e geométrica.

A deformação específica longitudinal (Equação 3.81) pode ser dividida em duas parcelas, uma linear e outra não linear. A parcela linear da deformação específica longitudinal é descrita a seguir. A coordenada x é transformada em coordenada natural ξ .

$$\varepsilon_L = \frac{du}{dx} = \frac{du}{d\xi} \frac{d\xi}{dx} = \varepsilon_{0L}(\xi) - y\varphi_z(\xi) + z\varphi_y(\xi) \quad (3.82)$$

onde:

$$\varepsilon_{0L}(\xi) = \frac{du_o}{dx} = \frac{du_o}{d\xi} \frac{d\xi}{dx} = \frac{2}{L} [N_1' u_1 + N_4' u_2 + N_7' \alpha_1] = \frac{u_2 - u_1}{L} - \frac{4\xi}{L} \alpha_1 \quad (3.83)$$

$$\text{sendo } ' = \frac{d}{d\xi} \therefore N_1' = -\frac{1}{2}; N_4' = \frac{1}{2}; N_7' = -2\xi;$$

e as curvaturas são descritas pelas Equações (3.27) e (3.28).

Reescrevendo sob forma matricial a Equação (3.82), tem-se:

$$\varepsilon_L(\xi, y, z) = \begin{bmatrix} 1 & -y & z \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{0L} \\ \varphi_z \\ \varphi_y \end{Bmatrix} = \begin{matrix} A \varepsilon = AB & U \\ \sim \sim & \sim \sim LF \sim F & \sim 0 \sim F \end{matrix} \quad (3.84)$$

A matriz $\underset{\sim}{A}$ e a matriz $\underset{\sim}{B}_{LF}$ já foram definidas anteriormente no item 3.3.1.

A parcela da deformação específica longitudinal não linear é:

$$\varepsilon_{NL} = \frac{1}{2} \left(\frac{dv}{dx} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{dw}{dx} \right)^2 \quad (3.85)$$

A relação já conhecida dos deslocamentos transversais, dada pelas Equações (3.18) e (3.19), escritas na forma matricial ficam sendo:

$$\underset{\sim}{v} = \underset{\sim}{N}_v \underset{\sim}{U}_v \quad (3.86)$$

$$\underset{\sim}{w} = \underset{\sim}{N}_w \underset{\sim}{U}_w \quad (3.87)$$

e as derivadas em relação a x são:

$$v_x = \left(\underset{\sim}{N}_v \right)_x \underset{\sim}{U}_v \quad (3.88)$$

$$v_x^T = \underset{\sim}{U}_v^T \left(\underset{\sim}{N}_v \right)_x^T \quad (3.89)$$

$$w_x = \left(\underset{\sim}{N}_w \right)_x \underset{\sim}{U}_w \quad (3.90)$$

$$w_x^T = \underset{\sim}{U}_w^T \left(\underset{\sim}{N}_w \right)_x^T \quad (3.91)$$

Substituindo-se as quatro expressões anteriores na parcela não linear da deformação específica longitudinal, tem-se:

$$\varepsilon_{NL} = \frac{1}{2} \underset{\sim}{U}_v^T \left(\underset{\sim}{N}_v \right)_x^T \left(\underset{\sim}{N}_v \right)_x \underset{\sim}{U}_v + \frac{1}{2} \underset{\sim}{U}_w^T \left(\underset{\sim}{N}_w \right)_x^T \left(\underset{\sim}{N}_w \right)_x \underset{\sim}{U}_w \quad (3.92)$$

Tem-se então que a deformação específica longitudinal pode ser escrita como a soma da parcela linear com a parcela não linear:

$$\varepsilon_x = \varepsilon_L + \varepsilon_{NL} \quad (3.93)$$

A forma incremental da deformação específica é:

$$\delta \varepsilon_x = \frac{\partial \varepsilon_L}{\partial \underset{\sim}{U}_F} \delta \underset{\sim}{U}_F + \frac{\partial \varepsilon_{NL}}{\partial \underset{\sim}{U}_F} \delta \underset{\sim}{U}_F \quad (3.94)$$

Substituindo-se na equação acima as expressões que definem ε_L e ε_{NL} , tem-se:

$$\delta \varepsilon_x = \left[\begin{matrix} B \\ \sim 0 \end{matrix} + \begin{matrix} U \\ \sim v \end{matrix}^T \begin{pmatrix} N \\ \sim v \end{pmatrix}_x \begin{pmatrix} N \\ \sim v \end{pmatrix}_x + \begin{matrix} U \\ \sim w \end{matrix}^T \begin{pmatrix} N \\ \sim w \end{pmatrix}_x \begin{pmatrix} N \\ \sim w \end{pmatrix}_x \right] \delta U_{\sim F} \quad (3.95)$$

em que a segunda parcela do termo entre colchetes forma um sub-vetor que se relaciona com os termos de $\delta U_{\sim F}$ referentes aos GLs presentes no vetor $U_{\sim v}$ e o terceiro termo forma um sub-vetor que se relaciona com os termos de $\delta U_{\sim F}$ referentes aos GLs presentes no vetor $U_{\sim w}$.

Definindo:

$$B_{\sim NL,F} = \begin{matrix} U \\ \sim v \end{matrix}^T \begin{pmatrix} N \\ \sim v \end{pmatrix}_x \begin{pmatrix} N \\ \sim v \end{pmatrix}_x + \begin{matrix} U \\ \sim w \end{matrix}^T \begin{pmatrix} N \\ \sim w \end{pmatrix}_x \begin{pmatrix} N \\ \sim w \end{pmatrix}_x \quad (3.96)$$

tem-se então:

$$\delta \varepsilon_x = \left(\begin{matrix} B \\ \sim 0 \end{matrix} + \begin{matrix} B \\ \sim NL,F \end{matrix} \right) \delta U_{\sim F} \quad (3.97)$$

Tendo-se definida a Expressão (3.97) do incremento de deformação específica longitudinal considerando a não linearidade geométrica, parte-se para a dedução da matriz de rigidez do elemento. Aplicando-se o PTV, iguala-se o trabalho virtual das forças internas ao trabalho virtual das forças externas, partindo-se das Equações (3.41), (3.42) e (3.50):

$$\int_V \delta \varepsilon_x \sigma_x dV + \int_L \delta \varphi_x G J \varphi_x dx = \delta U_{\sim}^T f_{\sim} \quad (3.98)$$

Substituindo-se a expressão (3.97) na equação anterior obtém-se:

$$\delta U_{\sim F}^T \int_{V^e} \left(\begin{matrix} B \\ \sim 0 \end{matrix} + \begin{matrix} B \\ \sim NL,F \end{matrix} \right)^T \sigma_x dV^e + \delta U_{\sim T}^T \int_L \begin{matrix} B^T \\ \sim T \end{matrix} G J \begin{matrix} B \\ \sim T \end{matrix} \begin{matrix} U \\ \sim T \end{matrix} dx = \delta U_{\sim}^T f_{\sim} \quad \therefore \quad (3.99)$$

$$\int_{V^e} \left(\begin{matrix} B \\ \sim 0 \end{matrix} + \begin{matrix} B \\ \sim NL,F \end{matrix} \right)^T \sigma_x dV^e + \int_L \begin{matrix} B^T \\ \sim T \end{matrix} G J \begin{matrix} B \\ \sim T \end{matrix} \begin{matrix} U \\ \sim T \end{matrix} dx = f_{\sim} \quad (3.100)$$

Nota-se na expressão acima que a parcela referente à torção não se alterou com a adição da não linearidade geométrica, pois está se considerando pequenos deslocamentos angulares devido à torção.

Tendo em vista que o comportamento do elemento é não linear, o equilíbrio de forças na Equação (3.100) não será necessariamente atendido a cada etapa de carga aplicada, devendo-se utilizar um processo iterativo para eliminar as forças residuais (ψ):

$$\underset{\sim}{\psi} = \underset{\sim}{f} - \underset{\sim}{r} \quad (3.101)$$

onde o vetor de forças internas ou restauradoras $\underset{\sim}{r}$ é dado pela expressão:

$$\underset{\sim}{r} = \int_{V^e} \left(\underset{\sim}{B}_0 + \underset{\sim}{B}_{NL,F} \right)^T \sigma_x dV^e + \int_L \underset{\sim}{B}_T^T T dx \quad (3.102)$$

e definindo:

$$\underset{\sim}{r}_F = \int_{V^e} \left(\underset{\sim}{B}_0 + \underset{\sim}{B}_{NL,F} \right)^T \sigma_x dV^e \quad (3.103)$$

como o sub-vetor de $\underset{\sim}{r}$ que contém as forças internas de flexão e esforço axial e,

$$\underset{\sim}{r}_T = \int_L \underset{\sim}{B}_T^T T dx \quad (3.104)$$

o sub-vetor que contém os esforços de torção.

Conforme já visto, a não linearidade geométrica não altera a parcela referente à torção, portanto, a alteração na matriz de rigidez do elemento será somente na sub-matriz $\underset{\sim}{k}_F$ que contém os coeficientes referentes à flexão. Assim, a sub-matriz tangente $\underset{\sim}{k}_{NL,F}'$, em que se inclui a não linearidade geométrica é formulada a seguir, definindo-se primeiramente que:

$$\underset{\sim}{B} = \underset{\sim}{B}_0 + \underset{\sim}{B}_{NL,F} \quad (3.105)$$

tem-se:

$$\underset{\sim}{r}_F = \int_{V^e} \underset{\sim}{B}^T \sigma_x dV^e \quad (3.106)$$

A sub-matriz de rigidez tangente do elemento $k_{NL,F}^t$ será então:

$$\frac{\partial r}{\partial U} \left(u_F^k \right) \Delta u_F = \psi \left(u_F^k \right) \quad (3.107)$$

em que:

$$k_{NL,F}^t = \frac{\partial r}{\partial U} = \int_{V^e} \frac{\partial B^T}{\partial U} \sigma_x dV^e + \int_{V^e} B^T \frac{\partial \sigma_x}{\partial U} dV^e \quad (3.108)$$

O vetor de forças restauradoras r_F é composto por duas parcelas, uma linear e outra não linear, assim, a sub-matriz de rigidez tangente $k_{NL,F}^t$ pode ser calculada em partes separadas. A primeira integral da última expressão fica:

$$\begin{aligned} \frac{\partial B^T}{\partial U} &= \frac{\partial B}{\partial U} + \frac{\partial B}{\partial U} \\ &= \frac{\partial \left(\begin{matrix} AB \\ \sim_{LF} \end{matrix} \right)}{\partial U} + \frac{\partial \left(\begin{matrix} U^T \left(\begin{matrix} N \\ \sim_v \end{matrix} \right)_x \left(\begin{matrix} N \\ \sim_v \end{matrix} \right)_x \end{matrix} \right)}{\partial U} + \frac{\partial \left(\begin{matrix} U^T \left(\begin{matrix} N \\ \sim_w \end{matrix} \right)_x \left(\begin{matrix} N \\ \sim_w \end{matrix} \right)_x \end{matrix} \right)}{\partial U} = \\ &= \left(\begin{matrix} N \\ \sim_v \end{matrix} \right)_x^T \left(\begin{matrix} N \\ \sim_v \end{matrix} \right)_x + \left(\begin{matrix} N \\ \sim_w \end{matrix} \right)_x^T \left(\begin{matrix} N \\ \sim_w \end{matrix} \right)_x \end{aligned} \quad (3.109)$$

portanto:

$$\int_{V^e} \frac{\partial B^T}{\partial U} \sigma_x dV^e = \int_{V^e} \left[\left(\begin{matrix} N \\ \sim_v \end{matrix} \right)_x^T \left(\begin{matrix} N \\ \sim_v \end{matrix} \right)_x + \left(\begin{matrix} N \\ \sim_w \end{matrix} \right)_x^T \left(\begin{matrix} N \\ \sim_w \end{matrix} \right)_x \right] \sigma_x dV^e \quad (3.110)$$

e a segunda integral da Expressão (3.108) fica:

$$\begin{aligned} \int_{V^e} B^T \frac{\partial \sigma_x}{\partial U} dV^e &= \int_{V^e} \left(\begin{matrix} B + B \\ \sim_0 \sim_{NL,F} \end{matrix} \right)^T \frac{\partial \sigma_x}{\partial \varepsilon_x} \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial U} dV^e = \\ &= \int_{V^e} \left(\begin{matrix} B + B \\ \sim_0 \sim_{NL,F} \end{matrix} \right)^T E \left(\begin{matrix} B + B \\ \sim_0 \sim_{NL,F} \end{matrix} \right) dV^e \end{aligned} \quad (3.111)$$

Expandindo a integral da Expressão (3.111) e substituindo-a na Expressão (3.108) junto com a Expressão (3.109), tem-se que a sub-matriz de rigidez tangente $k^t_{\sim NL,F}$ do elemento fica sendo:

$$k^t_{\sim} = \int_{V^e} \left[\begin{pmatrix} N \\ \sim v \end{pmatrix}_x^T \begin{pmatrix} N \\ \sim v \end{pmatrix}_x + \begin{pmatrix} N \\ \sim w \end{pmatrix}_x^T \begin{pmatrix} N \\ \sim w \end{pmatrix}_x \right] \sigma_x dV^e + \int_{V^e} \begin{pmatrix} B^T E B + B^T E B + B^T E B + B^T E B \\ \sim 0 \quad \sim 0 \quad \sim 0 \quad \sim NL,F \quad \sim NL,F \quad \sim 0 \quad \sim NL,F \quad \sim NL,F \end{pmatrix} dV^e \quad (3.112)$$

e discriminando cada uma das sub-matrizes tem-se:

1) Matriz geométrica da barra:

$$k_{\sim g} = \int_{V^e} \left[\begin{pmatrix} N \\ \sim v \end{pmatrix}_x^T \begin{pmatrix} N \\ \sim v \end{pmatrix}_x + \begin{pmatrix} N \\ \sim w \end{pmatrix}_x^T \begin{pmatrix} N \\ \sim w \end{pmatrix}_x \right] \sigma_x dV^e \quad (3.113)$$

em que a primeira parcela do termo entre colchetes forma uma sub-matriz que é referente aos GLs presentes no vetor $U_{\sim v}$ e o segundo termo forma outra sub-matriz que se refere aos GLs presentes no vetor $U_{\sim w}$, a soma das duas sub-matrizes é feita locando-se os termos na sub-matriz $k_{\sim g}$ conforme GL correspondente, que engloba todos os GLs menos os de torção (matriz 11×11).

2) Matriz referente à parte inicial elástica:

$$k_{\sim 0} = \int_{V^e} B^T E B dV^e \quad (3.114)$$

3) Matriz gerada ao considerar a relação não linear entre os incrementos de deformação específica e deslocamento:

$$k_{\sim u} = \int_{V^e} \begin{pmatrix} B^T E B + B^T E B + B^T E B \\ \sim 0 \quad \sim NL,F \quad \sim NL,F \quad \sim 0 \quad \sim NL,F \quad \sim NL,F \end{pmatrix} dV^e \quad (3.115)$$

lembrando que os termos nas sub-matrizes acima referem-se aos GLs relacionados aos esforços de flexão e axial.

Tendo-se calculado as três sub-matrizes referentes à flexão e esforço axial, os coeficientes destas são locados na matriz de rigidez do

elemento conforme a numeração dos GL já mostrado anteriormente, assim como a sub-matriz $k_{\sim T}$ referente à torção.

Para o caso em que o material não for elástico-linear, deve-se juntar a formulação de NLF com a formulação de NLG, conforme explicado no que se segue.

3.3.4 Formulação com a inclusão da não linearidade física e geométrica

A formulação com a inclusão de ambas as não linearidades, física e geométrica, é resultado da junção das duas formulações apresentadas nos itens 3.3.2 e 3.3.3, em que se considera cada não-linearidade individualmente.

Partindo da formulação com a consideração da não linearidade geométrica, tem-se que a sub-matriz de rigidez tangente do elemento, que contém os termos referentes à flexão e esforço axial, é dada pela Equação (3.108), vista anteriormente:

$$k_{\sim NL,F}^t = \frac{\partial r_{\sim F}}{\partial U} = \int_{V^e} \frac{\partial B^T}{\partial U} \sigma_x dV^e + \int_{V^e} B^T \frac{\partial \sigma_x}{\partial U} dV^e \quad (3.116)$$

Adicionando-se a não linearidade física tem-se que a primeira parcela da Equação (3.116) fica inalterada, mas deve-se alterar a segunda parcela para levar em conta a não linearidade do material, ou seja:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial \varepsilon_x} = E^t(x, y, z) \quad (3.117)$$

$$\begin{aligned} \int_{V^e} B^T \frac{\partial \sigma_x}{\partial U} dV^e &= \int_{V^e} \left(B_{\sim 0} + B_{\sim NL,F} \right)^T \frac{\partial \sigma_x}{\partial \varepsilon_x} \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial U_F} dV^e = \\ &= \int_{V^e} \left(B_{\sim 0} + B_{\sim NL,F} \right)^T E^t(x, y, z) \left(B_{\sim 0} + B_{\sim NL,F} \right) dV^e \end{aligned} \quad (3.118)$$

A sub-matriz de rigidez tangente é reescrita juntando-se as Equações (3.110) e (3.121):

$$k_{\sim NL,F}^t = \int_{V^e} \left[\begin{pmatrix} N \\ \sim v \end{pmatrix}_x^T \begin{pmatrix} N \\ \sim v \end{pmatrix}_x + \begin{pmatrix} N \\ \sim w \end{pmatrix}_x^T \begin{pmatrix} N \\ \sim w \end{pmatrix}_x \right] \sigma_x dV^e + \quad (3.119)$$

$$\int_{V^e} \begin{pmatrix} B + B \\ \sim 0 \quad \sim NL,F \end{pmatrix}^T E^t(x, y, z) \begin{pmatrix} B + B \\ \sim 0 \quad \sim NL \end{pmatrix} dV^e \quad \therefore$$

$$k_{\sim NL,F}^t = \int_{V^e} \left[\begin{pmatrix} N \\ \sim v \end{pmatrix}_x^T \begin{pmatrix} N \\ \sim v \end{pmatrix}_x + \begin{pmatrix} N \\ \sim w \end{pmatrix}_x^T \begin{pmatrix} N \\ \sim w \end{pmatrix}_x \right] \sigma_x dV^e + \quad (3.120)$$

$$+ \int_{V^e} \left(\begin{matrix} B^T \\ \sim 0 \end{matrix} E^t(x, y, z) \begin{matrix} B \\ \sim 0 \end{matrix} + \begin{matrix} B^T \\ \sim 0 \end{matrix} E^t(x, y, z) \begin{matrix} B \\ \sim NL,F \end{matrix} \right. \\ \left. + \begin{matrix} B^T \\ \sim NL,F \end{matrix} E^t(x, y, z) \begin{matrix} B \\ \sim 0 \end{matrix} + \begin{matrix} B^T \\ \sim NL,F \end{matrix} E^t(x, y, z) \begin{matrix} B \\ \sim NL,F \end{matrix} \right) dV^e$$

Conforme visto na formulação com inclusão da não linearidade geométrica (item 3.3.3), a matriz de rigidez tangente é formada por três sub-matrizes. Para integração destas sub-matrizes utiliza-se neste trabalho a integração numérica, efetuada por três pontos de Gauss para integração ao longo do eixo longitudinal ξ do elemento e, em cada ponto de Gauss, a integração na área da seção é efetuada somando-se os valores de todos os filamentos de concreto e de armadura longitudinal. Estes métodos de integração estão descritos no item 3.3.5. A seguir estão descritas as três sub-matrizes referentes aos GL de flexão e esforço axial.

1) Matriz geométrica da estrutura:

$$k_{\sim g} = \int_{V^e} \left[\begin{pmatrix} N \\ \sim v \end{pmatrix}_x^T \begin{pmatrix} N \\ \sim v \end{pmatrix}_x + \begin{pmatrix} N \\ \sim w \end{pmatrix}_x^T \begin{pmatrix} N \\ \sim w \end{pmatrix}_x \right] \sigma_x dV^e =$$

$$\int_{-1}^1 \int_A \left[\begin{pmatrix} N \\ \sim v \end{pmatrix}_x^T \begin{pmatrix} N \\ \sim v \end{pmatrix}_x + \begin{pmatrix} N \\ \sim w \end{pmatrix}_x^T \begin{pmatrix} N \\ \sim w \end{pmatrix}_x \right] \sigma_x dA \frac{L}{2} d\xi = \quad (3.121)$$

$$= \int_{-1}^1 \left[\begin{pmatrix} N \\ \sim v \end{pmatrix}_x^T \begin{pmatrix} N \\ \sim v \end{pmatrix}_x + \begin{pmatrix} N \\ \sim w \end{pmatrix}_x^T \begin{pmatrix} N \\ \sim w \end{pmatrix}_x \right] N(\xi) \frac{L}{2} d\xi$$

onde $N(\xi)$ é o esforço axial na seção correspondente ao ponto de Gauss de coordenada ξ . Ressalta-se que a primeira parcela do termo entre colchetes se relaciona com os termos referentes aos GLs presentes no vetor $U_{\sim v}$ e o segundo com os termos referentes aos GLs presentes no vetor $U_{\sim w}$.

2) Matriz inicial:

$$\begin{aligned}
 k_{\sim 0} &= \int_{V^e} B^T E^t(x, y, z) B_{\sim 0} dV^e = \int_{-1}^1 \int_{\sim A} B^T_{\sim LF} A^T E^t(\xi, y, z) A B_{\sim \sim LF} dA \frac{L}{2} d\xi = \\
 &= \int_{-1}^1 B^T_{\sim LF} D^t(\xi) B_{\sim LF} \frac{L}{2} d\xi
 \end{aligned} \quad (3.122)$$

onde a matriz constitutiva tangente é equivalente à Equação (3.57), diferenciando-se no módulo de elasticidade tangente (E^t):

$$\begin{aligned}
 D^t(\xi) &= \int_{\sim A} A^T E^t(\xi, y, z) A dA = \\
 &\begin{bmatrix} (EA)_\xi(\xi) & -(ES_z)_\xi(\xi) & (ES_y)_\xi(\xi) \\ -(ES_z)_\xi(\xi) & (EI_z)_\xi(\xi) & -(EAY_z)_\xi(\xi) \\ (ES_y)_\xi(\xi) & -(EAY_z)_\xi(\xi) & (EI_y)_\xi(\xi) \end{bmatrix}
 \end{aligned} \quad (3.123)$$

3) Matriz gerada ao considerar a estrutura na posição deformada:

$$k_{\sim u} = \int_{V^e} \left(B^T_{\sim 0} E^t(x, y, z) B_{\sim NL,F} + B^T_{\sim NL,F} E^t(x, y, z) B_{\sim 0} + B^T_{\sim NL,F} E^t(x, y, z) B_{\sim NL,F} \right) dV^e \quad (3.124)$$

podendo-se dividir a matriz $k_{\sim u}$ em três matrizes:

$$k_{\sim u1} = \int_{-1}^{+1} B^T_{\sim LF} \begin{Bmatrix} (EA)^t \\ -(ES_z)^t \\ (ES_y)^t \end{Bmatrix}_{\xi} B_{\sim NL,F} \frac{L}{2} d\xi \quad (3.125)$$

$$k_{\sim u2} = \int_{-1}^{+1} B^T_{\sim NL,F} \left[(EA)^t \quad -(ES_z)^t \quad (ES_y)^t \right]_{\xi} B_{\sim LF} \frac{L}{2} d\xi \quad (3.126)$$

$$k_{\sim u3} = \int_{-1}^{+1} B^T_{\sim NL,F} (EA)^t_{\xi} B_{\sim NL,F} \frac{L}{2} d\xi \quad (3.127)$$

Definidas as sub-matrizes referentes aos GL de flexão e esforço axial, falta ainda a sub-matriz referente aos GL de torção, que é a mesma vista no item 3.3.2, já que os GL de torção sofrem influência apenas da não linearidade física:

$$k_{\sim T}^t = \int_{-1}^{+1} B_{\sim T}^T G J^t B_{\sim T} \frac{L}{2} d\xi \quad (3.128)$$

Com todas as sub-matrizes definidas, a matriz de rigidez do elemento é formada com o posicionamento dos coeficientes de cada sub-matriz no GL correspondente na matriz de rigidez do elemento.

O sub-vetor de forças restauradoras $r_{\sim F}$, que engloba as forças referentes à flexão e esforço axial, pode ser dividido em duas partes, por meio da separação da matriz B_{\sim} numa parte linear e outra não linear.

Definem-se então dois vetores, $r_{\sim 0}$ que corresponde à parte linear e $r_{\sim NL}$ que corresponde a parte não linear. Lembrando que $dV = dA dx$ e $dx = \frac{L}{2} d\xi$, o primeiro vetor fica sendo:

$$r_{\sim 0} = \int_{V^e} B_{\sim 0}^T \sigma_x dV = \int_{V^e} B_{\sim LF}^T A^T \sigma_x dV = \int_{-1A}^1 \int_{\sim LF} B_{\sim}^T A^T \sigma_x dA \frac{L}{2} d\xi \quad (3.129)$$

e, considerando o vetor de tensões generalizadas mostrado anteriormente no item 3.3.2, pode-se reescrever $r_{\sim 0}$:

$$\sigma_{\sim} = \begin{Bmatrix} N \\ M_z \\ M_y \end{Bmatrix} = \int_A A^T \sigma_x dA \quad (3.130)$$

$$r_{\sim 0} = \int_{-1}^{+1} B_{\sim LF}^T \sigma_{\sim} \frac{L}{2} d\xi \quad (3.131)$$

Procedendo de maneira semelhante para $r_{\sim NL}$:

$$r_{\sim NL} = \int_V B_{\sim NL,F}^T \sigma_x dV = \int_{-1A}^1 \int_{\sim NL,F} B_{\sim}^T \sigma_x dA \frac{L}{2} d\xi \quad (3.132)$$

Considerando que o esforço axial na seção correspondente a cada ponto de Gauss é obtido por:

$$N(\xi) = \int_A \sigma_x dA \quad (3.133)$$

E, substituindo em seguida (3.136) em (3.135), a parte não linear do vetor de forças restauradoras fica:

$$\underset{\sim}{r}_{NL} = \int_{-1}^{+1} \underset{\sim}{B}^T N(\xi) \frac{L}{2} d\xi \quad (3.134)$$

O sub-vetor de forças restauradoras referente à torção, $\underset{\sim}{r}_T$, é o mesmo definido no item 3.3.2, na segunda parcela da Equação (3.58), visto que este só sofre influência da não linearidade física.

Definidos os sub-vetores de forças restauradoras, o vetor $\underset{\sim}{r}$ é formado pelo posicionamento dos coeficientes de cada sub-vetor dentro do vetor $\underset{\sim}{r}$ conforme o GL correspondente.

3.3.5 Métodos de integração numérica

3.3.5.1 Integração numérica na área da seção

Para realizar a integração na área da seção transversal utiliza-se integração numérica. A seção transversal é dividida em filamentos de concreto e armadura de aço e realiza-se a integração por meio da soma da contribuição de cada filamento.

Para a obtenção do vetor de tensões generalizadas, calcula-se primeiramente a deformação axial em cada filamento da seção, que é submetida a um estado uniaxial de tensões normais à seção. A deformação

axial no centro de cada filamento i de concreto, ε_c^i , é obtida por:

$$\varepsilon_c^i = \varepsilon_o - y^i \varphi_z + z^i \varphi_y \quad (3.135)$$

e em cada filamento j de armadura, ε_s^j por:

$$\varepsilon_s^j = \varepsilon_o - y^j \varphi_z + z^j \varphi_y \quad (3.136)$$

A partir das deformações no centro de cada filamento, as tensões correspondentes nos filamentos de concreto f_c^i e aço f_s^i são obtidas a partir das relações constitutivas desses materiais e, em seguida, os

esforços N , M_y e M_z na seção são encontrados pela superposição dos esforços de cada filamento de concreto e dos filamentos de armadura de aço. Estes esforços são utilizados para o cálculo do vetor de forças restauradoras:

$$N = \sum_{i=1}^{nc} A_c^i f_c^i + \sum_{j=1}^{ns} A_s^j f_s^j \quad (3.137)$$

$$M_z = - \sum_{i=1}^{nc} A_c^i f_c^i y^i - \sum_{j=1}^{ns} A_s^j f_s^j y^j \quad (3.138)$$

$$M_y = + \sum_{i=1}^{nc} A_c^i f_c^i z^i + \sum_{j=1}^{ns} A_s^j f_s^j z^j \quad (3.139)$$

em que nc é o número de filamentos de concreto da seção, ns é o número de filamentos de aço da seção, A_c^i é a área do filamento de concreto i , A_s^j é a área do filamento de armadura de aço j , e as coordenadas y e z são as distâncias do centroide do filamento até o eixo de referência.

As equações de N , M_y e M_z podem ser reescritas introduzindo-se as equações de deformação axial e utilizando o módulo de elasticidade secante do concreto e aço:

$$N = \sum_{i=1}^{nc} A_c^i E_c^i (\varepsilon_o - y^i \varphi_z + z^i \varphi_y) + \sum_{j=1}^{ns} A_s^j E_s^j (\varepsilon_o - y^j \varphi_z + z^j \varphi_y) \quad (3.140)$$

$$M_z = - \sum_{i=1}^{nc} A_c^i E_c^i y^i (\varepsilon_o - y^i \varphi_z + z^i \varphi_y) - \sum_{j=1}^{ns} A_s^j E_s^j y^j (\varepsilon_o - y^j \varphi_z + z^j \varphi_y) \quad (3.141)$$

$$M_y = \sum_{i=1}^{nc} A_c^i E_c^i z^i (\varepsilon_o - y^i \varphi_z + z^i \varphi_y) + \sum_{j=1}^{ns} A_s^j E_s^j z^j (\varepsilon_o - y^j \varphi_z + z^j \varphi_y) \quad (3.142)$$

e em forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} N \\ M_z \\ M_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_o \\ \varphi_z \\ \varphi_y \end{Bmatrix} = \underset{\sim}{D} \underset{\sim}{\varepsilon} \quad (3.143)$$

onde \tilde{D} é a matriz constitutiva secante, cuja obtenção dos componentes é feita pela integração numérica na seção, ou seja, pela soma da contribuição de cada filamento:

$$D_{11} = EA = \sum_{i=1}^{nc} E_c^i A_c^i + \sum_{j=1}^{ns} E_s^j A_s^j \quad (3.144)$$

$$D_{12} = D_{21} = ES_z = -\sum_{i=1}^{nc} E_c^i A_c^i y^i - \sum_{j=1}^{ns} E_s^j A_s^j y^j \quad (3.145)$$

$$D_{13} = D_{31} = ES_y = \sum_{i=1}^{nc} E_c^i A_c^i z^i + \sum_{j=1}^{ns} E_s^j A_s^j z^j \quad (3.146)$$

$$D_{22} = EI_z = \sum_{i=1}^{nc} E_c^i A_c^i (y^i)^2 + \sum_{j=1}^{ns} E_s^j A_s^j (y^j)^2 \quad (3.147)$$

$$D_{33} = EI_y = \sum_{i=1}^{nc} E_c^i A_c^i (z^i)^2 + \sum_{j=1}^{ns} E_s^j A_s^j (z^j)^2 \quad (3.148)$$

$$D_{23} = D_{32} = E A y z = -\sum_{i=1}^{nc} E_c^i A_c^i y^i z^i - \sum_{j=1}^{ns} E_s^j A_s^j y^j z^j \quad (3.149)$$

Para o caso de formulação tangente, a matriz constitutiva tangente é obtida de forma análoga à descrita nas equações anteriores, alterando-se apenas os módulos de elasticidade, E_c e E_s , que passam a ser valores tangentes, E_c^t e E_s^t .

3.3.5.2 Integração numérica de Gauss

Adota-se neste trabalho a Regra de Integração de Gauss para a avaliação das integrais da matriz de rigidez e do vetor de forças restauradoras ao longo de ξ , utilizando-se 3 pontos de integração. Assim, as expressões da matriz de rigidez tangente e do vetor de forças restauradoras podem ser escritas, tomando como exemplo as matrizes para análise com consideração da não linearidade física, da seguinte forma:

$$k_{\sim}^t = \sum_{i=1}^{ng} W_i \left(B_{\sim LF}^T(\xi_i) D_{\sim}^t(\xi_i) B_{\sim LF}(\xi_i) + B_{\sim LT}^T G J^t(\xi_i) B_{\sim LT} \right) \frac{L}{2} \quad (3.150)$$

$$\tilde{r}^e = \sum_{i=1}^{ng} W_i \left(\underset{\sim}{B}^T(\xi_i) \underset{\sim}{\sigma}(\xi_i) + \underset{\sim}{B}^T(\xi_i) \underset{\sim}{T}(\xi_i) \right) \frac{L}{2} \quad (3.151)$$

onde ng é o número de pontos de Gauss, W_i é o peso e ξ_i o ponto de Gauss.

A posição ξ dos três pontos de Gauss utilizados são: $\xi_1 = -\sqrt{0,6}$; $\xi_2 = 0$; $\xi_3 = +\sqrt{0,6}$ e os respectivos pesos W_i são: $W_1 = 5/9$; $W_2 = 8/9$; e $W_3 = 5/9$.

Da mesma forma aplica-se a integração numérica para as matrizes e vetores com consideração da não linearidade geométrica e de ambas as não linearidades na formulação, deduzidas nos itens 3.3.3 e 3.3.4.

3.3.6 Condensação estática

Para diminuir o número de equações do sistema global da estrutura em análise, pode-se realizar a condensação estática para eliminação do décimo terceiro grau de liberdade do elemento (relacionado ao parâmetro α_I). Este procedimento é realizado após a formação da matriz de rigidez e do vetor de forças do elemento, e é consistente, visto que a incógnita do nó interno não participa das condições de compatibilidade dos elementos adjacentes, ou seja, não participa das equações globais da estrutura.

O primeiro passo para realizar a condensação estática é dividir o sistema de equações da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} k_{ee} & k_{ei} \\ k_{ie} & k_{ii} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_e \\ u_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} r_e \\ r_i \end{Bmatrix} \quad (3.152)$$

onde o índice e representa os graus de liberdade externos e o índice i o grau de liberdade interno que será condensado.

Explicitando a segunda linha do sistema de equações (3.152) tem-se:

$$u_i = k_{ii}^{-1} r_i - k_{ii}^{-1} k_{ie} u_e \quad (3.153)$$

e da primeira linha do sistema de equações (3.152) tem-se:

$$k_{ee} u_e + k_{ei} u_i = r_e \quad (3.154)$$

substituindo-se na última equação o vetor u_i dado na Equação (3.153), obtém-se o sistema de equações:

$$(k_{ee} - k_{ei} k_{ii}^{-1} k_{ie}) u_e = r_e - k_{ei} k_{ii}^{-1} r_i \quad (3.155)$$

Admitindo-se que no nó interno do elemento não existe força aplicada, $r_i = 0$, a equação anterior pode ser reduzida:

$$(k_{ee} - k_{ei}k_{ii}^{-1}k_{ie})u_e = r_e \quad (3.156)$$

ou:

$$k_e u_e = r_e \quad (3.157)$$

Após a obtenção da matriz de rigidez condensada de cada elemento, \tilde{k}^e , e o vetor de forças restauradoras condensado, \tilde{r}^e , pode-se formar a matriz de rigidez e o vetor de forças da estrutura por meio dos métodos usuais de análise matricial. Para a solução do sistema de equações não lineares é necessário utilizar um algoritmo iterativo, sendo os utilizados neste trabalho descritos no item 4.3 do próximo capítulo.

3.3.7 Modelos constitutivos utilizados

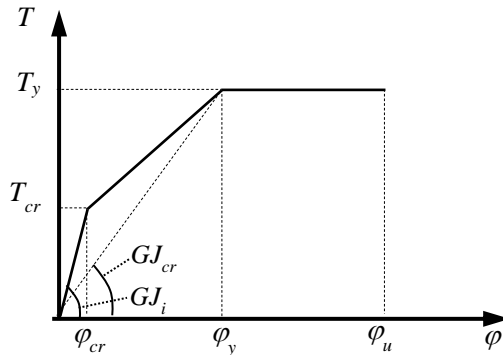
Para o concreto sob compressão uniaxial, estão implementados no programa computacional ANEST/CA o Modelo de Hognestad Modificado, adotando-se a curva parabólica tanto para o ramo ascendente como para o descendente, e o modelo do modelo CEB 2010, que abrange também concretos de alta resistência. Os modelos citados estão descritos no item 2.3.1.2. Para o concreto confinado por estribos adota-se o modelo uniaxial de Mander *et al.* (1988-a), descrito no item 2.3.1.4. O modelo de *tension-stiffening* proposto por Stramandinoli e La Rovere (2008), descrito no item 2.3.3.1, é adotado para o concreto sob tração após a fissuração. Para o aço adota-se o modelo elasto-plástico descrito no item 2.3.2.1. O modelo constitutivo para a seção transversal sob torção adotado está descrito no que se segue.

3.3.7.1 Modelo constitutivo para seção transversal sob torção

Na formulação do modelo proposto, os esforços de momento fletor e momento torsor são considerados desacoplados e, conseqüentemente, a interação entre ambos é ignorada. Desta forma, adota-se um modelo baseado no comportamento de vigas de concreto armado de seção transversal retangular submetidas à torção pura para determinar a rigidez à torção da seção do elemento de pórtico. O modelo trilinear é baseado na relação entre momento torsor (T) e ângulo de torção por unidade de comprimento (φ) que está mostrado na Figura 3.7. Este modelo foi apresentado por Chan (1982) e adotado posteriormente também por Marí

(1984) e Marí (2000). Segue-se aqui a formulação apresentada por Chan (1982).

Figura 3.7 – Modelo constitutivo para seção transversal sob torção.



Sendo um modelo trilinear, são necessários três diferentes pontos para definir o modelo:

- 1) o momento torsor que causa a primeira fissura (T_{cr}) e o correspondente ângulo de torção (ϕ_{cr});
- 2) o momento torsor correspondente ao momento que todas as armaduras de aço escoam (T_y) e o correspondente ângulo de torção (ϕ_y);
- 3) o ângulo de torção por unidade de comprimento correspondente à ruína da seção (ϕ_u).

Para o primeiro trecho do modelo, em que se considera o material elástico-linear, a rigidez à torção inicial, GJ_i , pode ser obtida utilizando-se a teoria clássica em que não há restrição à torção. Conforme descreve Chan (1982), pode-se calcular GJ_i da seguinte forma:

$$GJ_i = \eta \cdot a^3 \cdot b \cdot G \quad (3.158)$$

em que a e b são as medidas da seção transversal retangular, sendo $b \geq a$ e o coeficiente η é calculado da seguinte forma:

$$\eta = 0,333 - \frac{0,224}{(b/a)} + \frac{0,032}{(b/a)^2} \quad (3.159)$$

O momento torsor T_{cr} , que causa a primeira fissura, é dado por:

$$T_{cr} = \beta \cdot a^2 \cdot b \cdot f_t \quad (3.160)$$

sendo f_t a resistência à tração uniaxial do concreto e o coeficiente β é dado por:

$$\beta = 0,333 - \frac{0,223}{(b/a)} + \frac{0,098}{(b/a)^2} \quad (3.161)$$

Os coeficientes η e β são baseados em resultados empíricos e mostram boa aproximação com valores teóricos (CHAN, 1982).

Baseado em ensaios experimentais e na analogia de treliça espacial, a rigidez à torção pós fissuração secante, GJ_{cr} , pode ser obtida por:

$$GJ_{cr} = \frac{4E_s(b_n a_n)^3}{u^2} \cdot k \quad (3.162)$$

em que:

a_n e b_n são as medidas do núcleo de concreto (delimitado pelos estribos);
e u é o perímetro do núcleo de concreto: $u = 2(a_n + b_n)$;
e k é o coeficiente calculado por:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\rho_h} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\rho_s} + \frac{1}{\rho'_s} \right)} \quad (3.163)$$

onde:

$$\rho_s = \frac{2A_s}{a_c b_c} \quad (3.164)$$

$$\rho'_s = \frac{2A'_s}{a_c b_c} \quad (3.165)$$

$$\rho_h = \frac{2A_h u}{a_c b_c s} \quad (3.166)$$

em que A_s é a área de armadura das camadas superiores da seção; A'_s é a área de armadura das camadas inferiores; A_h é a área de armadura transversal (área de uma perna, considerando que a armadura transversal seja constante em todo o perímetro) e s é o espaçamento entre estribos.

O momento torsor T_y necessário para causar o escoamento das armaduras longitudinais e transversais pode ser obtido por meio da analogia de treliça espacial, usando-se a seguinte equação, admitindo-se comportamento elasto-plástico para as armaduras:

$$T_y = 2a_c b_c \frac{A_h f_{hy}}{s \cdot \tan \theta} \quad (3.167)$$

em que θ é a inclinação da fissura e $\tan \theta$ pode ser obtido por:

$$\tan \theta = \frac{1}{\sqrt{\frac{A_{st}}{2(a_c + b_c)} \cdot \frac{s}{A_h} \cdot \frac{f_{sy}}{f_{hy}}}} \quad (3.168)$$

onde A_{st} é a área total de armadura longitudinal; f_{sy} é a tensão de escoamento da armadura longitudinal e f_{hy} é a tensão de escoamento da armadura transversal.

A deformação correspondente a T_y , φ_y , pode então ser obtida pela relação:

$$\varphi_y = \frac{T_y}{GJ_{cr}} \quad (3.169)$$

Para determinar o valor da deformação de ruptura, φ_u , pode-se adotar a seguinte expressão:

$$\varphi_u = 0,01 \frac{a_c + b_c}{a_c b_c} \quad (3.170)$$

3.3.8 Modelo de diafragma rígido

Conforme já mencionado, implementou-se junto ao modelo de pórtico 3D no programa computacional ANEST/CA um modelo que simula o comportamento de diafragma rígido propiciado pelas lajes de pavimentos de edifícios de CA. Implementou-se o mesmo modelo utilizado no programa comercial SAP2000, conforme descrito em Wilson (2002).

No modelo de diafragma rígido as lajes dos pavimentos são supostas infinitamente rígidas em seu plano. Define-se em cada pavimento rígido um nó principal ou nó mestre que possui três graus de liberdade atrelados ao diafragma rígido, sendo dois de translação no plano XZ (u e w) e um de rotação em torno do eixo Y perpendicular ao plano XZ (θ_y), de forma a controlar estes três graus de liberdade de todos os nós secundários (ou nó escravos) no pavimento rígido. Este nó mestre pode ter posição arbitrária no pavimento para o caso de análise com carga estática, porém, para o caso de análise com carga dinâmica, o nó mestre

deve ser posicionado no centro de massa do pavimento (WILSON, 2002). Os nós secundários, assim como o nó mestre, possuem três graus de liberdade, dois de translação e um de rotação, dependentes do nó mestre (u , w e θ_y). Os demais graus de liberdade, tanto dos nós mestres quanto dos nós escravos, continuam sendo independentes (translação na vertical, v ; rotação em torno do eixo x , θ_x ; e rotação em torno do eixo z , θ_z). As seguintes equações de compatibilidade devem ser atendidas para os deslocamentos dos nós escravos, em que o índice n remete ao nó escravo e m ao nó mestre:

$$u_n = u_m + \theta_{y,m} \Delta z \quad (3.171)$$

$$w_n = w_m - \theta_{y,m} \Delta x \quad (3.172)$$

$$\theta_{y,n} = \theta_{y,m} \quad (3.173)$$

sendo Δz e Δx as distâncias z e x respectivamente do nó escravo n ao nó mestre m .

Em forma matricial as equações anteriores ficam:

$$\begin{Bmatrix} u_n \\ w_n \\ \theta_{y,n} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \Delta z \\ 0 & 1 & -\Delta x \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_m \\ w_m \\ \theta_{y,m} \end{Bmatrix} \quad (3.174)$$

Ou ainda:

$$\underset{\sim n}{u} = \underset{\sim n}{T} \underset{\sim m}{u} \quad (3.175)$$

em que $\underset{\sim n}{T}$ é a matriz de transformação do nó n .

Como a restrição de diafragma rígido elimina os graus de liberdade u , w e θ_y dos nós escravos no sistema de equações da estrutura, as cargas nodais aplicadas associadas a estes deslocamentos devem ser transferidas para os respectivos graus de liberdade do nó mestre, por meio das seguintes equações de transformação:

$$F_{x,m} = F_{x,n} \quad (3.176)$$

$$F_{y,m} = F_{y,n} \quad (3.177)$$

$$M_{y,m} = M_{y,n} + \Delta z F_{x,n} - \Delta x F_{y,n} \quad (3.178)$$

e em forma matricial:

$$\begin{Bmatrix} F_{x,m} \\ F_{y,m} \\ M_m \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ \Delta z & -\Delta x & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} F_{x,n} \\ F_{y,n} \\ M_{y,n} \end{Bmatrix} \quad (3.179)$$

ou ainda:

$$\underset{\sim m}{F} = \underset{\sim n}{T}^T \underset{\sim n}{F} \quad (3.180)$$

Em um pavimento restringido por diafragma rígido, a carga total aplicada no nó mestre será então a soma da contribuição de todos os nós escravos (nt = número total de nós escravos):

$$\underset{\sim m}{F} = \sum_{n=1}^{nt} \underset{\sim n}{T}^T \underset{\sim n}{F} \quad (3.181)$$

As matrizes de rigidez dos elementos conectados ao diafragma rígido também sofrem alterações. No caso dos elementos de vigas contidos no diafragma, a deformação axial será zero, assim como a curvatura em torno do eixo vertical da estrutura, já que na restrição se assume que o pavimento trabalha como uma placa infinitamente rígida. Desta forma, a matriz de viga terá as linhas e colunas correspondentes aos graus de liberdades restringidos pelo diafragma zeradas, passando a ser uma matriz de tamanho 6×6 .

Considerando agora o caso de um elemento de pilar com uma extremidade ligada a um nó escravo i , no pavimento de nó mestre m , e a outra extremidade ligada ao nó escravo j , no pavimento superior de nó mestre $m+1$, tem-se que os deslocamentos do pilar, baseando-se na Equação 3.174, será dado por:

$$\left\{ \begin{array}{c} u_i \\ v_i \\ w_i \\ \theta_{x,i} \\ \theta_{y,i} \\ \theta_{z,i} \\ u_j \\ v_j \\ w_j \\ \theta_{x,j} \\ \theta_{y,j} \\ \theta_{z,j} \end{array} \right\} = \left[\begin{array}{cccccccccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & \Delta z_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -\Delta x_i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \Delta z_j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -\Delta x_j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \cdot \left\{ \begin{array}{c} u_m \\ v_m \\ w_m \\ \theta_{x,m} \\ \theta_{y,m} \\ \theta_{z,m} \\ u_{m+1} \\ v_{m+1} \\ w_{m+1} \\ \theta_{x,m+1} \\ \theta_{y,m+1} \\ \theta_{z,m+1} \end{array} \right\}$$

(3.182)

Ou ainda:

$$\begin{matrix} U \\ \sim p \end{matrix} = \begin{matrix} T \\ \sim p \end{matrix} \cdot \begin{matrix} U \\ \sim m \end{matrix} \quad (3.183)$$

em que $\begin{matrix} U \\ \sim p \end{matrix}$ é o vetor de deslocamentos do elemento de pilar que está

ligado ao diafragma, $\begin{matrix} T \\ \sim p \end{matrix}$ é a matriz de transformação 12×12 do pilar, e

$\begin{matrix} U \\ \sim m \end{matrix}$ é o vetor de deslocamentos que engloba os nós mestres m e $m+1$ dos pavimentos aos quais o elemento está conectado.

A nova matriz de rigidez transformada do elemento de pilar, conectado a nós escravos será dada por:

$$\begin{matrix} k \\ \sim p \end{matrix} = \begin{matrix} T \\ \sim p \end{matrix}^T \begin{matrix} k \\ \sim p \end{matrix} \begin{matrix} T \\ \sim p \end{matrix} \quad (3.184)$$

CAPÍTULO 4

IMPLEMENTAÇÃO COMPUTACIONAL

O modelo tridimensional (3D) descrito no *Capítulo 3* foi implementado em um programa computacional denominado ANEST/CA, desenvolvido na linguagem FORTRAN 90. O programa permite a análise não linear física e geométrica de pórticos espaciais de concreto armado. O ANEST/CA é baseado no programa ANALEST, desenvolvido por Stramandinoli (2007), resultado de modificações realizadas no programa NOPLAN, desenvolvido por La Rovere (1990) para análise não linear física de estruturas planas de CA e alvenaria armada. A primeira versão do ANALEST foi desenvolvida por Chimello (2003), que adaptou o programa NOPLAN para a análise não linear física de vigas reforçadas com fibra de carbono; posteriormente, Stramandinoli (2007) o estendeu para a análise não linear física e geométrica de pórticos planos de CA.

O programa ANEST/CA, assim como o programa base ANALEST, é dividido em módulos ou sub-programas que se correspondem entre si por meio de arquivos binários. Inicialmente foram aperfeiçoados os módulos provenientes do programa ANALEST para a análise não linear de pórticos planos de CA (PORT2D, RESOLINEAR e RESOL2DNL) e após iniciou-se a implementação do modelo 3D. A entrada de dados no programa é feita por meio de arquivo de texto. Os dados e resultados gerados pelos módulos são impressos em arquivos de saída formatados (arquivo de texto), pelos quais o usuário tem acesso aos resultados da análise realizada.

Neste capítulo relata-se todo o trabalho realizado para desenvolver o programa computacional ANEST/CA, descreve-se detalhadamente a sua estrutura de funcionamento e opções de análise e, ainda, todas as opções de saída de dados que a ferramenta desenvolvida oferece. Em complementação às informações apresentadas neste capítulo, no Apêndice A está parte do manual desenvolvido para a utilização do programa ANEST/CA.

Esta etapa de implementação computacional demandou parcela considerável do tempo disponível para a realização deste trabalho, tendo limitado então, assim, a realização nesta tese de estudos mais aprofundados aplicações do modelo. Apesar disto, pensou-se na contribuição que esta implementação computacional trará no desenvolvimento de trabalhos futuros, pois certamente, a utilização deste

programa não ficará restrita aos resultados mostrados nos próximos capítulos.

4.1 ALTERAÇÕES E IMPLEMENTAÇÕES REALIZADAS NA VERSÃO 2D

A versão ANEST/CA para análise de pórticos planos e vigas de concreto armado, como já mencionado, é resultado de algumas melhorias e modificações do programa já existente ANALEST. Primeiramente realizou-se uma otimização da forma de dimensionamento das variáveis, passando-se a utilizar diretamente os comandos contidos no novo compilador FORTRAN90 para a alocação dinâmica de memória, enquanto que, no programa base, utilizava-se alocação dinâmica de memória feita por meio de comandos passo a passo, desenvolvidos especificamente para este fim e compilados numa biblioteca estática (“DATABASE.LIB”).

As diferentes possibilidades de análise não linear realizadas pelo programa (somente NLF, somente NLG, NLF e NLG), que no ANALEST eram realizadas por versões diferentes do módulo RESOL, foram implementadas em um único módulo (RESOL2DNL), passando-se a ler a opção do tipo de análise no arquivo de dados. A única exceção é para análise elástico-linear, para a qual continua-se utilizando um módulo de resolução separado (RESOLINEAR). Realizaram-se também, em todos os módulos do programa base, várias alterações referentes à otimização das rotinas e à organização e clareza da programação.

Quanto às opções de entrada de dados, adicionou-se a possibilidade de aplicação de carga distribuída constante nos elementos de barra, e também a possibilidade de se utilizar mais de um tipo de concreto. A disposição dos dados dentro do arquivo de dados também foi alterada, além de serem criados novos comandos separadores, a fim de facilitar o lançamento dos dados da estrutura pelo usuário.

Outro aprimoramento realizado foi a adição de mais um tipo de análise, denominada análise simplificada, que considera a não linearidade geométrica pela adição da matriz K_G , e a não linearidade física por meio de coeficientes redutores de rigidez à flexão, conforme descrito no item 2.2.4. Os coeficientes de redução de rigidez são especificados no arquivo de entrada de dados para cada tipo de seção. Nesta análise simplificada as armaduras são desconsideradas na rigidez dos elementos.

Mais detalhes sobre a entrada de dados para a análise utilizando a versão 2D do programa ANEST/CA estão no Apêndice A.

4.2 ESTRUTURA E FUNCIONAMENTO DO ANEST/CA

O programa ANEST/CA é dividido em módulos conforme ilustra o fluxograma da Figura 4.1. Os módulos ESTRUTURA e RESOLINEAR servem tanto para se realizar análise de pórticos planos, como de pórticos espaciais ou edifícios. Desta forma, para se efetuar uma análise de pórtico plano, executam-se os módulos ESTRUTURA, PORT2D e ou o módulo RESOLINEAR para análise elástico-linear ou RESOL2DNL para análise não linear (física e geométrica, apenas física, apenas geométrica ou simplificada). Já para análise de pórticos espaciais utiliza-se os módulos ESTRUTURA, PORT3D e ou o módulo RESOLINEAR para análise elástico-linear ou RESOL3DNL para análise não linear.

Figura 4.1 – Divisão em módulos do programa ANEST/CA para análise de pórticos planos.

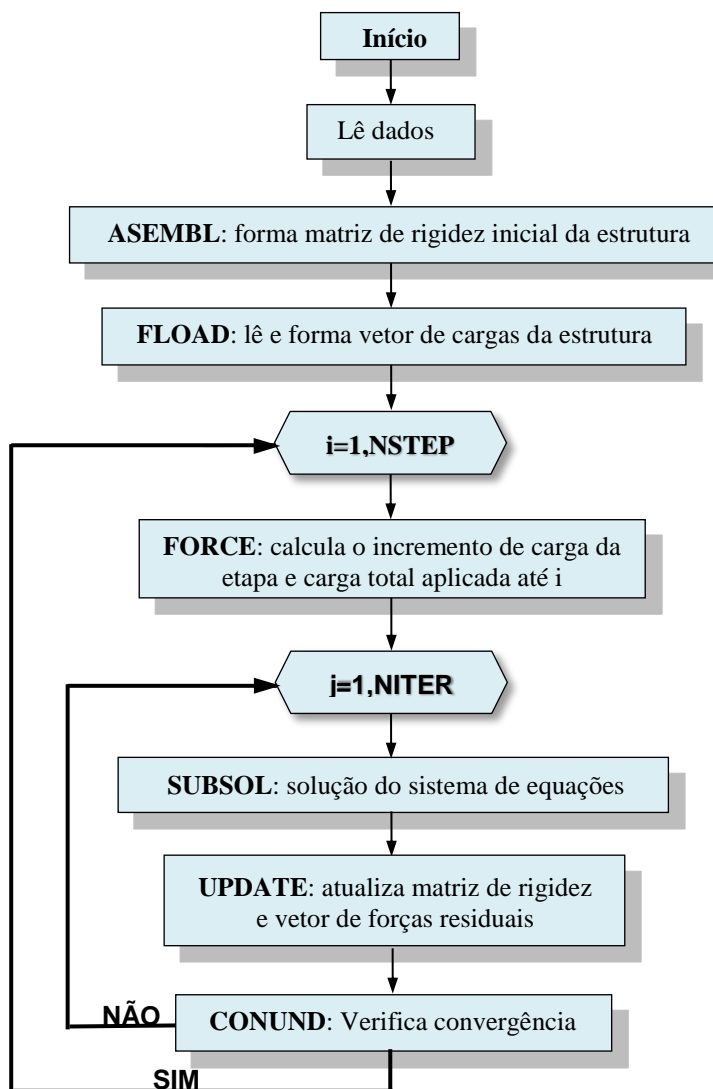


O primeiro passo para a análise de uma estrutura pelo programa é criar o arquivo de entrada de dados da estrutura, cujo nome é fornecido pelo usuário com a extensão .DAT (“NOME.DAT”), seguindo-se a disposição dos dados, conforme descrito no Apêndice A (item A.1 para análise no plano e A.2 para análise espacial). Os dados da estrutura dentro deste arquivo de texto são separados em blocos, denominados “separadores”, definidos conforme os dados que agrupam, como por exemplo o separador CONCRETO, no qual constam as propriedades dos diferentes concretos usados na estrutura. Por meio deste arquivo, o usuário fornece todas as informações necessárias e opções escolhidas para a análise.

O módulo ESTRUTURA é o primeiro a ser executado na análise pelo ANEST/CA. Este módulo é responsável pela leitura das informações dentro do arquivo de entrada de dados (“NOME.DAT”) referentes a coordenadas e vinculação da estrutura, assim como o tipo de análise a ser realizada. São lidas também as informações referentes à restrição de diafragma rígido ou restrição de igualdade de deslocamento, quando existirem. Neste módulo pode-se gerar coordenadas nodais, para o caso de nós com espaçamento constante, e também a conectividade dos elementos, quando houver numeração sequencial de elementos e respectivos nós em sua extremidade. As equações de equilíbrio são numeradas e, se totalizarem mais de dez, estas são renumeradas a fim de minimizar a largura de banda da matriz de rigidez, otimizando assim a análise.

No módulo PORT3D são lidas as informações referentes às propriedades dos materiais concreto e aço, e também os dados das seções dos elementos e carga distribuída aplicadas nos mesmos. Após a leitura destes dados, para cada tipo de seção especificada são calculadas as propriedades geométricas (momento de inércia, momento estático e área). Também são calculadas propriedades referentes aos modelos constitutivos de torção, de *tension-stiffening* e modelo constitutivo para o concreto sob confinamento (no caso de análise NLF e curva constitutiva para concreto com confinamento). Em seguida, para cada elemento da estrutura, são então especificados os dados referentes à geometria e ao material, conforme o número da seção especificada na entrada de dados; calcula-se também a matriz de rigidez e de rotação (transformação de coordenadas do eixo local para o global) do elemento, assim como o vetor de forças de engastamento perfeito devido ao peso próprio e à carga distribuída aplicada no elemento. No caso de haver restrição por diafragma rígido, são realizadas as devidas transformações nas matrizes de rigidez e vetores de forças de engastamento perfeito dos elementos, conforme descrito em 3.3.8. Para cada elemento, todas as propriedades (geométricas e mecânicas), e matrizes e vetores calculados são escritos para arquivos binários para a sua posterior utilização pelo módulo RESOL3DNL ou RESOLINEAR. O módulo PORT2D tem a mesma função que o PORT3D, com exceção do cálculo das propriedades dos modelos constitutivos (torção, *tension-stiffening* e concreto confinado) e consideração de diafragma rígido que não há na análise no plano.

Figura 4.2 – Fluxograma simplificado do módulo RESOL3DNL.



O módulo RESOL3DNL é responsável pela resolução do sistema de equações não lineares, e o módulo RESOLINEAR pela resolução do sistema de equações lineares. No caso de análise não linear, inicialmente lê-se do arquivo de dados os parâmetros para a respectiva análise indicados no separador “NAOLINEAR”, como número de incrementos de carga, algoritmo de resolução, tolerância e número máximo de iterações por etapa (ver Apêndice A). Lêem-se, também, as cargas e/ou deslocamentos prescritos aplicados nos nós indicados no separador CARREGAMENTO e a carga inicial, quando houver, no separador INICIAL.

O fluxograma da Figura 4.2 apresenta um resumo simplificado com as principais etapas do processo de cálculo realizado pelo módulo RESOL3DNL, utilizando o algoritmo de Newton-Rhapson. O módulo RESOL2DNL tem a mesma estrutura de funcionamento que o RESOL3DNL, visto que este último foi baseado no primeiro, com diferença apenas nas opções de análise e saídas de dados, pois algumas opções foram incluídas somente na versão 3D.

4.2.1 Saída de dados

Listam-se a seguir os arquivos de saída de resultados (arquivos texto formatados) que cada módulo gera, sendo que todos os arquivos são gerados com o mesmo nome do arquivo de dados “NOME.DAT”, mudando somente a extensão. Estes arquivos foram totalmente reformulados em relação ao programa ANALEST, na qual se baseou seu desenvolvimento do programa ANEST/CA.

Módulo ESTRUTURA:

- “NOME.EST” - lista os dados de entrada lidos e gerados pelo módulo, como conectividade dos elementos, coordenadas nodais, condições de contorno, numeração das equações e informações sobre a restrição por diafragma rígido (quando houver), além de indicar o tipo de análise selecionada.

Módulo PORT3D:

- “NOME.PT3” – descrição detalhada das propriedades dos materiais concreto e aço, dados e propriedades geométricas das seções transversais especificadas, e respectivas armaduras longitudinais e transversais (quando indicadas), propriedades dos

modelos constitutivos calculadas pelo módulo (torção, *tension-stiffening* e confinamento), além de informações específicas de cada elemento, como tipo da seção especificada e carga distribuída aplicada. Os dados mostrados no arquivo se adequam de acordo com as opções de análise selecionadas.

Módulo PORT2D:

- “NOME.PT2” – descrição das propriedades dos materiais concreto e aço, dados e propriedades geométricas das seções transversais especificadas, e informações específicas de cada elemento, como tipo da seção especificada e carga distribuída aplicada.

Módulo RESOL3DNL

- “NOME.N01” - principal arquivo de saída de dados do módulo em que são inicialmente escritos dados gerais referentes à análise realizada, como número de etapas, algoritmo de resolução e tolerância para convergência dos resultados. Ao final de cada etapa são escritos os valores das cargas aplicadas, reações calculadas dos nós com deslocamentos prescritos, e reações de apoio (cálculo adicionado na versão 3D); e em sequência os resultados dos deslocamentos e rotações para cada nó. São escritas, também, as deformações e esforços em cada ponto de Gauss de cada elemento, caso seja requerido pelo usuário. No arquivo são impressos também avisos de ocorrência de eventos como: primeira fissura, aço inicia escoamento, pico de compressão atingido no concreto e esmagamento do concreto; além de informações sobre as iterações realizadas em cada etapa. Há ainda diferentes opções de impressão dos resultados, que estão descritas no Apêndice A.
- “NOME.S01” - são fornecidos os resultados de tensões e deformações de cada filamento (de concreto e aço) nos três pontos de Gauss de cada elemento, obtidas em cada etapa de carregamento. Indica-se também, para cada filamento de concreto, se houve fissuração ou se foi atingido o pico de compressão no concreto, e, no caso das camadas de armaduras, se o aço está ecoando ou se já rompeu.
- “NOME.P01” - escrevem-se os resultados de carga aplicada e deslocamento calculado em cada etapa de carregamento, para o

nó e grau de liberdade especificado pelo usuário na entrada de dados, visando a possibilidade de traçado de gráfico “carga *versus* deslocamento”.

- “NOME.TEN” - é utilizado para a escrita dos resultados de tensão *versus* deformação para filamentos de concreto e/ou barras de armadura longitudinal de um elemento e seção do elemento especificados na entrada de dados (até 4 filamentos e/ou barras).
- “NOME.DEF” - escrevem-se os resultados de deformação e esforço especificados para um elemento e seção também pré-definidos no arquivo de entrada, para a geração de gráfico esforço *versus* deformação.

Módulo RESOL2DNL:

- Estão disponíveis os mesmos arquivos descritos no módulo RESOL3DNL, com exceção dos arquivos de extensão “.TEN” e “.DEF”, além de não estar disponível o cálculo das reações de apoio, resultados que aparecem no arquivo de extensão “.N01”.

Módulo RESOLINEAR:

- “NOME.N01” - contém os resultados da análise para cada caso de carregamento (tem-se a opção de calcular mais de um caso de carregamento para a análise elástico-linear). São listados as forças e deslocamentos prescritos aplicados, e os deslocamentos e rotações obtidos para cada nó, para a carga total.

4.2.2 Implementações dos modelos constitutivos

O programa ANEST/CA tem como objetivo a análise de pórticos de edifícios de concreto armado, ou seja, estruturas usualmente com número elevado de elementos estruturais (vigas e pilares). Visando facilitar a análise de uma estrutura pelo programa, em que o trabalho de discretização e numeração dos elementos e seções transversais é extensivo, investiu-se na implementação de rotinas para cálculo automático das propriedades dos modelos constitutivos de torção, *tension-stiffening* e concreto confinado de modo a diminuir consideravelmente o trabalho manual demandado pelo usuário.

4.2.2.1 Modelo constitutivo de *tension-stiffening*

Na versão 2D do programa ANEST/CA é necessário informar para cada seção especificada, além do valor do coeficiente α (definido no item 2.3.3.1), as camadas em que se deseja considerar o efeito *tension stiffening*, ou seja, é necessário indentificar previamente as camadas que estarão tracionadas caso se queira seguir a recomendação de considerar este efeito em apenas $\frac{1}{4}$ da altura da viga, como está descrito no item 2.3.3.1. Para uma estrutura maior, que normalmente contém vigas contínuas, seguir essa recomendação demandaria muito trabalho manual, além do trabalho de se calcular o coeficiente α para cada seção especificada.

Visando automatizar o trabalho manual requerido para a consideração do efeito *tension-stiffening*, algumas rotinas foram adicionadas ao programa. No módulo PORT3D adicionou-se uma rotina para cálculo automático do coeficiente α , além da adição da informação se o elemento em questão faz parte de uma viga ou pilar. Essa informação é relevante para, no caso de viga, possibilitar o uso de dois valores de coeficiente α : um para os filamentos superiores, calculado considerando a armação superior dentro de $\frac{1}{4}$ da altura superior da seção; e outro valor de α para os filamentos até $\frac{1}{4}$ da altura do elemento de viga, calculado com a armação longitudinal inferior. Para o caso de pilar, calcula-se somente um valor de coeficiente α , a partir de um valor médio entre as taxas de armadura longitudinal de duas faces perpendiculares da seção, calculadas considerando-se $\frac{1}{4}$ da altura ou largura da seção, tendo em vista a aplicação em pilares retangulares submetidos à flexão oblíqua. No módulo RESOL3DNL foi adicionada à rotina do modelo de *tension-stiffening* uma verificação da posição do filamento para o caso de viga, em que se verifica se este está dentro do $\frac{1}{4}$ da altura (medida tanto a partir da borda inferior quanto a partir da borda superior) da seção transversal, no qual se deseja considerar o efeito. Para o caso de pilares, considera-se o modelo de *tension-stiffening* caso o filamento esteja localizado na área entre a borda da seção até $\frac{1}{4}$ da altura e/ou $\frac{1}{4}$ da largura.

4.2.2.2 Modelo constitutivo para concreto confinado por estribos

O modelo para o concreto sob confinamento por estribos de Mander *et al.* (1988-a) foi implementado no programa ANEST/CA. Todos os cálculos iniciais que definem o modelo, descrito no item 2.3.1.4,

foram implementados computacionalmente, incluso o gráfico da Figura 2.10 utilizado para a determinação da resistência do concreto confinado. As curvas mostradas no gráfico foram todas equacionadas e colocadas em uma rotina para cálculo da resistência do concreto confinado (f_{cc}). Assim, para se utilizar o modelo de concreto confinado basta indicar no arquivo de entrada as informações referentes à armadura transversal da seção e o módulo PORT3D calcula automaticamente todos os valores necessários à utilização do modelo de Mander *et al.* (1988-a).

Outro diferencial é que no módulo RESOL3DNL a sub-rotina responsável pela integração dos filamentos de concreto e armaduras de aço diferencia os filamentos de concreto do núcleo confinado, para os quais aplica-se a equação de Mander, daqueles pertencentes ao cobrimento do concreto e para os quais então desconsidera-se o confinamento. Nesta mesma sub-rotina faz-se também a verificação se todos os filamentos do núcleo de concreto da seção do pilar estão sob compressão; caso haja algum filamento do núcleo sob tração, a integração dos filamentos de concreto da seção é refeita utilizando-se as propriedades do concreto sem confinamento e adotando-se o modelo constitutivo de Mander.

4.2.2.3 Modelo constitutivo para seção sob torção

Os valores que definem o modelo trilinear para seção sob torção, modelo descrito no item 3.3.7.1, também podem ser calculados automaticamente pelo módulo PORT3D do programa, desde que informado no arquivo de entrada de dados a armadura transversal em cada seção especificada. A opção de se informar diretamente os valores que definem o modelo trilinear também está disponível. Uma modificação feita no modelo implementado em relação ao mostrado no item 3.3.7.1 é que após a seção atingir o momento torsor de escoamento (T_y) a rigidez à torção não é zerada como mostra a Figura 3.7, mas considera-se ainda uma pequena rigidez correspondente a 1% da rigidez elástica à torção, de maneira a se evitar coeficiente nulo na diagonal da matriz de rigidez tangente do elemento.

4.3 ALGORITMOS PARA SOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES NÃO LINEARES

Para a solução do sistema de equações não lineares da estrutura, $\tilde{K}U = F$, onde a matriz de rigidez da estrutura depende do vetor de

deslocamentos nodais, $\tilde{K} = \tilde{K}(\tilde{U})$ é necessário utilizar-se um método de cálculo iterativo ou incremental, ou ambos, para se chegar à solução do sistema e se atingir assim, o equilíbrio da estrutura.

No programa computacional ANEST/CA estão implementados quatro algoritmos para resolução do sistema de equações não lineares da estrutura: Método de Newton-Raphson, Newton-Raphson Modificado, Newton-Raphson com rigidez Inicial e ainda o Método do Comprimento de Arco. Estes métodos estão descritos a seguir.

4.3.1 Método de Newton-Raphson

Este método, e também algumas de suas variações, é um dos mais utilizados para resolução de sistemas de equações não lineares de estruturas discretizadas por EF (BATHE, 1982). O método é incremental e iterativo: aplica-se a cada etapa um incremento de carga e calcula-se o incremento de deslocamento até se atingir a convergência do equilíbrio das forças. Utiliza-se neste método a matriz de rigidez tangente, que é atualizada em cada iteração de cada etapa.

Para uma determinada iteração i de uma etapa e , faz-se:

$$[K]_{i-1} \{\Delta U\}_i = \{\psi\}_{i-1} \quad (4.1)$$

onde:

$[K]_{i-1}$: matriz de rigidez da estrutura da iteração $i-1$;

$\{\psi\}_{i-1}$: vetor de forças residuais da estrutura dado por $\{\psi\}_{i-1} = \{F\}_e - \{R\}_{i-1}$, em que $\{F\}$ e e é o vetor de forças nodais aplicadas na estrutura na etapa e ;

$\{R\}_i$: vetor de forças internas ou restauradoras da estrutura;

No final de cada iteração calcula-se:

$$\{U\}_i = \{U\}_{i-1} + \{\Delta U\}_i \quad (4.2)$$

Após os deslocamentos nodais da estrutura terem sido obtidos, calculam-se as deformações, tensões, vetor de esforços internos, e a matriz de rigidez tangente de cada elemento, a partir dos quais se formam o vetor de forças internas, $\{R\}_i$ e a matriz de rigidez tangente $[K]_i$ da estrutura. Tendo o vetor de esforços internos da estrutura, calcula-se o novo vetor de forças residuais:

$$\{\psi\}_i = \{F\}_e - \{R\}_i \quad (4.3)$$

Ao final de cada iteração a convergência é verificada, e se não atingida, as iterações dentro de cada etapa continuam até o vetor de forças residuais tender a zero ou estar dentro da tolerância desejada, e consequentemente $\{\Delta U\}$ também tender a zero. Obtido o equilíbrio do sistema, parte-se para uma nova etapa onde é aplicado um novo incremento de carga.

Para a primeira iteração de cada etapa, adota-se:

$[K]_0$: matriz de rigidez da última iteração da etapa anterior;

$\{\psi\}_0 = \{\Delta F\}_e$, ou seja, aplica-se na primeira iteração o incremento de cargas externas;

$\{U\}_0$: vetor de deslocamentos da última iteração da etapa anterior;

$\{F\}_e$: vetor de cargas externas aplicado na etapa e dado por:

$$\{F\}_e = \{F\}_{e-1} + \{\Delta F\}_e \quad (4.4)$$

A matriz de rigidez da estrutura é atualizada a cada iteração, caracterizando o Método de Newton-Raphson de rigidez tangente. O Newton-Raphson modificado e o Método de Newton-Raphson com rigidez inicial são duas variações deste método. No primeiro, a matriz de rigidez é atualizada apenas no início de cada etapa, permanecendo constante nas iterações. Já no método de Newton-Raphson com rigidez inicial, a matriz de rigidez inicial, elástica, é utilizada em todas as etapas e iterações.

4.3.2 Método do comprimento de Arco

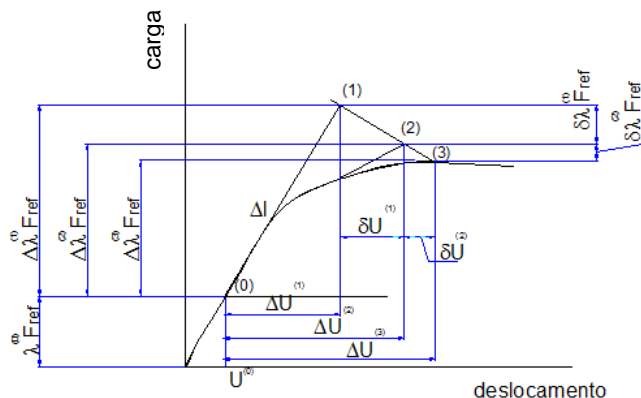
Em sua tese, Stramandinoli (2007) implementou o método do comprimento de Arco no programa ANALEST. O objetivo foi implementar um método que conseguisse capturar todo o caminho de equilíbrio da estrutura, mesmo existindo pontos limites, já que os demais métodos descritos anteriormente não apresentam eficiência para problemas fortemente não lineares.

O Método do Comprimento do Arco possui várias versões, e Stramandinoli (2007) optou pela versão original, proposta independentemente por Riks (1972) e Wempner (1971), por ser uma versão mais simples de ser implementada. A seguir é descrito o modelo conforme consta em Stramandinoli (2007).

O método consiste em fixar-se um plano ortogonal ao plano tangente, resultando em uma equação adicional para determinação do

incremento de carga e de deslocamento. Nesse método, forças e deslocamentos variam durante cada iteração. As etapas iterativas para se alcançar um novo ponto de equilíbrio em cada etapa incremental e os símbolos utilizados para cada incremento de carga e de deslocamento estão ilustradas na Figura 4.3.

Figura 4.3 Método do comprimento do arco.



Fonte: Stramandinoli (2007).

A carga aplicada na estrutura é representada por uma carga de referência e por um fator de multiplicação desta carga:

$$\{F\} = \Delta\lambda \{F_{ref}\} \quad (4.5)$$

O princípio desse método consiste numa condição de ortogonalidade entre dois vetores, como pode ser observado na Figura 4.4, o vetor 0-1 e o vetor 1-2, que são representados por:

$$\left(\Delta\lambda^{(1)} \{F_{ref}\} \quad \{\Delta U\}^{(1)} \right)^T \text{ e } \left(-\delta\lambda^{(1)} \{F_{ref}\} \quad \{\delta U\}^{(1)} \right)^T \quad (4.6)$$

Se esses dois vetores são ortogonais, então o produto escalar deles é igual a zero:

$$\left(\Delta\lambda^{(1)} \{F_{ref}\} \quad \{\Delta U\}^{(1)} \right)^T \begin{pmatrix} -\delta\lambda^{(1)} \{F_{ref}\} \\ \{\delta U\}^{(1)} \end{pmatrix} = 0 \quad (4.7)$$

Expandindo esta equação, vem:

$$-\Delta\lambda^{(1)}\delta\lambda^{(1)}\{F_{ref}\}^T\{F_{ref}\} + \{\Delta U^{(1)}\}^T\{\delta U^{(1)}\} = 0 \quad (4.8)$$

Resolvendo-se esta equação obtém-se o valor de $\delta\lambda$. Descreve-se a seguir o algoritmo para o cálculo pelo método. Para cada incremento, que compreende uma etapa, teêm-se os seguintes passos dentro das iterações:

1ª. Iteração:

1) Resolve-se a equação seguinte para calcular $\{\Delta U^{**}\}$:

$$[K^0]\{\Delta U^{**}\} = \{F_{ref}\} \quad (4.9)$$

2) Calculam-se os parâmetros $v1$ e $v2$:

$$v1 = \{\Delta U^{**}\} \{F_{ref}\} \quad (4.10)$$

$$v2 = \sqrt{\{\Delta U^{**}\}^T \cdot \{\Delta U^{**}\}} \quad (4.11)$$

onde $v1$ é calculado para definir se o fator de multiplicação da carga é positivo ou negativo, e $v2$ é a norma do vetor $\{\Delta U^{**}\}$.

3) Calcula-se o incremento do fator de multiplicação:

$$\Delta\lambda^{(i)} = \frac{\text{sinal}(v1)\Delta l}{v2} \quad (4.12)$$

o valor de Δl , que representa o comprimento do arco, é fornecido ao programa (ver Apêndice A).

4) Calcula-se o incremento de deslocamentos:

$$\{\Delta U\}^{(1)} = \Delta\lambda^{(1)}\{\Delta U^{**}\} \quad (4.13)$$

5) Atualiza-se o fator de multiplicação:

$$\lambda^{(1)} = \lambda^{(0)} + \Delta\lambda^{(1)} \quad (4.14)$$

6) Atualiza-se o vetor de deslocamentos:

$$\{U\}^{(1)} = \{U\}^{(0)} + \{\Delta U\}^{(1)} \quad (4.15)$$

7) Calcula-se o novo vetor de forças restauradoras $\{R\}^{(1)}$ e a nova matriz de rigidez $[K]^{(1)}$.

8) Calcula-se o vetor de forças residuais:

$$\{\psi\}^{(1)} = \lambda^{(1)} \{F_{ref}\} - \{R\}^{(1)} \quad (4.16)$$

9) Verifica-se a convergência, se esta ocorrer, inicia-se um novo incremento voltando à etapa 1, se não houver convergência, inicia-se uma nova iteração, seguindo os próximos passos.

• **Nas demais iterações:**

10) Calculam-se dois novos incrementos de deslocamento:

$$\{\delta U\}^{(i)} = [K^{(i-1)}]^{-1} \{\psi\}^{(i-1)} \quad (4.17)$$

$$\{\delta U^{**}\}^{(i)} = [K^{(i-1)}]^{-1} \{F_{ref}\} \quad (4.18)$$

11) Calcula-se um novo incremento do fator de multiplicação, com base na equação (4.8):

$$\delta \lambda^{(i-1)} = \frac{[\{\Delta U^{(1)}\}]^T \{\delta U^*\}^{(i)}}{[\{\Delta U^{(1)}\}]^T \{\delta U^{**}\}^{(i)} + \Delta \lambda^{(1)} \{F_{ref}\}^T \{F_{ref}\}} \quad (4.19)$$

12) Calcula-se um novo incremento de deslocamentos:

$$\{\delta U\}^{(i-1)} = \{\delta U^*\}^{(i)} - \delta \lambda^{(i-1)} \{\Delta U^{**}\}^{(i)} \quad (4.20)$$

13) Atualizam-se os deslocamentos e os fatores de multiplicação, assim como os incrementos destes:

$$\Delta \lambda^{(i)} = \Delta \lambda^{(i-1)} - \delta \lambda^{(i-1)} \quad (4.21)$$

$$\lambda^{(i)} = \lambda^{(i-1)} - \delta \lambda^{(i-1)} \quad (4.22)$$

$$\{\Delta U\}^{(i)} = \{\Delta U\}^{(i-1)} + \{\delta U\}^{(i-1)} \quad (4.23)$$

$$\{U\}^{(i)} = \{U\}^{(i-1)} + \{\delta U\}^{(i-1)} \quad (4.24)$$

14) Calcula-se o novo vetor de forças restauradoras $\{R\}^{(i)}$ e a nova matriz de rigidez $[K]^{(i)}$.

15) Calcula-se o vetor de forças residuais:

$$\{\psi\}^{(i)} = \lambda^{(i)} \{F_{ref}\} - \{R\}^{(i)} \quad (4.25)$$

16) Verifica-se a convergência; se esta ocorre, inicia-se um novo incremento voltando-se à etapa 1, se não houver convergência, inicia-se uma nova iteração, voltando-se à etapa 10.

A única alteração realizada na implementação do método do comprimento do arco no programa ANEST/CA foi a possibilidade de se aplicar todo o peso próprio da estrutura e carga inicial (caso indicados) em uma primeira etapa de carga, e para isso ser possível, adotou-se para essa primeira etapa o método de Newton-Raphson tangente. Após então, para a aplicação em etapas do restante da carga indicada, aplica-se o método do comprimento do Arco.

4.4 CRITÉRIO DE CONVERGÊNCIA

No final de cada iteração, utilizando-se qualquer um dos algoritmos descritos anteriormente, deve-se verificar se houve convergência para o equilíbrio das forças: $(\{\psi\} = \{F\} - \{R\} \cong 0)$ atendendo-se à tolerância definida. Neste trabalho adota-se a norma de forças residuais para se verificar a convergência do processo iterativo:

$$\frac{\|\{\psi\}\|}{\|\{F\}\|} \leq \text{tolerância} \quad (4.26)$$

O valor da tolerância adotado é especificado no arquivo de entrada de dados fornecido pelo usuário ao se analisar uma estrutura pelo programa ANEST/CA, conforme descrito no Apêndice A.

A verificação da convergência é realizada por meio da sub-rotina CONUND, indicada no fluxograma do módulo RESOL3DNL da Figura 4.2. Esta sub-rotina foi baseada na sub-rotina de mesmo nome descrita por Owen e Hinton (1980), e modificada por La Rovere (1990), que criou um critério especial de convergência, de forma a considerar a aceleração de convergência (ver detalhes no Apêndice A).

CAPÍTULO 5

ESTUDOS DE VALIDAÇÃO E COMPARAÇÃO

Neste capítulo apresenta-se o estudo de validação do modelo implementado no programa ANEST/CA, por meio da comparação com o modelo do programa CONS e também com resultados experimentais. O modelo do programa CONS foi desenvolvido por Marí (2000), sendo usada neste estudo a versão CONS07. Este estudo foi realizado, em sua grande parte, durante o intercâmbio realizado pelo programa de Doutorado Sanduíche na Universidade Politécnica de Barcelona (UPC) sob a orientação do professor e pesquisador Antônio Marí. Descrevem-se os principais exemplos analisados, que foram primeiramente utilizados para a verificação da correta implementação computacional e validação do modelo proposto e, em um segundo momento, analisam-se as diferenças existentes entre os dois modelos.

O modelo de Marí (2000) inclui a análise diferida no tempo bem como a possibilidade de consideração de etapas construtivas. No entanto, para o estudo comparativo com o modelo proposto neste trabalho, que é voltado para análise não linear de pórticos submetidos a cargas instantâneas, não se utilizou no programa CONS a opção de análise diferida no tempo, nem a de etapas construtivas. O modelo do CONS já foi descrito anteriormente no item 2.2.

Para todas as análises considerando a não linearidade física, buscou-se utilizar os mesmos modelos constitutivos e propriedades dos materiais em ambos os programas. Para o concreto sob compressão, adotou-se para as análises no programa ANEST/CA o modelo constitutivo de curva parabólica baseado no modelo de Hognestad (1951) (descrito no item 2.3.1.2); e, no programa CONS, o modelo original de Hognestad (1951), no qual a curva parabólica é usada apenas até o pico de compressão, a partir do qual se utiliza um trecho linear descendente. Para o concreto sob tração, no entanto, os modelos de *tension-stiffening* são diferentes, utilizando-se no programa ANEST/CA o modelo de Stramandinoli e La Rovere (2008), e no programa CONS o modelo proposto por Carreira e Chu (1986), descrito no item 2.3.3.2, adotando-se o valor 3 para o parâmetro ajustável do modelo, β . Este parâmetro não é um dado de entrada, é considerado internamente na subrotina do programa.

Ressalta-se que o modelo implementado no programa CONS considera a possibilidade de carga/descarga/recarga nas leis constitutivas,

mesmo para cargas aplicadas monotonicamente crescentes, o que não é considerado no modelo desenvolvido neste trabalho.

Buscou-se também adotar a mesma malha de elementos finitos em cada exemplo para ambos os programas. Há diferença, no entanto, no número de pontos de Gauss usados para a integração numérica ao longo do elemento: no modelo do CONS utilizam-se dois pontos de integração e, no modelo do ANEST/CA, três pontos de integração de Gauss ao longo do eixo do elemento.

Com relação às malhas utilizadas para a análise numérica destes primeiros exemplos, que em sua maioria são análises no plano, a escolha foi baseada nos estudos paramétricos realizados anteriormente por Stramandinoli (2007) e Junges (2011). Stramandinoli (2007) analisou uma viga biapoiada e um pórtico plano. Para a viga sob flexão a 3 pontos obteve-se convergência da solução com o refino de malha para malhas a partir de 10 elementos, e, para a mesma viga sob flexão a 4 pontos, a partir de apenas 4 elementos. Já na análise de um pórtico plano bi-engastado de um vão e um pavimento, houve dependência da malha, apesar das curvas carga-deslocamentos obtidas serem praticamente coincidentes até o pico, os valores de carga última e deslocamento correspondente variaram um pouco ao se refinar a malha até 20 elementos. A partir de 20 elementos os resultados já são satisfatórios, a autora recomenda assim que se utilize uma malha mais fina para pórticos planos, com a restrição, porém, de não se utilizar elementos com comprimento inferior à altura da sua seção transversal, conforme recomendado por Bazant *et al.* (1987). Stramandinoli (2007) também estudou o efeito do número de camadas na discretização da seção para a viga biapoiada sob flexão a três pontos e concluiu que a partir de 10 camadas não há alteração nos resultados da solução. Junges (2011) analisou uma viga contínua de dois vãos sob carga uniformemente distribuída, em que os resultados mostraram convergência da solução para as malhas a partir de 10 elementos por vão. No Capítulo seguinte, em que as análises são todas no espaço, faz-se um pequeno estudo de malha de elementos finitos para o primeiro exemplo estudado em complementação aos estudos realizados para a análise no plano.

Em coerência com o objetivo deste capítulo, são analisadas estruturas simples, como vigas e pórticos planos. Apresenta-se primeiramente o exemplo de um pilar sob diferentes condições de carregamento. Em seguida, uma comparação entre os diferentes modelos de *tension-stiffening* adotados pelos dois programas e na sequência, exemplos de algumas vigas de diferentes geometrias e taxas de armadura

longitudinal. Após, apresentam-se dois exemplos de pórticos planos que foram ensaiados experimentalmente por outros autores e, por último, um exemplo teórico de um pórtico tridimensional (3D).

5.1 PILAR ENGASTADO E LIVRE

Este primeiro exemplo teórico foi retirado de uma apostila de exercícios resolvidos do programa CONS (MARÍ; FERREIRA, 2009), sendo utilizado para diversos testes de verificação do programa ANEST/CA, variando-se os casos de carregamento e tipo de análise. Apresentam-se os resultados para os seguintes casos de carregamento: compressão centrada, flexo-compressão reta, flexo-compressão oblíqua e torção pura. A geometria e a armação do pilar estão apresentadas na Figura 5.1 e as propriedades dos materiais adotadas no Quadro 5.1, em que E_{s2} é o módulo de elasticidade do aço após o escoamento.

Quadro 5.1 - Pilar engastado e livre: propriedades do concreto e do aço (unidade em kN e m).

Concreto				
E_{ci}	f_{cm}	ϵ_u	f_{tm}	G
28576000	30000	0,0035	2896,5	10000000
Aço				
E_s		E_{s2}	f_y	ϵ_u
200000000		20000	435000	0,01

O pilar foi discretizado em 16 elementos de 50 cm. Os resultados mostrados foram obtidos utilizando-se o algoritmo de controle de deslocamentos no programa CONS e o método do Comprimento do Arco no programa ANEST/CA.

No gráfico da Figura 5.2 apresenta-se a comparação entre os dois programas em termos de carga vertical *versus* deslocamento vertical para o caso de compressão centrada e análise considerando-se apenas a não linearidade física. As curvas obtidas pelos dois programas praticamente coincidem, com pequena diferença para a deformação final, sendo que com o programa CONS atingiu-se um valor um pouco maior. Com este exemplo verificou-se o correto funcionamento dos modelos constitutivos para concreto sob compressão implementados no programa ANEST/CA, pois, além do modelo de Hognestad, testou-se também o modelo do CEB

implementado no ANEST, o qual apresentou resultados muito similares aos mostrados abaixo.

Figura 5.1 – Pilar engastado e livre: geometria e armação.

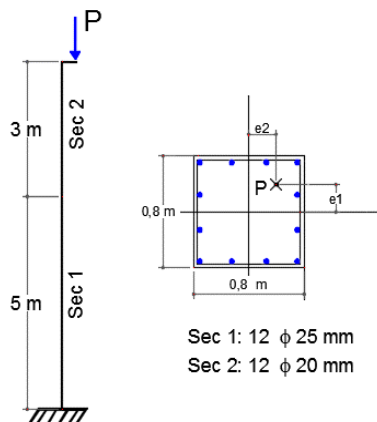
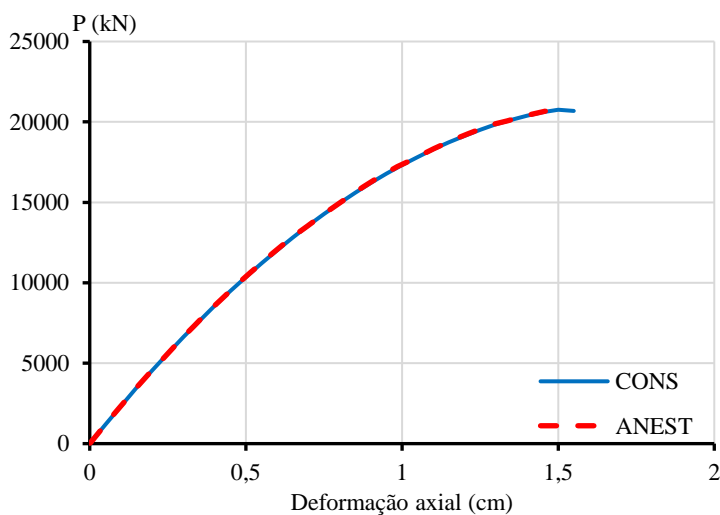


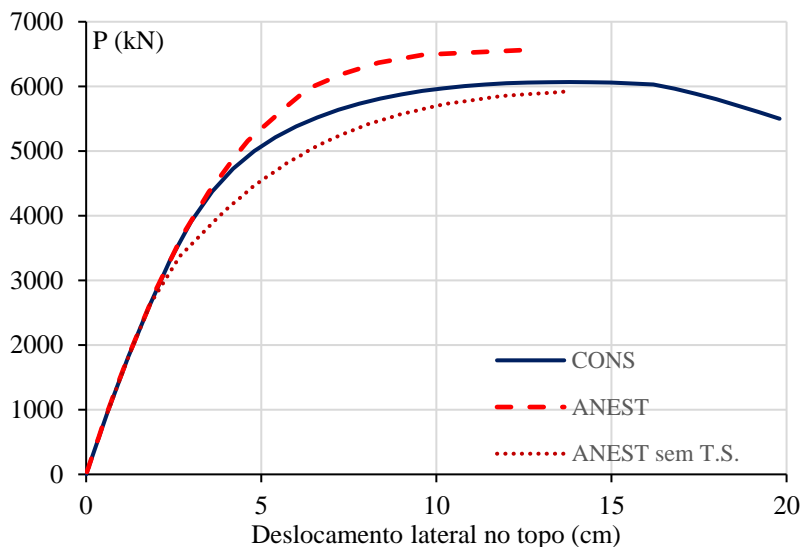
Figura 5.2 – Pilar sob compressão centrada: comparação entre ANEST/CA e CONS para análise considerando-se a não linearidade física.



Nas próximas figuras estão mostrados os resultados para o caso de flexo-compressão com excentricidade $e1 = 20$ cm ($e1$ está definido na Figura 5.1): para análise considerando a não linearidade física e

geométrica (Figura 5.3), somente a não linearidade física (Figura 5.4) e somente não linearidade geométrica (Figura 5.5). Para este caso de carregamento a seção transversal foi discretizada em 20 camadas na direção de eI e duas camadas na outra direção (número mínimo).

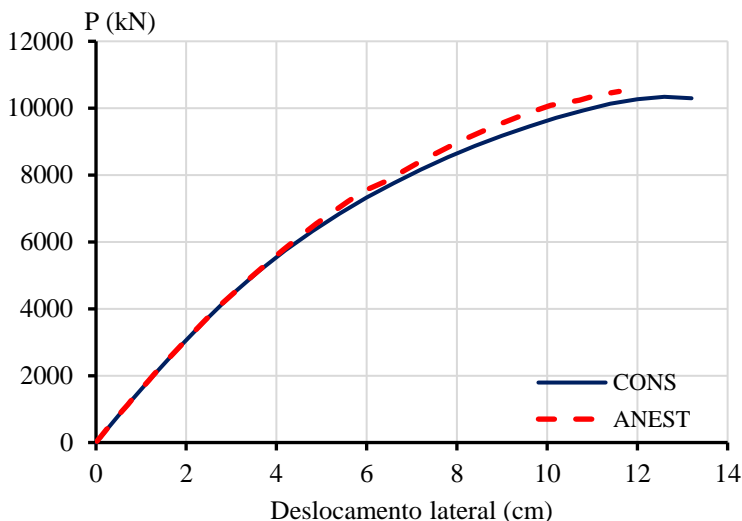
Figura 5.3 – Pilar sob flexo-compressão: comparação entre ANEST/CA e CONS para análise considerando-se e as não linearidades física e geométrica.



Para a análise considerando ambas não linearidades (Figura 5.3), as curvas carga-deslocamento obtidas pelos dois programas coincidem até um valor de carga aproximadamente igual a 4500 kN, e, a partir deste valor, apresentam uma diferença até se atingir a ruptura, sendo o modelo utilizado no programa ANEST/CA um pouco mais rígido, atingindo um valor de deformação última bem menor. A carga última prevista pelo programa ANEST/CA foi de 6571,0 kN, e a carga prevista pelo programa CONS foi de 6067,7 kN, diferença relativa de 7,7% entre o primeiro e o segundo programa. Esta diferença pode ser explicada em parte, pela diferença entre os dois modelos de *tension-stiffening*, diferença que é estudada no item 5.2, mas que já pode ser constatada nesse exemplo observando-se a curva carga-deslocamento sem a consideração deste efeito, obtida pelo programa ANEST/CA.

No caso de análise considerando somente a não linearidade física (Figura 5.4), a diferença entre os dois modelos foi pequena, sendo que novamente o modelo utilizado no programa ANEST/CA mostrou-se um pouco mais rígido e o modelo utilizado em CONS previu uma deformação final maior.

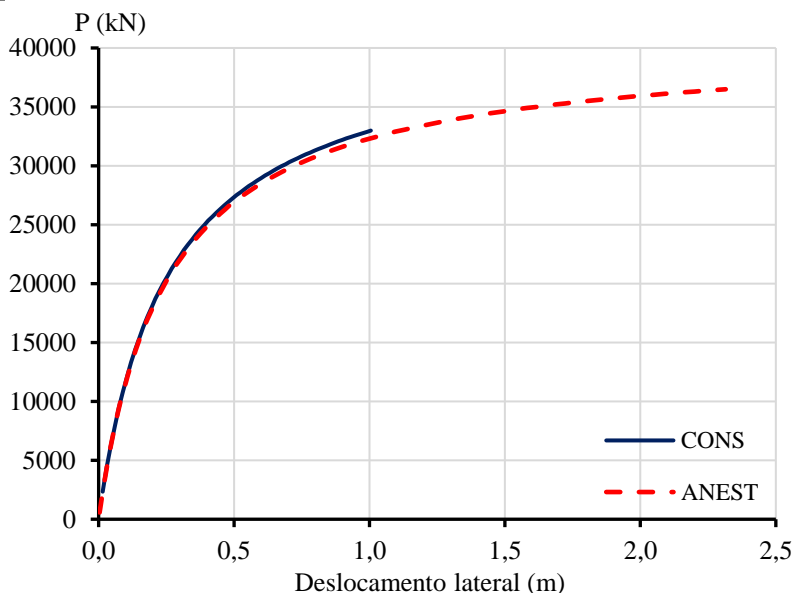
Figura 5.4 - Pilar sob flexo-compressão: comparação entre ANEST/CA e CONS para análise considerando-se e a não linearidade física.



Para análise somente com não linearidade geométrica (Figura 5.5), o modelo de ANEST/CA previu carga e deformação final maiores que o modelo do CONS, sendo que o cálculo foi interrompido quando a convergência do sistema de equações não lineares da estrutura não foi atingida após ter ultrapassado o número máximo de iterações (50 iterações). Já no programa CONS, o cálculo foi interrompido pelo fato da estrutura ter atingido um valor limite de deslocamento máximo permitido, valores que são indicados no arquivo de entrada de dados que, seguindo a recomendação do manual do CONS (Marí; Ferreira, 2009), foi definida como 1,0 m. O programa ainda possibilita a indicação de outros parâmetros de tolerância, como rotação máxima e tolerância para mudança de rigidez dentro do processo iterativo, dentre outras. Apesar das diferenças de controle de análise, as duas curvas força *versus* deslocamento mostraram trajetória muito similar até o ponto máximo atingido pelo modelo de CONS. Acredita-se que a pequena diferença

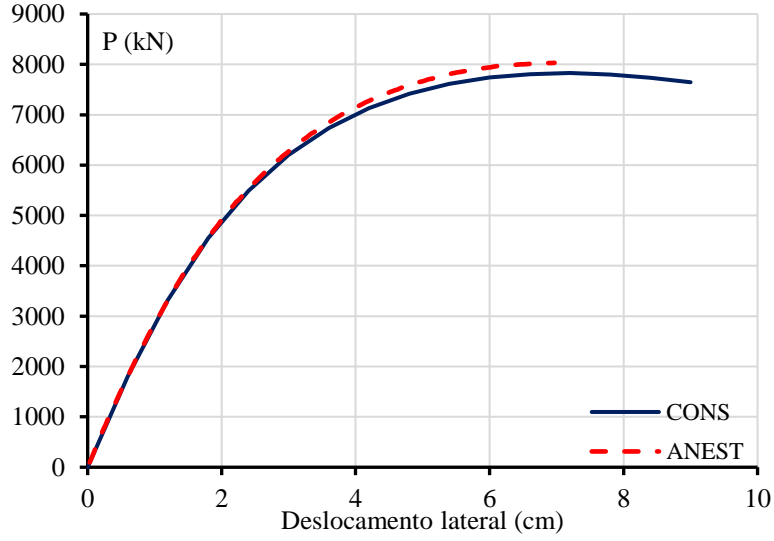
existente se deve ao fato de no modelo do CONS considerar somente a matriz K_G na formulação, enquanto que no ANEST/CA considera-se a formulação mais completa, como descrito no item 3.3.3. Com este exemplo pôde-se verificar a correta implementação do modelo para análise não linear geométrica no programa ANEST/CA.

Figura 5.5 – Pilar sob flexo-compressão: comparação entre ANEST/CA e CONS para análise considerando-se e a não linearidade geométrica.



O resultado obtido para o caso de flexo-compressão oblíqua é mostrado na Figura 5.6, com $e1 = e2 = 10$ cm. Considerou-se na análise ambas as não linearidades e discretizou-se a seção transversal em 20 camadas em ambas direções (total de 400 filamentos). A carga de ruptura atingida pelo modelo de ANEST/CA foi de 8031,0 kN enquanto que usando o modelo de CONS o pilar atingiu carga máxima de 7828,8 kN, diferença relativa de 2,5%, novamente com o modelo do ANEST/CA apresentando-se um pouco mais rígido e o modelo de CONS atingindo uma deformação última maior.

Figura 5.6 – Pilar sob flexo-compressão oblíqua: comparação entre ANEST/CA e CONS para análise considerando-se e a não linearidades física e geométrica.

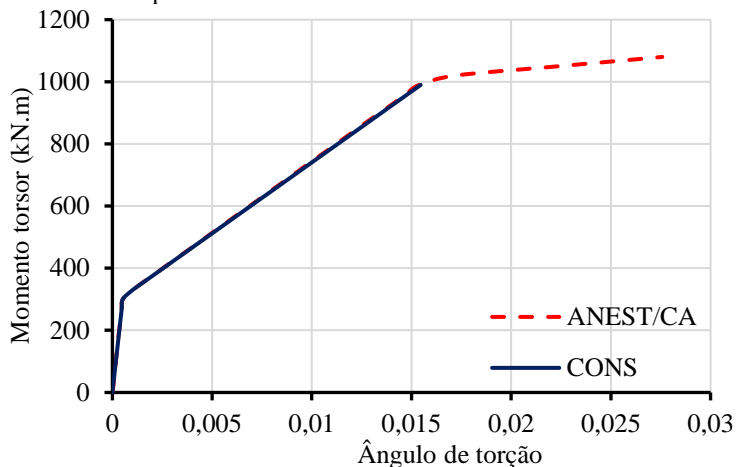


Analisou-se também o pilar sob torção pura (momento torsor aplicado no topo do pilar), a fim de se verificar a correta implementação do modelo constitutivo para seção sob torção pura, modelo este que é muito similar ao implementado no programa CONS. Como se pode ver na Figura 5.7, o resultado em termos de momento torsor e ângulo de deformação mostrado para o elemento do topo do pilar foram iguais até o início do escoamento das armaduras. A diferença ocorre porque no programa ANEST/CA, após se atingir a plastificação do aço, ainda se considera uma pequena rigidez à torção ($0,01GJ$), enquanto que no programa CONS a rigidez é considerada nula após se atingir o momento torsor de plastificação.

Quadro 5.2 – Propriedades do modelo de torção para cada seção do pilar.

Seção	T_{cr} (kN.m)	T_y (kN.m)	φ_{cr}	φ_y	φ_u
Sec1	308	1600	0,000534	0,016	0,0303
Sec2	308	1010	0,000534	0,0159	0,0303

Figura 5.7– Pilar sob torção pura: curva momento torsor *versus* ângulo de torção no elemento do topo.



A última análise realizada foi o caso de flexo-compressão oblíqua com torção. Aplicou-se, juntamente com uma carga de compressão excêntrica de 10.000 kN com $e1 = e2 = 1\text{cm}$, um momento torsor constante aplicado no topo do pilar no valor de 1000 kN.m. Os resultados obtidos em termos de carga de compressão *versus* deslocamento lateral no topo são os mesmos que os mostrados na Figura 5.6 para o caso de flexo-compressão oblíqua (sem torsor). Assim também o resultado obtido em termos de momento torsor *versus* ângulo de torção para o elemento do topo foi igual ao caso de torção pura mostrado na Figura 5.7, com a diferença de que, por o pilar ter rompido por esmagamento à compressão, a curva foi interrompida para o momento torsor de 800 kN.m, antes de a seção ser solicitada por momento torsor que causasse o escoamento. Esses resultados eram esperados, já que os graus de liberdade referentes à torção são considerados desacoplados dos demais na formulação do modelo e, também, por esse exemplo se tratar de um pilar isostático, não há interação entre os esforços desacoplados.

5.2 COMPARAÇÃO DOS MODELOS DE *TENSION-STIFFENING*

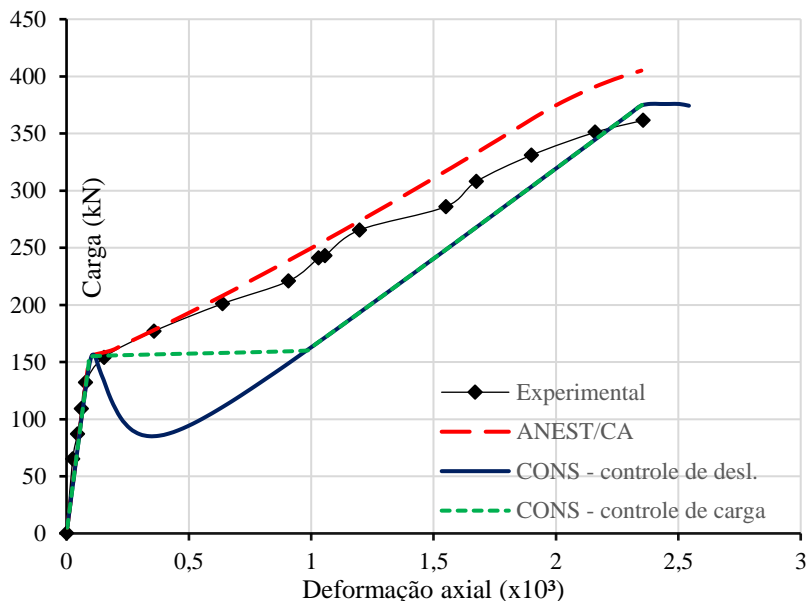
5.2.1 Tirante ensaiado por Hwang e Riskalla (1983)

Para demonstrar a correta implementação do modelo de *tension-stiffening* (T.S.) no programa ANEST/CA e também compará-lo ao modelo utilizado pelo programa CONS, apresenta-se a seguir os resultados das análises obtidas por ambos os programas para um tirante de concreto armado. Escolheu-se o tirante número 7 ensaiado experimentalmente à tração uniaxial por Hwang e Riskalla (1983) *apud* Gupta e Maestrini (1990). Trata-se de um tirante de 0,762 m de comprimento, seção transversal com área de $0,178 \times 0,305 \text{ m}^2$ e taxa de armadura $\rho = 1,476 \%$; para o concreto tem-se $f_{ct} = 2,62 \text{ MPa}$, $E_c = 27794 \text{ MPa}$ e para o aço das armaduras longitudinais tem-se $f_y = 469 \text{ MPa}$ e $E_s = 199 \text{ GPa}$. O tirante não possui armaduras transversais. Utilizou-se apenas um elemento para análise do tirante. O valor do coeficiente α calculado pela Equação 2.43 foi de 0,043.

Este mesmo tirante já foi analisado por Stramandinoli e La Rovere (2008) para validação do modelo de T.S. implementado no programa ANALEST, versão anterior ao programa ANEST/CA, conforme já comentado anteriormente. Portanto, primeiramente o resultado obtido pelo programa ANEST/CA foi comparado com o resultado obtido pelo programa ANALEST. Os resultados obtidos foram iguais, demonstrando a correta implementação das complementações feitas desde a versão anterior do programa que influenciam na análise do tirante.

Na Figura 5.8 mostram-se os resultados obtidos em termos de carga total aplicada (kN) *versus* deformação ε (%). Nota-se a proximidade dos resultados obtidos pelo modelo de T.S. do ANEST/CA com os resultados experimentais, apresentando uma diferença mais significativa apenas na parte final da curva carga-deformação. Já o modelo de T.S. utilizado pelo modelo do CONS mostrou uma queda acentuada de rigidez imediatamente após o tirante atingir a carga de fissuração do concreto (aproximadamente 155 kN) tanto para a análise realizada com controle de carga, quanto pela análise realizada com controle de deslocamento, sendo que esta última análise mostrou um trecho de descarga/recarga logo após a fissuração. Os resultados obtidos pelo programa ANEST/CA com controle de carga e pelo método do comprimento do arco não mostraram diferenças, portanto mostrou-se apenas uma curva, obtida por controle de carga.

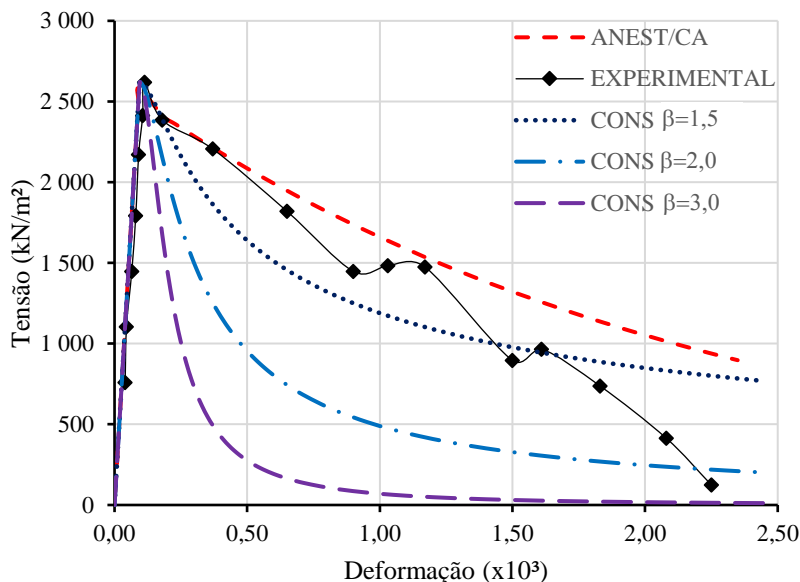
Figura 5.8 – Tirante 7: comparação entre os modelos de T.S. dos programas CONS e ANEST/CA para a relação carga total *versus* deformação axial.



Para melhor visualizar a diferença entre os modelos de T.S. e os valores experimentais, na Figura 5.9 são apresentadas as curvas tensão-deformação para o concreto do tirante. Como já mencionado, o programa CONS utiliza o modelo de T.S. de Carreira e Chu (1986), com o parâmetro $\beta = 3$, que regula o decaimento da curva pós-fissuração. Com o objetivo de avaliar a influência deste parâmetro no modelo, mostra-se, além do resultado obtido com o parâmetro ajustável $\beta = 3$ utilizado pelo programa, as curvas obtidas adotando-se $\beta = 1,5$ e $\beta = 2,0$, que são os valores indicados por Carreira e Chu (1986). O resultado para $\beta = 3$ foi obtido diretamente do programa CONS, e para $\beta = 1,5$ e $\beta = 2,0$ foram feitas análises fora do programa, já que este não possibilita a alteração do valor de β pelo usuário. Observando-se os resultados, fica claro que o modelo de T.S. usado no programa CONS é muito sensível ao valor do coeficiente β , além de que, adotando-se o valor $\beta = 1,5$, esse modelo de T.S. estaria mais próximo aos resultados obtidos experimentalmente e também aos resultados do modelo do programa ANEST/CA para o exemplo em questão. Como no programa CONS considera-se a análise

diferida no tempo, em que se levam em conta os efeitos de retração e fluência do concreto, acredita-se que o valor adotado, $\beta = 3$, está ajustado para fornecer resultados adequados no caso de inclusão desses efeitos, uma vez que o efeito de *tension-stiffening* varia principalmente com o efeito de retração do concreto.

Figura 5.9 – Tirante 7: comparação entre os modelos de T.S. dos programas CONS e ANEST/CA para a relação tensão *versus* deformação axial.



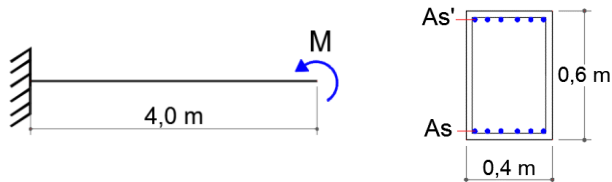
Resalta-se que o modelo de *tension-stiffening* implementado no programa ANEST/CA, desenvolvido por Stramandinoli e La Rovere (2008), já foi comparado com vários resultados experimentais de tirantes de CA mostrando uma ótima correlação. No próximo item analisa-se uma viga engastada e livre sob flexão, em que novamente é evidenciada a diferença entre os dois modelos de T.S.

5.2.2 Viga engastada e livre

Este exemplo teórico foi estudado com o objetivo de se comparar os dois modelos de *tension-stiffening* implementados no programa ANEST/CA e CONS para o caso de flexão e variação da taxa de armadura. A viga engastada e livre, que está ilustrada na Figura 5.10, foi

discretizada em 10 elementos e aplicou-se um binário na extremidade livre da viga. Analisou-se a viga para quatro valores de taxas de armadura longitudinal listadas no Quadro 5.3, em que consta também o valor do coeficiente α do modelo de T.S. (Equação 2.43). As propriedades do concreto e do aço estão no Quadro 5.4.

Figura 5.10 – Viga engastada e livre: geometria e carregamento.



Quadro 5.3 – Viga engastada e livre: armadura e coeficiente α .

Viga	Armadura		α
	ϕ	taxa (%)	
1	6 ϕ 20 mm	0,78	0,033
2	6 ϕ 16 mm	0,50	0,029
3	6 ϕ 12.5 mm	0,31	0,023
4	6 ϕ 10 mm	0,20	0,021

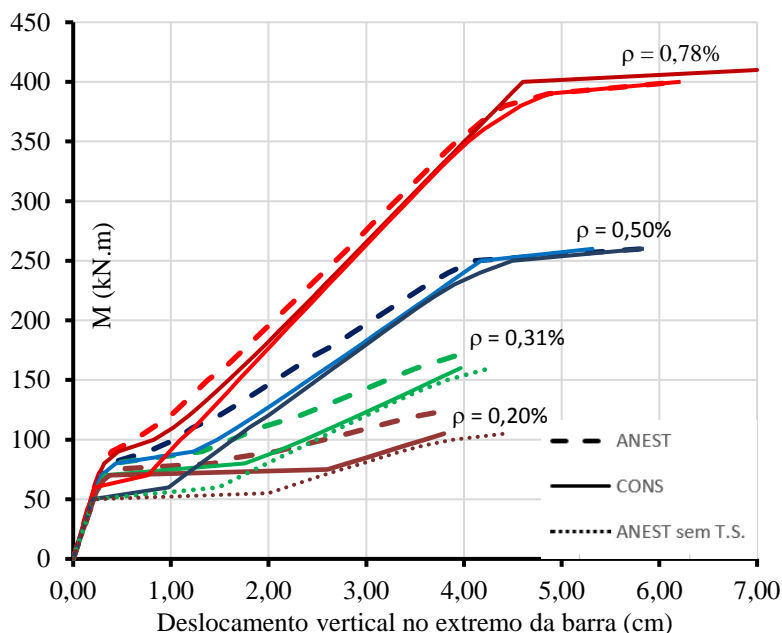
Quadro 5.4 – Viga engastada e livre: propriedades do concreto e aço.

Concreto				
E_{ci}	f_{cm}	ε_o	f_{tm}	G
25000000	25000	0,002	2000	10000000
Aço				
E_s		E_{s2}	f_y	ε_u
200000000		1000000	435000	0,01

Na Figura 5.11 estão os resultados das análises apresentados por meio de curvas momento fletor *versus* deslocamento vertical na extremidade da viga, para os diferentes valores de taxa de armadura (ρ). Além das curvas dos dois modelos, mostram-se também os resultados obtidos pelo modelo do ANEST/CA desconsiderando a contribuição do

efeito T.S. Observa-se que para as duas taxas de armadura mais altas, em que a contribuição do efeito T.S. é pequena, constata-se uma pequena diferença entre a curva do modelo do ANEST/CA sem T.S. e a com T.S., e também entre os modelos do ANEST e do CONS também é pequena. Para as duas taxas de armadura menores evidencia-se, inicialmente, que a diferença entre o modelo do ANEST sem T.S. e com T.S. é maior, conforme esperado, tendo em vista que é maior a contribuição do concreto fissurado na rigidez da viga e, em seguida, observa-se que a diferença entre os modelos dos dois programas também é maior, sendo que no modelo do CONS, a contribuição do efeito T.S. é menor do que no modelo do ANEST, e é quase nula logo após a viga fissurar.

Figura 5.11 – Viga engastada e livre: comparação entre os modelos de T.S. dos programas CONS e ANEST/CA para a relação momento fletor *versus* deslocamento vertical na extremidade da viga para diferentes taxas de armadura.



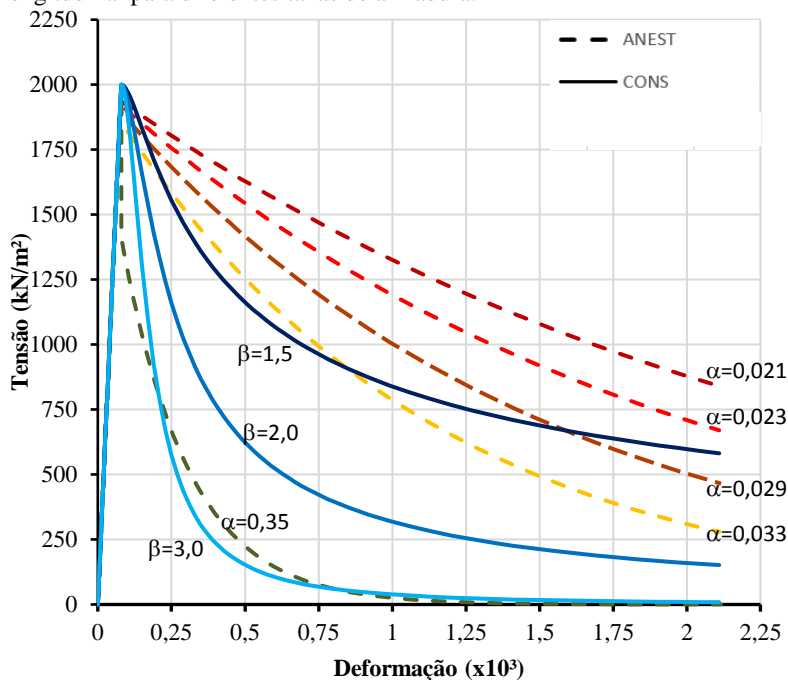
Como os modelos constitutivos para o concreto sob compressão nos dois programas são muito similares, fornecendo resultados praticamente iguais para compressão (o que foi mostrado no exemplo do

pilar no item 5.1), pode-se afirmar que a diferença existente entre os resultados do modelo do CONS e do ANEST/CA neste exemplo se deve principalmente aos modelos de T.S que são diferentes, como já mostrado no item anterior para o exemplo do tirante.

Na Figura 5.12 apresentam-se curvas tensão-deformação para o concreto da viga em questão. Para o modelo do ANEST/CA, calculou-se a curva para cada viga, visto que o modelo de T.S. considera a taxa de armadura no cálculo do valor de α , parâmetro que regula o decaimento exponencial da curva pós-fissuração. Para o modelo do CONS, mostram-se no gráfico, além do resultado obtido com o parâmetro ajustável $\beta = 3$, as curvas obtidas adotando-se $\beta = 1,5$ e $\beta = 2,0$, conforme feito anteriormente no exemplo do tirante. Novamente evidencia-se a diferença nos resultados obtidos pelo modelo de T.S. usado no programa CONS para os diferentes valores de β , sendo que para $\beta = 1,5$ esse modelo de T.S. seria muito próximo ao do modelo do programa ANEST/CA, principalmente para taxas de armadura menores. No mesmo gráfico adicionou-se uma curva do modelo de T.S. do ANEST/CA com valor de $\alpha = 0,35$, ajustado para aproximar-se da curva do modelo utilizado pelo CONS (com $\beta = 3$). Observa-se que esta curva corresponde a se considerar muito pouco efeito de T.S, quase como um decaimento abrupto que seria o caso de não consideração de T.S, ou apenas consideração do fenômeno conhecido como *tension-softening* do concreto.

Mostrou-se com esse exemplo que, devido à utilização de diferentes modelos de *tension-stiffening* (TS), as análises realizadas pelo modelo do programa CONS e pelo do programa ANEST/CA para elementos estruturais fissurados apresentarão uma provável diferença nos resultados após a fissuração do concreto, diferença essa que será mais evidente para elementos com taxa de armadura longitudinal baixa. Conforme já explicado, a diferença nos modelos de TS é devido ao fato de no programa CONS o modelo de TS ter sido modificado para levar em conta os efeitos de longa duração, particularmente o de retração do concreto (GRIBNIAK, 2009), que não são considerados no modelo do ANEST/CA. Tais efeitos são muito importantes para o comportamento em serviço no projeto de estruturas de CA, no entanto estes poderão ser incorporados no modelo do programa ANEST/CA posteriormente.

Figura 5.12 – Viga engastada e livre: comparação entre os modelos de T.S. dos programas CONS e ANEST/CA para a relação tensão *versus* deformação longitudinal para diferentes taxas de armadura.



Ressalta-se que o modelo de TS utilizado no programa ANEST/CA também já mostrou ótimos resultados em comparação com ensaios experimentais em vigas biapoiadas e contínuas de CA sob cargas imediatas, para diferentes valores de propriedades dos materiais e taxas de armadura (STRAMANDINOLI, 2007; STRAMANDINOLI e LA ROVERE, 2008; JUNGES, 2011).

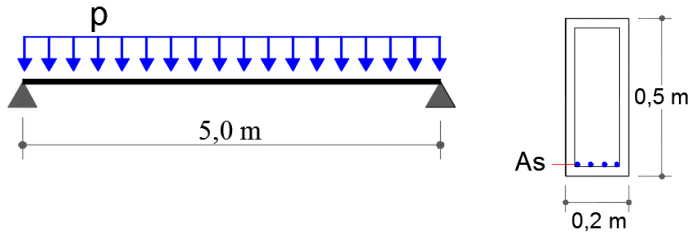
5.3 VIGAS

5.3.1 Viga biapoiada teórica

Apresenta-se neste item uma viga biapoiada extraída de um exemplo estudado por JUNGES (2011). A viga está submetida a carga uniformemente distribuída e é analisada para quatro diferentes taxas de armadura (ρ) listadas no Quadro 5.5, em que consta também o valor do

coeficiente α do modelo de *tension-stiffening*. No Quadro 5.6 estão as informações referentes aos materiais concreto e aço.

Figura 5.13 – Viga biapoiaada: geometria, armação e carregamento.



Quadro 5.5 – Viga biapoiaada: armação longitudinal e coeficiente α .

Viga	Armação (As)		α (t.s.)
	ϕ	taxa (%)	
1	4 ϕ 16 mm	0,78	0,034
2	4 ϕ 12,5 mm	0,49	0,028
3	4 ϕ 10 mm	0,31	0,024
4	3 ϕ 10 mm	0,24	0,022

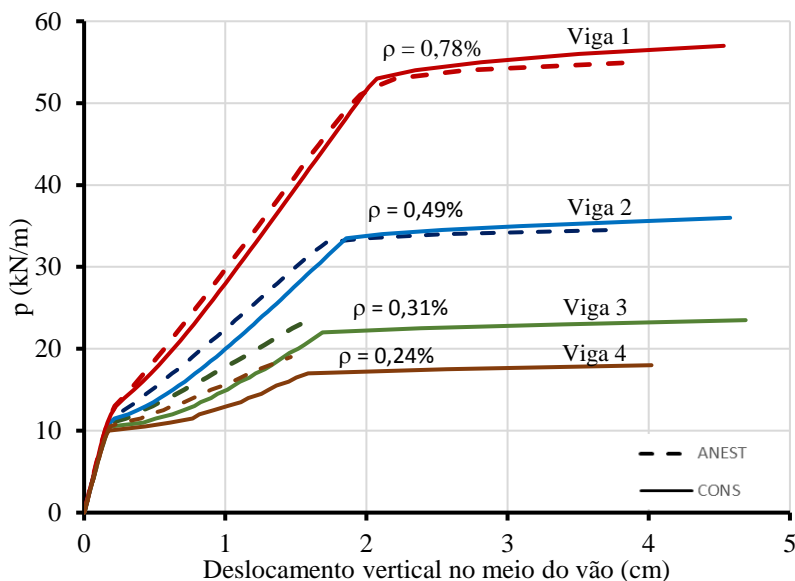
Quadro 5.6 – Viga biapoiaada: propriedades do concreto e aço.

Concreto				
E_{cs}	f_c	ϵ_u	f_t	G
23800000	31600	0,0035	2565	8500000
Aço				
E_s		E_{s2}	f_y	ϵ_u
210000000		210000	418000	0,02

No gráfico carga distribuída aplicada *versus* deslocamento vertical no meio do vão, mostrado na Figura 5.14, pode-se perceber a semelhança entre as curvas dos dois modelos e que, novamente apresentam uma diferença maior para as vigas menos armadas, sendo o

modelo do ANEST/CA mais rígido do que o do CONS, conforme esperado devido à diferença nos modelos de T.S. Para as duas vigas menos armadas a diferença foi maior devido ao programa do ANEST/CA ter interrompido a análise antes do patamar de escoamento, prevendo uma deformação de ruptura bem menor do que a prevista pelo programa CONS.

Figura 5.14 – Viga biapoiada: comparação entre os modelos dos programas CONS e ANEST/CA para a relação carga distribuída *versus* deslocamento vertical no meio do vão para as diferentes taxas de armadura.



5.3.2 Viga contínua

Além de vigas biapoiadas, foram analisadas algumas vigas contínuas. Apresentam-se a seguir os resultados obtidos para um exemplo de uma viga de dois vãos, retirado de Junges (2011), que é analisada para quatro taxas de armadura longitudinal diferentes, submetida a carga uniformemente distribuída. A viga tem dois vãos de 5,0 m e seção transversal de 0,2 m de base e 0,4 m de altura. As propriedades dos materiais concreto e aço utilizadas são as mesmas mostradas no exemplo anterior (Quadro 5.5), e no Quadro seguinte encontram-se a armadura longitudinal de tração na seção de momento fletor máximo

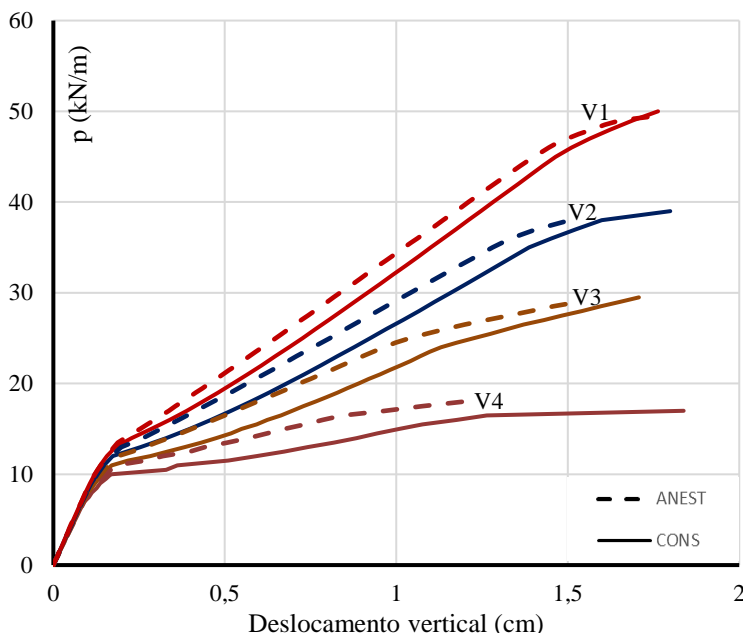
(aproximadamente a 2,0 m do apoio externo) e a armadura na seção de momento mínimo (no apoio central) e os respectivos valores do coeficiente α do modelo de *tension-stiffening*. O detalhamento completo das armaduras está mostrado no Anexo B, item B.1.

Quadro 5.7 – Viga contínua: taxas de armadura longitudinal nas seções mais solicitadas.

Viga	Seção	A_s		ρ (%)	α
		barras	cm ²		
V1	M _{max}	4 ϕ 12,5 mm	4,92	0,62	0,0306
	M _{min}	5 ϕ 16,0 mm	10,06	1,26	0,0441
V2	M _{max}	3 ϕ 12,5 mm	3,69	0,46	0,0272
	M _{min}	4 ϕ 16,0 mm	8,04	1,01	0,0389
V3	M _{max}	4 ϕ 10,0 mm	3,14	0,39	0,0256
	M _{min}	4 ϕ 12,5 mm	4,92	0,62	0,0306
V4	M _{max}	3 ϕ 10,0 mm	2,36	0,30	0,0237
	M _{min}	4 ϕ 10,0 mm	3,14	0,39	0,0256

Os resultados das análises podem ser vistos em parte na Figura 5.15, em que constam as curvas carga distribuída *versus* deslocamento na seção a 2,0 m do apoio externo (ponto de deflexão máxima na análise elástico-linear). Assim como para as vigas biapoiadas, o modelo do ANEST/CA mostrou-se um pouco mais rígido do que o modelo do CONS, conforme esperado devido à diferença nos modelos de T.S. Além disso a análise com o programa ANEST/CA foi interrompida para uma deformação menor do que a obtida pelo programa CONS nas vigas menos armadas. Para a viga 1, que é a mais armada, os resultados dos dois programas foram os que mais se aproximaram dentre as demais vigas.

Figura 5.15 - Viga contínua: comparação entre os modelos dos programas CONS e ANEST/CA para a relação carga distribuída *versus* deslocamento vertical para as diferentes taxas de armadura.



5.4 PÓRTICOS

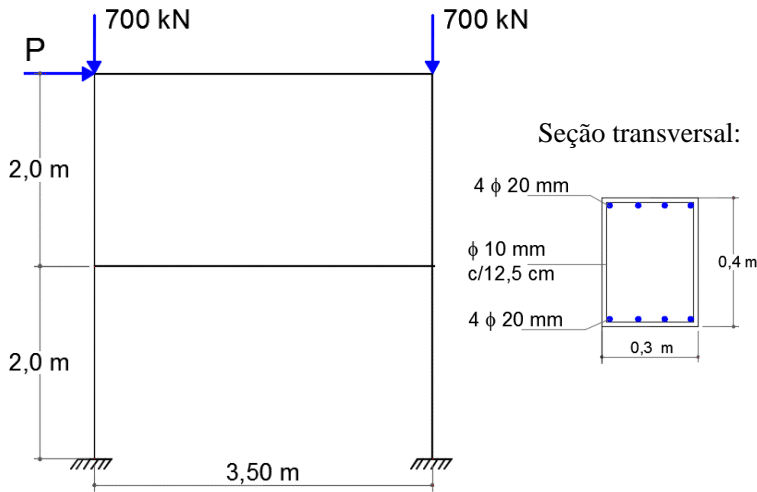
5.4.1 Pórtico plano de Vecchio e Emara (1992)

Este pórtico foi ensaiado por Vecchio e Emara (1992) com o objetivo de estudar a deformação por cisalhamento em pórticos de concreto armado. Apesar de o modelo do ANEST/CA não considerar a deformação por cisalhamento em sua formulação, o referido pórtico foi incluído neste estudo por seus resultados não mostrarem uma grande influência das deformações por cisalhamento, além de o modo de ruptura predominante dos membros do pórtico ter sido devido à flexão, conforme comentam Vecchio e Emara (1992).

A geometria e armação estão ilustradas na Figura 5.16. Aplica-se uma carga inicial constante em cada pilar e uma carga lateral em um dos pilares, incrementalmente. Para a análise pelos programas ANEST/CA e CONS, os pilares foram discretizados em elementos de 20 cm e as vigas em elementos de 35 cm; as seções transversais das vigas e

dos pilares foram discretizadas em 20 camadas na altura e 2 camadas na largura. As propriedades dos materiais estão no Quadro 5.8, em que os valores em negrito foram obtidos experimentalmente.

Figura 5.16 – Pórtico plano de Vecchio e Emara (1992): geometria, carregamento e armação.



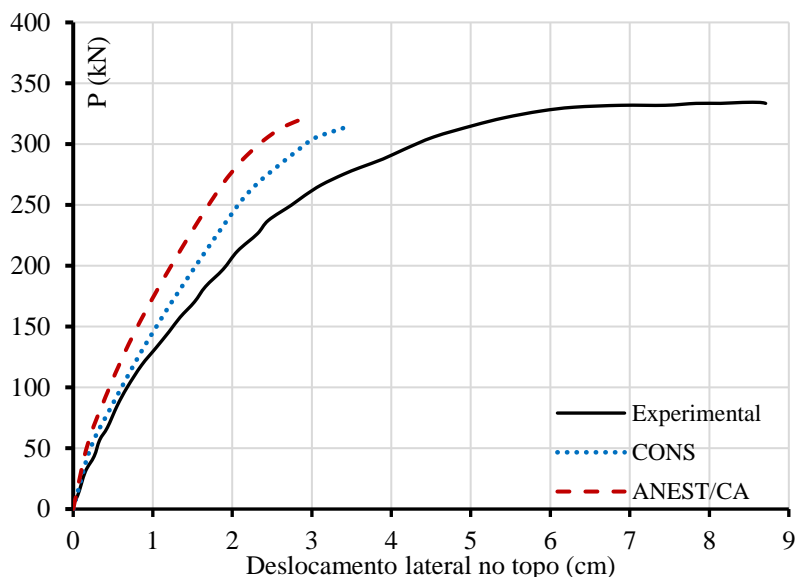
Quadro 5.8 – Pórtico plano de Vecchio e Emara (1992): propriedades do concreto e aço (unidades em kN e m).

Concreto				
E_{ci}	f_{cm}	ϵ_o	f_{tm}	G
31580000	30000	0,0019	2355	10000000
Aço				
E_s	E_{s2}	f_y	ϵ_u	
192500000	3100020	418000	0,022	

Na Figura 5.17 mostra-se o gráfico carga lateral versus deslocamento lateral no topo do pórtico. Ambas análises teóricas preveem a ruptura do pórtico por esmagamento do concreto, não conseguindo representar o trecho de escoamento das armaduras como mostra o resultado experimental. O modelo do ANEST/CA mostrou-se mais rígido

que o modelo do CONS, sendo que este último apresentou uma curva mais próxima à obtida pelo modelo experimental. Parte da diferença entre os modelos teóricos e o resultado experimental se deve ao efeito do cisalhamento, e parte pode ser atribuída à modelagem do nó de ligação entre as barras (pilares e vigas) considerada rígida nos modelos numéricos. Observa-se também que os modelos dos programas mostram-se mais rígidos do que o experimental desde o início da análise, no trecho elástico, podendo haver diferenças entre valores de propriedades dos materiais, estimadas e reais.

Figura 5.17 – Pórtico plano de Vecchio e Emara (1992): gráfico carga lateral *versus* deslocamento lateral no topo.

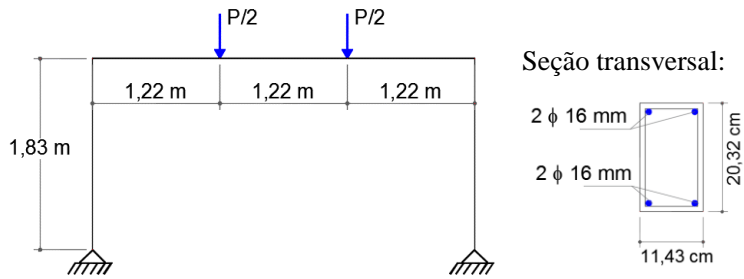


5.4.2 Pórtico de Ernst *et al.* (1973)

Ernst *et al.* (1973) ensaiaram diversos pórticos planos de um pavimento e um vão com o objetivo de avaliar o comportamento destes sob cargas verticais e laterais. O pórtico denominado A60 foi selecionado para a comparação dos resultados teóricos obtidos pelos programas ANEST/CA e CONS com os resultados experimentais. A geometria, carregamento e armação do pórtico A60 estão ilustrados na Figura 5.18 e os dados dos materiais concreto e aço estão listados no Quadro 5.9. O

pórtico foi discretizado em 24 elementos com 30,5 cm de comprimento cada; a seção transversal, que é a mesma para os pilares e a viga, foi discretizada em 20 camadas na altura e 2 na largura (40 filamentos no total).

Figura 5.18 – Pórtico A60: geometria, carregamento e armação.

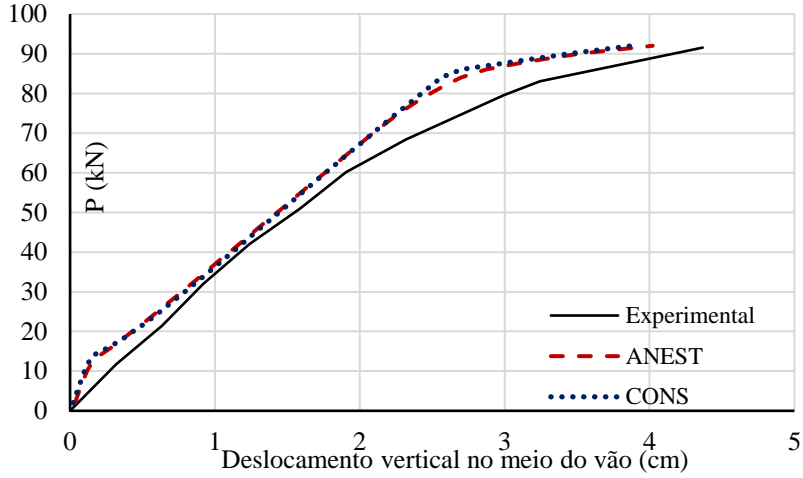


Quadro 5.9 – Pórtico A60: propriedades do concreto e do aço (unidades em kN e m).

Concreto				
E_{ci}	f_{cm}	ϵ_u	f_{tm}	G
38955000	38955	0,0035	2957	10000000
Aço				
E_s	E_{s2}	f_y	ϵ_u	
181797000	11453211	425406	0,007	

A análise do gráfico carga total *versus* deslocamento no meio do vão da viga (Figura 5.19) mostra a similaridade entre os resultados obtidos pelos dois modelos teóricos, sendo que ambos mostraram comportamento mais rígido do que o resultado obtido experimentalmente. A carga máxima prevista pelos modelos teóricos ($P = 92$ kN) foi muito próxima da obtida experimentalmente ($P = 89$ kN). Aparentemente o pórtico já se encontrava parcialmente fissurado no início da análise experimental, no trecho elástico.

Figura 5.19 – Pórtico A60: gráfico carga total *versus* deslocamento vertical no meio do vão.



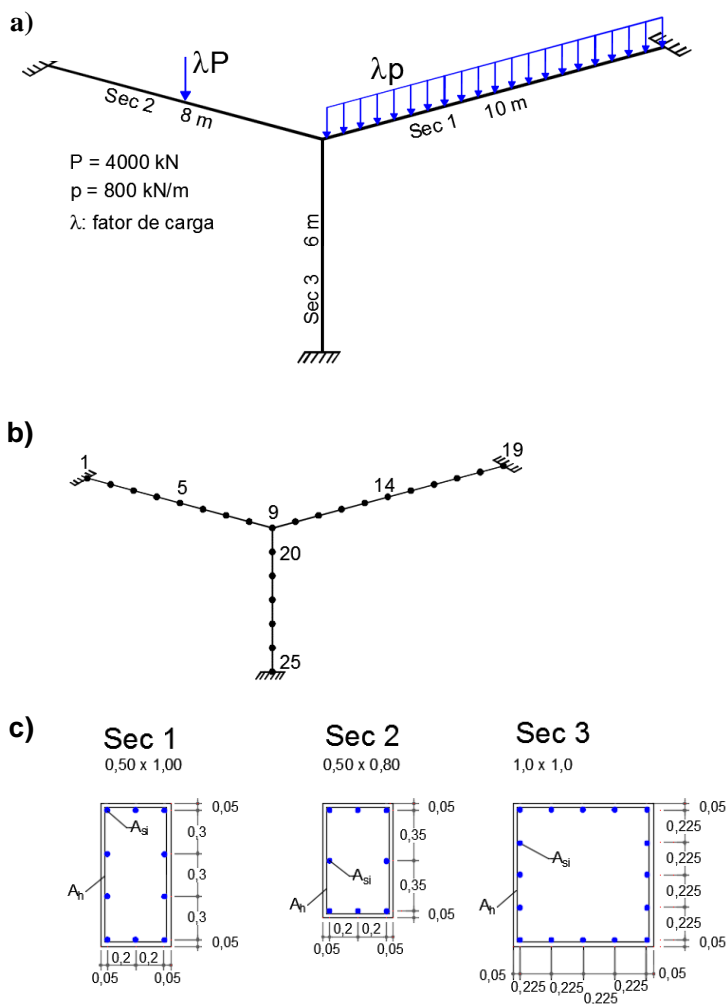
5.4.3 Pórtico teórico de Marí (1984)

Este pórtico foi estudado por Marí (1984) a fim de demonstrar a capacidade de análise do modelo desenvolvido e implementado pelo autor no programa computacional denominado de PCF3D, versão anterior do programa CONS. A geometria, o carregamento e a armação do pórtico 3D estão apresentados na Figura 5.20, juntamente com a discretização utilizada. O pórtico foi analisado nos programas ANEST/CA e CONS considerando-se somente a não linearidade física, para dois casos de armação. As propriedades do concreto e aço estão listadas no Quadro 5.10, e as armaduras longitudinais para cada caso de armação no Quadro 5.11.

Quadro 5.10 – Pórtico de Marí (1984): propriedades do concreto e aço (kN e m).

Concreto				
E_{ci}	f_c	ϵ_u	f_t	G
35000000	30000	0,0035	4000	12500000
Aço				
E_s	E_{s2}	f_y	ϵ_u	
210000000	120000	500000	0,02	

Figura 5.20 - Pórtico teórico de Marí (1984): a) geometria e carregamento; b) discretização do pórtico; c) detalhamento das seções transversais. Medidas em m .



Quadro 5.11 – Pórtico teórico de Marí (1984): armaduras longitudinais (m²).

Seção	Caso 1		Caso 2	
	A_{si}	A_{stot}	A_{si}	A_{stot}
Sec 1	0,0008	0,008	0,0025	0,025
Sec 2	0,0008	0,0064	0,0025	0,02
Sec 3	0,0008	0,0128	0,0025	0,04

Os resultados dos deslocamentos verticais no meio do vão de cada viga do pórtico estão mostrados nas Figura 5.21 e 5.22 para o Caso 2 de armação, que apresenta uma taxa de armadura maior. Nos dois gráficos estão mostrados também resultados de análises elástico-lineares que apresentam uma pequena diferença entre os resultados dos dois programas. Como todos os dados de entrada são iguais, a diferença deve ser devido ao fato de que no programa ANEST/CA, ao se calcularem as propriedades geométricas da seção (área, momento estático e momento de inércia), se considera a armadura e desconta-se a área de concreto ocupada pela área de armadura, resultando em valores de rigidez ligeiramente inferiores ao do CONS. As curvas fator de carga versus deslocamento dos dois modelos para análise não linear física são similares, diferenciando-se na etapa final, devido ao modelo do ANEST/CA prever o rompimento do pórtico para uma carga menor em comparação com o valor obtido pelo CONS.

Figura 5.21 – Pórtico teórico de Marí (1984): gráfico fator de carga *versus* deslocamento vertical do nó 5 para o Caso 2 de armação.

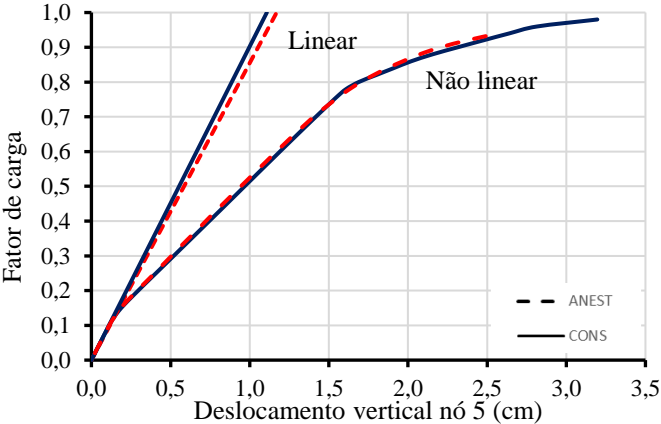
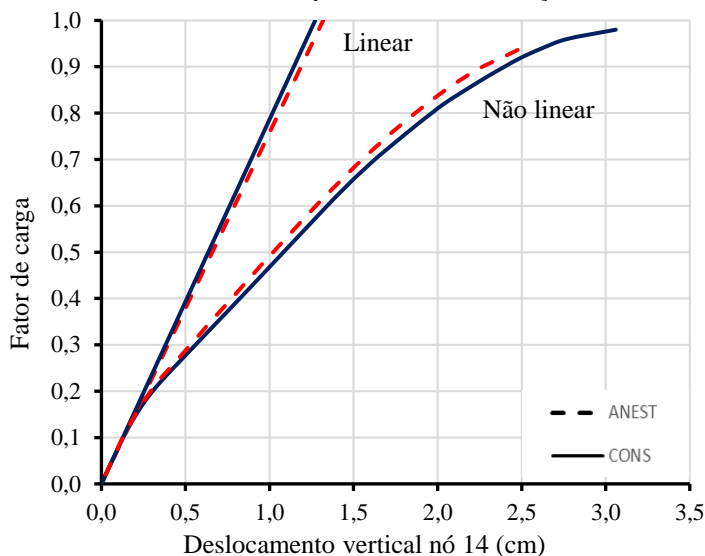


Figura 5.22 – Pórtico teórico de Marí (1984): gráfico fator de carga *versus* deslocamento vertical do nó 14 para o Caso 2 de armação.



A mesma similaridade pode ser observada entre os resultados de momento torsor obtidos pelos dois modelos (Figura 5.23). Este resultado era esperado já que se adota no programa ANEST/CA o mesmo modelo constitutivo de seção submetida à torção que o programa CONS.

Na Figura 5.24 seguinte estão os resultados de deslocamento vertical para o caso 1 de armação. Percebe-se que a diferença entre os modelos é maior em relação ao caso com taxa de armadura maior, conforme já observado nos exemplos anteriores, devido às diferenças na consideração do efeito de *tension-stiffening*. A carga última e deslocamento final obtidos pelo modelo do ANEST/CA foram consideravelmente maiores que os obtidos pelo CONS, mas as curvas carga *versus* deslocamento apresentaram trajetória similar.

Figura 5.23 – Pórtico teórico de Marí (1984): momento torsor *versus* fator de carga para as vigas do caso 2 de armação.

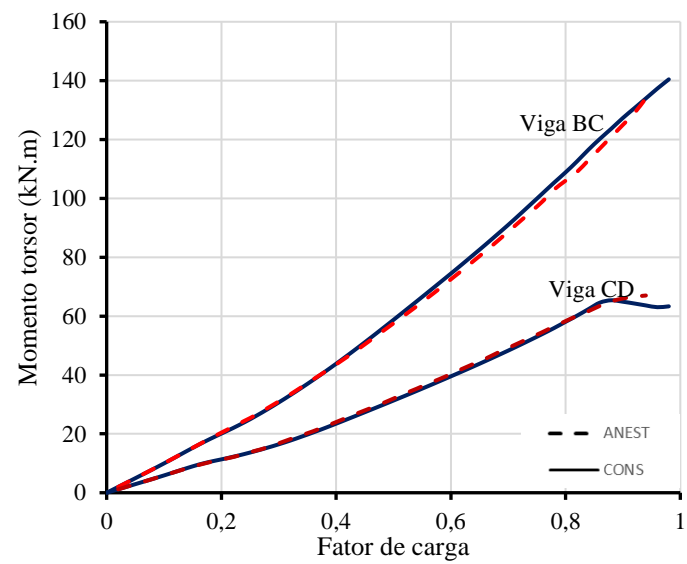
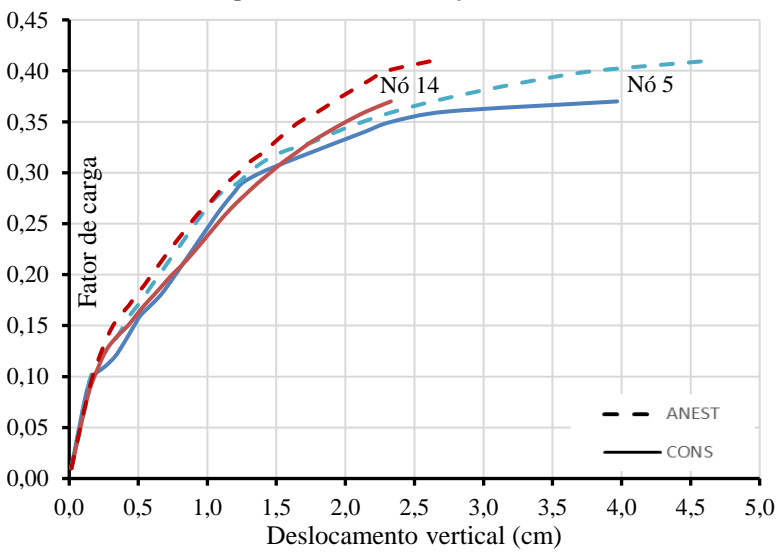


Figura 5.24 – Pórtico teórico de Marí (1984): fator de carga *versus* deslocamento vertical dos nós 5 e 14 para o caso 1 de armação.



5.5 CONSIDERAÇÕES SOBRE O ESTUDO COMPARATIVO

Neste capítulo, o modelo para análise não linear física e geométrica de pórticos espaciais de CA implementado no programa ANEST/CA teve seus resultados avaliados por meio da comparação com o modelo do programa CONS, de formulação similar. Por meio da análise de estruturas simples demonstrou-se a capacidade do modelo de barras implementado no programa ANEST/CA para a análise de elementos estruturais de concreto armado com comportamento predominante à flexão. Na comparação entre os dois modelos, verificou-se que parte da diferença nos resultados deve-se aos diferentes modelos de *tension-stiffening* utilizados nos dois programas.

Ressalta-se ainda, a importância que teve essa etapa na conclusão do desenvolvimento do programa ANEST/CA; a disponibilização do programa CONS junto com todos os detalhes de seu modelo, enfatizando-se que a formulação do modelo aqui proposto baseou-se em parte no modelo do CONS, o qual foi de grande auxílio na etapa final de implementação computacional, tendo servido como orientação no desenvolvimento de algumas rotinas e arquivos de saída de resultados, e principalmente na verificação da correta implementação destas por meio da comparação de resultados.

CAPÍTULO 6

ESTUDO DE PÓRTICOS DE EDIFÍCIOS DE CONCRETO ARMADO

Neste capítulo apresentam-se os estudos sobre pórticos 3D de edifícios de concreto armado realizados utilizando o programa ANEST/CA. Tem-se como objetivo realizar estudos iniciais sobre o comportamento não linear destas estruturas e a influência/contribuição de alguns fatores como a consideração do modelo de diafragma rígido para simulação da presença das lajes no pavimento e a consideração do aumento da resistência à compressão do concreto dos pilares proporcionado pelo confinamento por estribos. Quer-se também testar a capacidade do programa desenvolvido ANEST/CA para a análise de estruturas com alto número de elementos/graus de liberdade. Como são estudos iniciais, optou-se por pórticos teóricos de edifícios de geometria simples, em que, dentro das simplificações adotadas, se desconsidera a existência de caixa de elevador ou escadas. No próximo item estão descritos os três pórticos estudados.

6.1 PÓRTICOS ESTUDADOS

Os exemplos estudados foram dimensionados utilizando o programa comercial de análise, dimensionamento e detalhamento de estruturas de concreto armado AltoQi Eberick V9. Seguiram-se as prescrições de análise, dimensionamento e detalhamento da NBR 6118 (2014), e as normas NBR 6123 (1988) e NBR 6120 (1980) para determinação das cargas de vento e demais cargas de cálculo, sendo que a carga de vento foi calculada automaticamente pelo Eberick.

Nos edifícios estudados, além do peso próprio da estrutura (G), foi considerada uma carga acidental de 2 kN/m^2 atuando sobre as lajes dos pavimentos. Em todos os exemplos as lajes consideradas são do tipo maciça e os pilares são considerados engastados na base (ligação com a fundação). No programa AltoQi Eberick considera-se a restrição por diafragma rígido das lajes e estas são modeladas pela analogia de grelhas para a transmissão de cargas da laje para o pórtico espacial.

Para a análise e dimensionamento no estado limite último (ELU) dentro do programa Eberick, foi considerada a combinação em que as cargas acidentais (Q) são principais em relação ao vento (V), adotando-

se coeficiente redutor de 0,80 para o vento, conforme utilizado na Prática recomendada pelo IBRACON para estruturas de edifícios de nível 1 - estruturas de pequeno porte (2003):

$$1,4 \cdot G + 1,4 \cdot Q + 1,4 \cdot 0,8 \cdot V \quad (6.1)$$

Adotou-se apenas uma combinação de ELU no dimensionamento a fim de se utilizar esta mesma nas análises pelo programa ANEST/CA, tendo-se, assim, coerência entre os esforços para os quais foi dimensionada a estrutura e a análise não linear realizada para estudar o comportamento estrutural. Já para a verificação dos estados limites de serviço, adotaram-se as combinações geradas automaticamente pelo programa Eberick.

O cobrimento da armadura para os elementos estruturais vigas e pilares foi adotado como 3 cm e para as lajes como 2,5 cm (adota-se classe de agressividade ambiental II, item 7.4 da NBR 6118). As propriedades do concreto são calculadas a partir da definição da classe de resistência de concreto de acordo com as recomendações das normas brasileiras, conforme descrito no item 2.3.1.3. Para a análise no programa ANEST/CA utilizam-se os valores médios de resistência à compressão e tração, e o módulo de elasticidade inicial do concreto. No Quadro 6.1 estão listadas as propriedades do concreto utilizado nos exemplos descritos adiante, assim como as propriedades das duas classes de armaduras de aço utilizadas. O valor adotado para a deformação última do aço, ϵ_{u} , foi baseado em resultados experimentais, como por exemplo, os obtidos por Juvandes (1999).

Quadro 6.1 – Propriedades do concreto e aço (unidades em kN e m).

Concreto					
Classe (f_{ck})	f_{cm}	ϵ_{cu}	E_{ci}	f_{tm}	G
25	31600	0,0035	28000000	2565,0	10062000
30	36600	0,0035	30672463	2896,5	11182669
Aço					
Classe	f_y	E_s		$E_{s2} = s_h E_s$	ϵ_u
CA-50	500000	210000000		210000	0,02
CA-60	600000	210000000		210000	0,02

Descrevem-se na sequência os três pórticos de edifícios de concreto armado estudados neste capítulo. Apresenta-se também um estudo de malha para o primeiro pórtico, a fim de complementar os estudos de malha já realizados anteriormente para estruturas no plano. Apenas o primeiro pórtico foi analisado utilizando o programa CONS, visto que este possui limitação no número de elementos (até 100 elementos) e, portanto, número insuficiente para discretização satisfatória dos pórticos de 5 e 10 pavimentos.

6.1.1 Pórtico de um pavimento

O primeiro pórtico estudado é composto de um vão e um pavimento com 3,0 m de altura; adotou-se concreto C25, cujas propriedades estão listadas no Quadro 6.1. A planta de fôrmas e o detalhamento das armaduras estão na Figura 6.1. A estrutura é totalmente simétrica, sendo então usado um mesmo detalhamento de armaduras longitudinais e transversais para todas as vigas, assim como para os pilares, que apresentam taxa de armadura longitudinal de 1,57%.

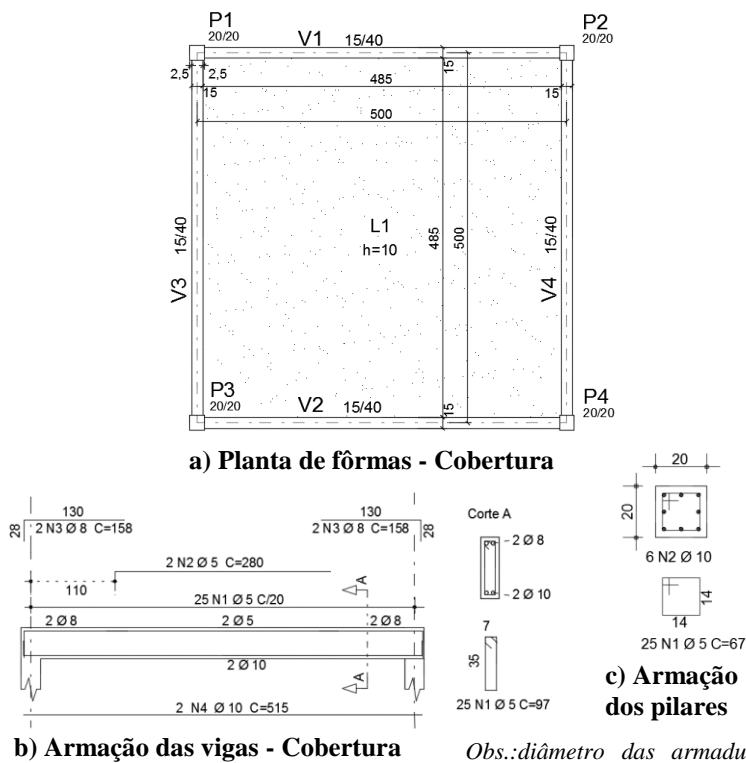
Para a análise no programa ANEST/CA adotou-se a malha 1 que está detalhada no Quadro 6.2 e também ilustrada na Figura 6.2. Usando a mesma discretização e parâmetros de análise, este primeiro pórtico estudado foi também analisado com o programa CONS.

6.1.1.1 Estudo de modelagem

Para este primeiro pórtico espacial, realizou-se um pequeno estudo de malha a fim de complementar os estudos realizados no plano (citados no capítulo anterior). A diferença mais significativa entre os estudos já realizados e este, além da estrutura ser espacial, é a combinação de cargas aplicada que contém além de carga horizontal do vento, carga distribuída uniformemente nas vigas. Neste estudo de malha aplica-se a combinação que também é utilizada nos estudos mostrados em sequência, em que todo o peso próprio da estrutura é aplicado na primeira etapa de carregamento e, a partir da segunda etapa, aplica-se incrementalmente, até a ruptura do pórtico, a sobrecarga (aplicada como carga distribuída nas vigas) e a carga horizontal de vento nos nós de interseção entre os eixos das vigas e os eixos dos pilares P1 e P3, conforme mostra a Figura 6.2. As cargas foram aplicadas com seus valores característicos, sendo aplicado somente o coeficiente redutor de 0,8 na carga de vento, de forma a se obter a mesma

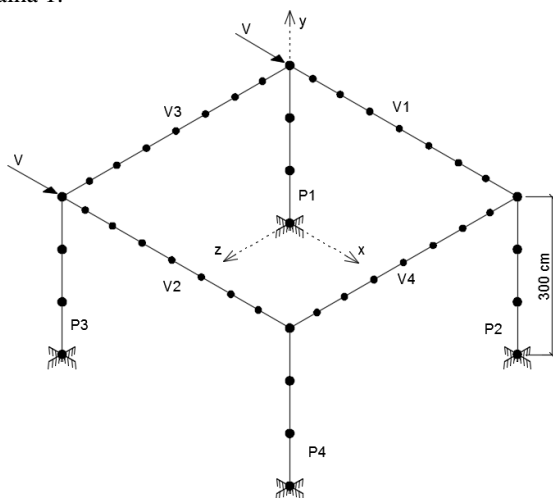
proporcionalidade entre cargas da combinação adotada no dimensionamento pelo programa Eberick.

Figura 6.1 – Pórtico de um pavimento: a) planta de fôrmas; b) armação das vigas; c) armação dos pilares.



O pórtico foi discretizado em três malhas diferentes e analisado considerando-se as não linearidades física e geométrica e sem a consideração de diafragma rígido. No Quadro 6.2 constam o número de elementos em que cada viga e pilar estão divididos e os respectivos comprimentos, além do número total de elementos para cada malha. Para este estudo a seção transversal dos pilares foi discretizada em 10 camadas nas duas direções (total de 100 filamentos) e a seção transversal das vigas foi discretizada em 20 camadas na altura e 10 camadas na largura.

Figura 6.2 – Pórtico de um pavimento: discretização em elementos de barra conforme Malha 1.



Quadro 6.2 – Malhas de elementos estudadas para o pórtico de um pavimento.

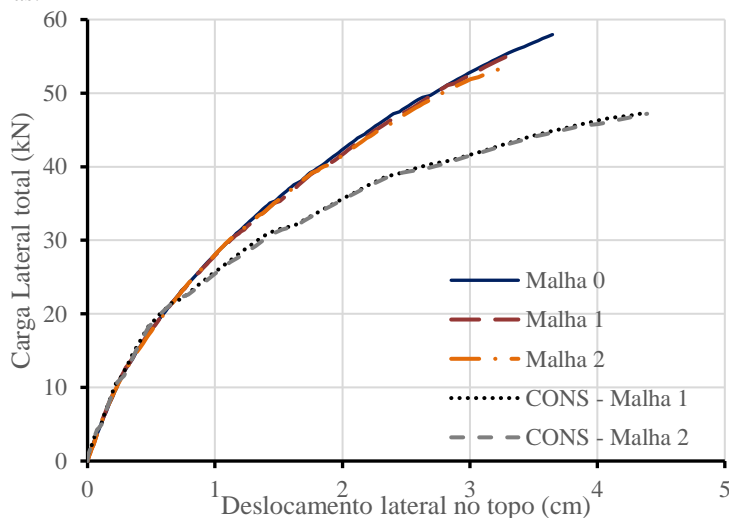
Malha	Vigas		Pilares		Total de elementos
	nº elementos	L (cm)	nº elementos	L (cm)	
0	(4x) 4	120 e 130	(4x) 3	100	28
1	(4x) 8	60 e 65	(4x) 3	100	44
2	(4x) 8	30 e 32,5	(4x) 6	50	56

Os resultados em termos de carga lateral total versus deslocamento lateral no topo do pórtico estão mostrados na Figura 6.3 para as diferentes malhas. Analisou-se também o pórtico para as malhas 1 e 2 utilizando o programa CONS, cujos resultados estão mostrados na mesma figura. Os resultados para o programa ANEST/CA mostram que já para a malha 1 há uma convergência dos resultados, com pequena diferença em relação a malha 2, conforme observado anteriormente para os estudos de malha no caso plano, em que os valores de carga última e deslocamento correspondente diminuem ligeiramente com o refino de malha. Pode-se considerar assim os resultados da Malha 1 satisfatórios, e não refinou-se mais uma vez a malha para se atender à recomendação de Bazant *et al.* (1987) de não se utilizar elementos com comprimento inferior à altura da

sua seção transversal. Os resultados obtidos da análise pelo programa CONS com as malhas 1 e 2, foram praticamente coincidentes, portanto, a malha 1 já pode ser considerada satisfatória.

Os valores obtidos para a deflexão no meio da viga 1 para as diferentes malhas também foram comparados e obteve-se resultado similar ao observado para o deslocamento lateral do pórtico, com malha 1 e malha 2 com resultados muito próximos e malha 0 com deslocamento final um pouco maior.

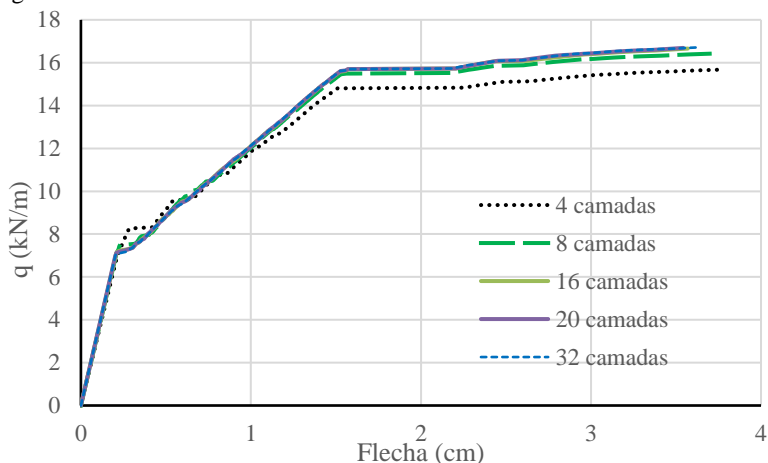
Figura 6.3 – Estudo de modelagem: gráfico carga lateral total versus deslocamento lateral no topo do pórtico de um pavimento para as diferentes malhas.



A influência do número de camadas/filamentos em que se discretiza a seção transversal dos elementos também foi estudada utilizando a malha 1. Primeiramente, o pórtico foi analisado com carga distribuída uniformemente aplicada sobre as vigas, sem a carga lateral de vento, com o objetivo de se estudar a influência do número de filamentos na discretização da seção transversal das vigas. Sabendo-se que nas vigas ocorre flexão somente ao longo da altura da seção, variou-se então o número de camadas em que a altura da seção é discretizada, mantendo-se fixo o número de camadas verticais em 10 camadas. Na Figura 6.4 mostram-se os resultados obtidos para a relação entre carga distribuída aplicada e deflexão no meio do vão da viga (resultados são iguais para as quatro vigas do pórtico) para as diferentes discretizações da seção.

Verifica-se que já para 8 camadas tem-se um resultado satisfatório e, a partir de 16 camadas, os resultados são praticamente coincidentes.

Figura 6.4 - Estudo de modelagem: gráfico carga distribuída *versus* deflexão no meio do vão da viga para as diferentes discretizações da seção transversal das vigas.



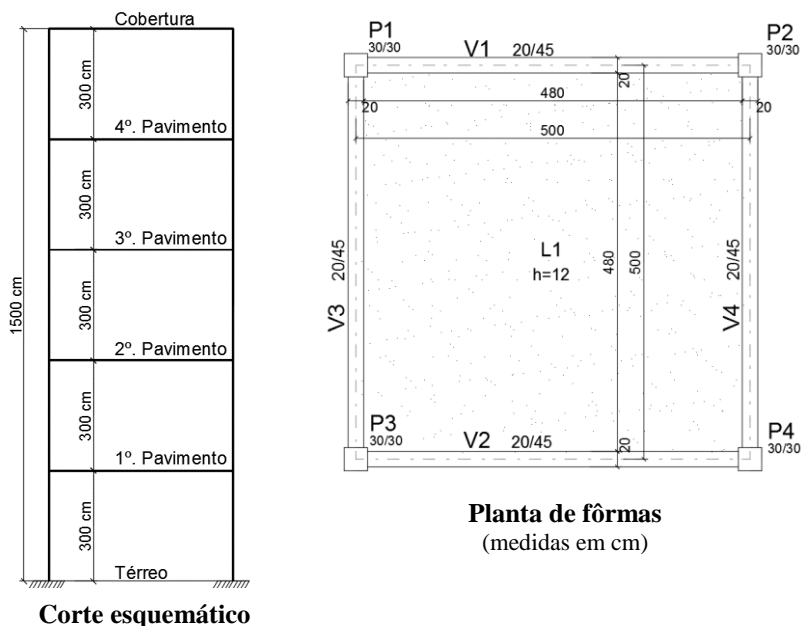
Estudo similar foi feito para a seção transversal dos pilares também utilizando a malha 1. Para o caso de carregamento utilizado no estudo de malha, variou-se o número de camadas na direção da aplicação da carga de vento, direção em que ocorre a flexão mais significativa nos pilares. Os resultados foram analisados por meio da relação entre deslocamento no topo do pórtico e carga horizontal aplicada, verificando-se um comportamento similar ao apresentado para as vigas: a partir de 8 camadas os resultados já são satisfatórios, com diferença muito pequena em relação aos resultados com discretização da seção mais refinada (10 e 16 camadas).

Baseando-se neste estudo, para as análises seguintes utilizou-se malhas com comprimentos de elementos similares aos da Malha 1, em que se segue também a recomendação de não se utilizar elementos com comprimento menor que as medidas da seção transversal. Para a discretização da seção transversal utiliza-se um mínimo de 8 camadas quando a direção considerada sofre flexão.

6.1.2 Pórtico de 5 pavimentos

O segundo pórtico estudado é formado por quatro pavimentos tipos mais a cobertura, sendo que todos os pavimentos são iguais, compostos por apenas uma laje, similar ao exemplo anterior. A planta de fôrmas está mostrada na figura abaixo, juntamente com o corte esquemático do pórtico.

Figura 6.5 – Pórtico de 5 pavimentos: corte esquemático e planta de fôrmas.



Os pilares possuem duas taxas de armadura longitudinal diferentes, 0,89% e 1,40%, e a armadura transversal dimensionada foi a mínima (estribo de $\phi 5\text{mm}$ com espaçamento de 12 cm). As armaduras de transpasse dos pilares não foram consideradas nas análises. Os detalhes de armação longitudinal e transversal das vigas e pilares estão no Apêndice B, item B.2.1, em que se apresenta o arquivo de entrada de dados que contém todas as informações sobre o pórtico. O coeficiente γ_z foi calculado pelo programa Eberick, seguindo-se as prescrições da NBR 6118 (2014) em que calcula-se um valor para cada direção e combinação de cargas (com valores de cálculo) e considerando-se a não linearidade

física de forma simplificado por meio dos coeficientes redutores de rigidez (0,8 para pilares e 0,4 para vigas). O valor encontrado para o γ_z foi de 1,09; sendo então classificado como estrutura de nós fixos e pôde-se desconsiderar os efeitos de segunda ordem no dimensionamento.

O pórtico foi discretizado em elementos de barra de 50 cm de comprimento, tanto os pilares quanto as vigas, totalizando 304 nós e 320 elementos. A seção transversal dos pilares ($30 \times 30 \text{ cm}^2$) foi dividida em 12 camadas em cada direção e as vigas em 4 camadas na largura ($b = 20 \text{ cm}$) e em 12 camadas na altura ($h = 45 \text{ cm}$). Neste exemplo, diferentemente do anterior, teve-se uma preocupação em se “economizar” na discretização da seção transversal para que a análise do pórtico não se tornasse pesada computacionalmente e principalmente para que o volume de dados de saída não fosse extremamente extenso. A força horizontal do vento, já multiplicado pelo coeficiente redutor 0,8, é aplicada nos nós de interseção entre os eixos das vigas e os eixos dos pilares P1 e P3 de cada pavimento. A força característica total de vento, já multiplicada pelo coeficiente redutor, é de 65 kN; enquanto que a sobrecarga aplicada sobre as vigas é de 2,4 kN/m (valor característico).

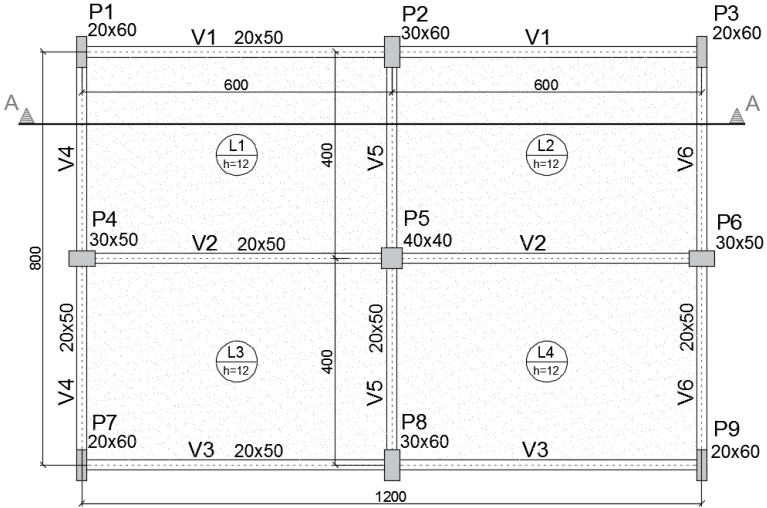
6.1.3 Pórtico de 10 pavimentos

O terceiro pórtico estudado é composto de dez pavimentos e 4 lajes retangulares em cada pavimento, como ilustra a Figura 6.6, em que são apresentadas duas plantas de fôrmas, uma para os pavimentos tipo de 1 a 5 e outra para os pavimentos 6 a cobertura, em que a diferença está na diminuição da seção transversal de alguns pilares. Para este edifício adotou-se concreto da classe C30 de resistência para os pilares e vigas.

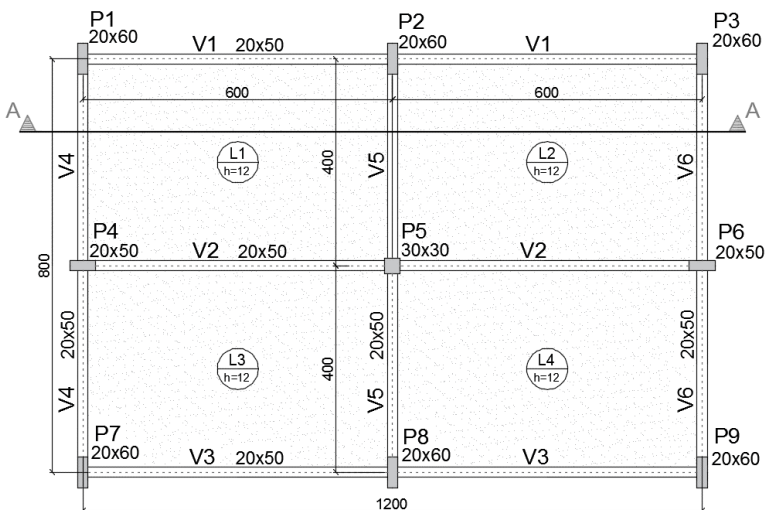
Na Figura 6.7 está apresentado o corte esquemático A-A do edifício, que ilustra a altura total de 30 m da edificação. O coeficiente γ_z na direção horizontal da planta de fôrmas (eixo X global na análise pelo programa ANEST/CA) foi de 1,20 e na direção vertical da planta de fôrmas (eixo global Z) foi de 1,11, valores calculados pelo programa Eberick. Trata-se então, de uma estrutura classificada como de nós móveis, em que foi utilizado o processo P-Delta associado a coeficientes redutores de rigidez à flexão (0,80 para pilares e 0,40 para vigas) para a consideração dos efeitos de segunda ordem na análise global do edifício pelo programa Eberick. O lançamento/dimensionamento da estrutura foi feito de modo a se obter uma estrutura classificada de nós móveis, a fim

de se ter um pórtico com comportamento não linear geométrico mais significativo e, portanto, mais interessante de se estudar.

Figura 6.6 – Plantas de fôrmas do edifício de 10 pavimentos: a) pavimentos tipos 1 a 5; b) pavimentos tipos 6 a 10.

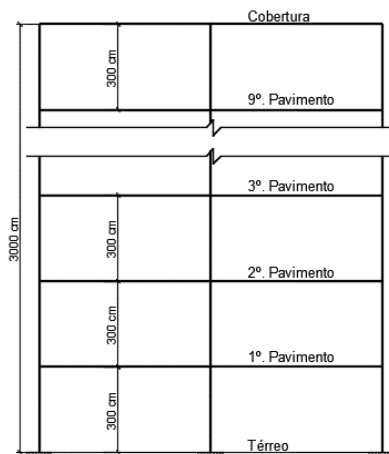


(a)



(b)

Figura 6.7 – Corte esquemático A-A do edifício de 10 pavimentos.



Novamente, trata-se de um exemplo teórico em que são feitas diversas simplificações em relação a um edifício usual de concreto armado, como a desconsideração de existência de escadas e caixa de elevador. Ademais, neste exemplo especificamente, trabalhou-se com pilares de seção retangular, e, devido ao programa ANEST/CA não considerar excentricidades entre elementos, os pilares foram locados na planta de fôrmas com centro da seção transversal coincidente com o eixo longitudinal das vigas que se apoiam sob os mesmos. Outro ponto importante é que, como o programa ANEST/CA também não dispõe da opção de se considerar trecho rígido na ligação entre os elementos (conforme item 14.6.2 da NBR 6118), o pilar central foi dimensionado com seção quadrada a fim de diminuir o trecho rígido na ligação do pilar P5 e as vigas contínuas V2 e V5. Desta forma, busca-se diminuir diferenças e manter a coerência entre a análise no programa ANEST/CA e o dimensionamento realizado pelo programa Eberick, programa que considera trechos rígidos na ligação entre pilares e vigas assim como a existência de excentricidade na ligação entre esses elementos.

Para facilitar a discretização do pórtico, foi feita uma homogeneização do resultado do dimensionamento das armaduras fornecido pelo programa Eberick. A armação das vigas foi igualada para grupos de pavimentos conforme estas apresentavam resultados similares, foram feitos também alguns pequenos arredondamentos de comprimento

de barras de forma a facilitar a discretização em elementos, mas sempre a favor da segurança. Alguns ajustes, de forma a homogeneizar a armação em grupos de pavimentos, também foram feitos para a armação longitudinal dos pilares. Este pórtico foi discretizado em elementos de 50 cm de comprimento, tanto para pilares como para vigas, totalizando 1624 nós e 1740 elementos de barra. A força total de vento aplicada na direção horizontal do pórtico é 211,5 kN (valor característico multiplicado pelo coeficiente 0,80) e na direção vertical da planda de fôrmas (eixo Z) tem-se o valor total de 373,7 kN. O peso próprio e a sobrecarga proveniente das lajes são distribuídos nas vigas como carga distribuída uniformemente, valores de reações determinados com o auxílio das linhas de ruptura, conforme item 14.7.6.1 da NBR 6118 (2014). Mais detalhes de armação, discretização e carregamento podem ser vistos no Anexo B, em que se apresenta uma tabela com detalhes dos pilares (medidas da seção, armação longitudinal e transversal) e também o arquivo de entrada de dados utilizado para análise no programa ANEST/CA.

6.2 RESULTADOS DAS ANÁLISES

Os pórticos foram analisados para o caso de carregamento em que se aplica na primeira etapa de análise incremental todo o peso próprio da estrutura (com valores característicos) e, a partir da segunda etapa, aplica-se incrementalmente, até a ruptura do pórtico, a sobrecarga de utilização proveniente das lajes (carga distribuída uniformemente) nas vigas e a carga lateral de vento nos nós de ligação entre vigas e pilares da lateral do pórtico considerada, em cada pavimento, sendo o valor do vento multiplicado por 0,80, mesmo coeficiente utilizado na combinação de cargas para o dimensionamento. Esta combinação foi utilizada por se entender que estaria mais próximo de uma situação real em que o peso próprio da estrutura se mantém com valor constante e as demais cargas, sobrecarga de utilização e vento, podem então ter valores aumentados até a ruptura da estrutura.

Para todas as análises não lineares realizadas pelo programa ANEST/CA adotou-se o método de Newton-Raphson para resolução do sistema de equações não lineares; e para as análises com consideração da não linearidade física, adotou-se para o concreto comprimido o modelo constitutivo do CEB (2010), exceto quando se considerou o confinamento do concreto por estribos, usando-se neste caso o modelo proposto por Mander *et al.* (1988-a). As armaduras de transpasse dos pilares foram desconsideradas. Na análise com a consideração da contribuição das lajes

na rigidez das vigas, por meio de adição de mesa colaborante na seção transversal da viga (viga T), as armaduras da laje também não foram consideradas.

Dentre todos os resultados obtidos das diferentes análises realizadas com os três pórticos estudados neste capítulo, são mostrados os resultados mais interessantes nos próximos itens. Primeiramente, faz-se uma avaliação dos resultados de maneira mais geral, com enfoque no comportamento não linear dos pórticos. Após, avalia-se separadamente a influência de alguns aspectos considerados no modelo, como a consideração do diafragma rígido e a contribuição das lajes na rigidez à flexão das vigas. Avaliam-se, também, os resultados obtidos pela análise simplificada descrita no item 2.2.4.1. Por último, comenta-se os resultados obtidos sobre a consideração do confinamento do concreto dos pilares por estribos nos pórticos espaciais estudados.

6.2.1 Comportamento não linear dos pórticos

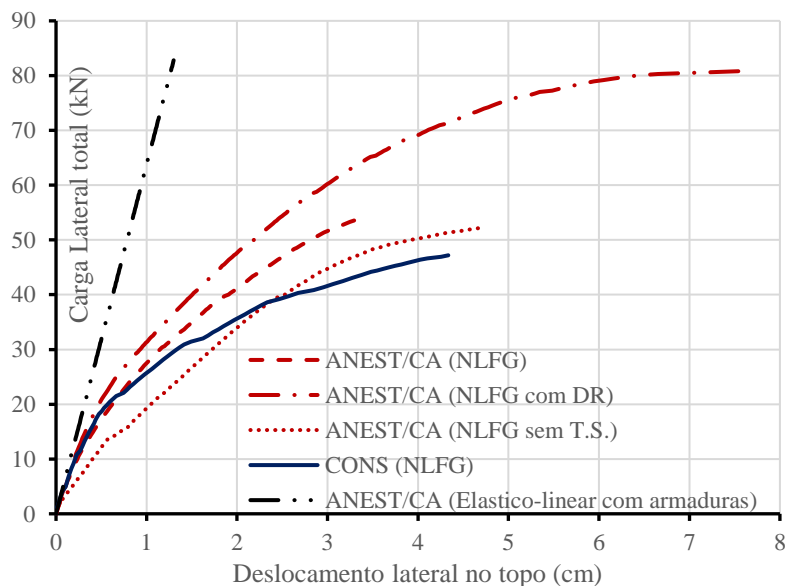
Nesta primeira parte da análise dos resultados abordam-se aspectos gerais das diferentes análises realizadas, como a forma de ruptura de cada pórtico e a influência das não linearidades.

6.2.1.1 Pórtico de um pavimento

Primeiramente, mostram-se na Figura 6.8 os resultados em termos de carga lateral total versus deslocamento lateral no topo do pórtico de um pavimento obtidos para análises realizadas com o programa ANEST/CA e também a análise realizada com o programa CONS (no caso de análise sem D.R. mediu-se o deslocamento lateral no topo do pilar P1, pilar que recebe a ação do vento). Em todas as análises mostradas a fissuração dos elementos iniciou na primeira etapa em que se aplica todo o peso próprio da estrutura. Comparando as curvas do ANEST/CA com consideração da NLG e NLF (NLFG), e a curva do CONS (que também considera NLG e NLF) nota-se uma diferença significativa entre os dois modelos após a carga lateral total de 30 kN. De forma a visualizar esta diferença entre os modelos, na mesma figura está mostrada também a curva obtida na análise pelo ANEST/CA com NLG e NLF, porém sem consideração do efeito *tension-stiffening* (T.S.). Novamente, como já demonstrado no Capítulo 5, a diferença entre os modelos de T.S. influencia fortemente na diferença entre os resultados obtidos pelos dois

programas. Nota-se ainda, a grande diferença entre a curva obtida pelo modelo do ANEST/CA com consideração do modelo de diafragma rígido (D.R.) e sem a consideração deste modelo.

Figura 6.8 – Pórtico de um pavimento: gráfico carga lateral *versus* deslocamento lateral no topo de diferentes análises obtidas pelos programas ANEST/CA e CONS.

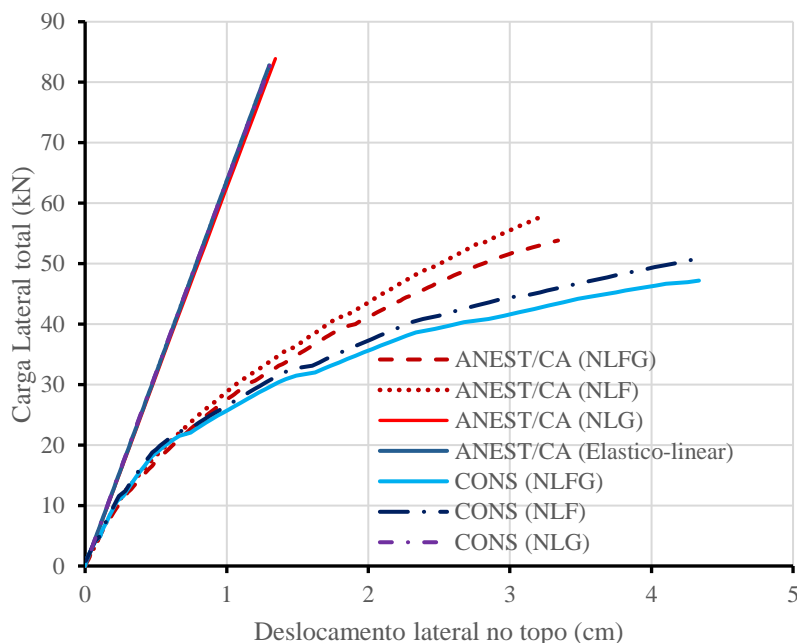


A carga lateral total em que se iniciou o escoamento do aço de armaduras foi de 35,3 kN e 100kN para as análises do ANEST/CA sem diafragma rígido (D.R.) e com consideração do modelo de D.R., respectivamente; sendo ambos pontos de início do escoamento localizados nas armaduras na seção do topo dos pilares P2 e P4. Já para a análise pelo programa CONS, a primeira armadura a iniciar o escoamento ocorreu em uma armadura na viga V2 para uma carga lateral de 20,5 kN, mostrando uma assimetria, provavelmente devido a algum problema numérico que não pode ser constatado; na etapa seguinte ocorreu escoamento de armaduras na viga V4.

A ruptura ocorreu para valores de carga e deslocamento lateral visivelmente diferentes entre as análises realizadas pelo programa ANEST/CA e pelo programa CONS, conforme mostra a Figura 6.8. O rompimento do pórtico para a análise pelo programa ANEST/CA

considerando somente as NLF e NLG se deu pelo esgotamento da capacidade resistente das seções críticas do pórtico, que são a base e topo dos pilares P2 e P4; as vigas na última etapa de carregamento apresentam fissuração, mas o concreto fissurado ainda contribui para a resistência da seção, e as armaduras das vigas não atingiram o escoamento em nenhuma seção. Situação similar observou-se na análise com consideração do D.R., apenas com a diferença que os pilares P1 e P3 apresentaram um esgotamento ou aproveitamento maior de sua resistência em relação à análise sem D.R.

Figura 6.9 – Pórtico de um pavimento: gráfico carga lateral *versus* deslocamento lateral no topo para análise da influência da NLF e da NLG.



Para visualizar a influência das duas não linearidades consideradas nas análises, a não linearidade física e a não linearidade geométrica, mostram-se no gráfico da Figura 6.9 os resultados obtidos considerando estes efeitos separadamente (somente NLG, somente NLF) e, novamente, considerando ambas as não linearidades (NLFG) tanto para

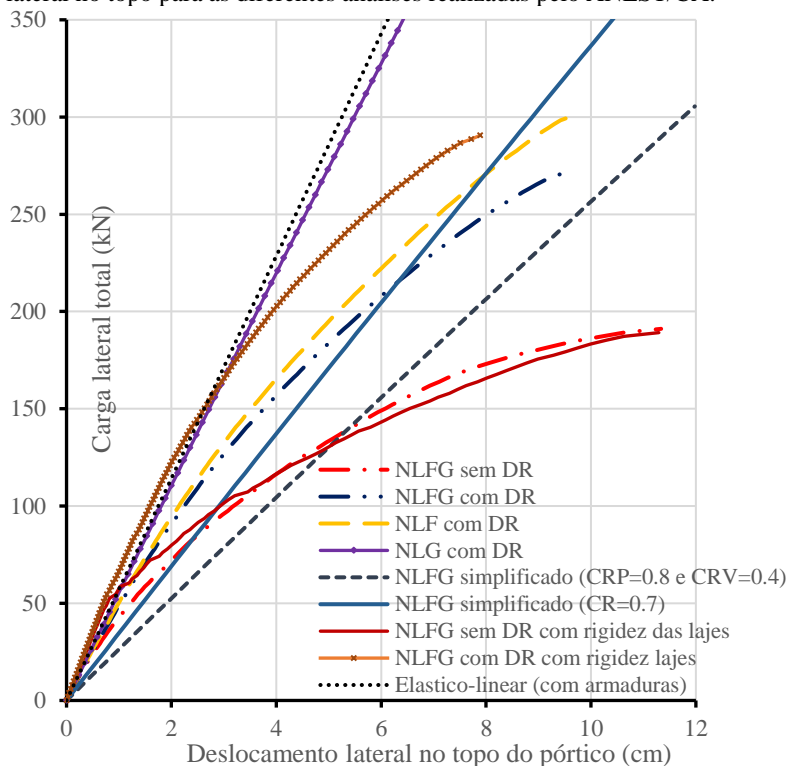
o modelo do ANEST/CA quanto para o modelo do CONS. Como se trata de um pórtico de um pavimento de pouca altura, já era esperado que a influência da não linearidade geométrica seria pequena, como comprovam os resultados mostrados, em que os resultados para as análises considerando somente a não linearidade geométrica de ambos os programas praticamente coincidem com o resultado da análise elástico-linear realizada com o programa ANEST/CA com consideração das armaduras.

6.2.1.2 Pórtico de 5 pavimentos

Este segundo pórtico analisado já possui uma altura maior e, portanto, os efeitos não lineares devido à atuação da carga lateral serão maiores em comparação ao primeiro pórtico. Na Figura 6.10 estão os resultados em termos de carga lateral total de vento *versus* deslocamento no topo (do pilar P1) para as diferentes análises realizadas, em que, apesar de serem apresentados muitos resultados em uma mesma figura, serve para dar uma visão inicial e geral sobre os resultados encontrados; após, serão explorados cada um dos aspectos envolvidos separadamente.

Para todas as análises realizadas considerando a não linearidade física, já na primeira etapa, em que se aplica todo o peso próprio da estrutura, o concreto atingiu a fissuração em várias partes da estrutura, como nas extremidades e centro dos vãos das vigas e também nos pilares no andar mais alto. No Quadro 6.3 tem-se uma descrição detalhada dos valores de carga lateral total de vento em que os principais eventos, como fissuração do concreto, escoamento do aço e pico de compressão do concreto ocorreram pela primeira vez, assim como o local da estrutura em que ocorreu. Essa descrição é feita para três diferentes análises, todas com a consideração das não linearidades física e geométrica, sendo a primeira sem nenhum efeito adicional, a segunda com adição do modelo de D.R. e a terceira com D.R. e ainda adição da contribuição das lajes na rigidez das vigas (viga T). Sobre o primeiro ponto da estrutura em que as armaduras atingem o escoamento, além da carga ser consideravelmente maior para a segunda e terceira análise em relação à primeira, o local também é diferente, ocorre na base dos pilares P1 e P3 (que recebem o vento) ao invés de ocorrer nas vigas V1 e V2; isso é explicado pela consideração do modelo de D.R. que leva o pórtico a se deformar menos lateralmente pois o conjunto se comporta como um bloco mais rígido lateralmente, e consequentemente as vigas se deformam menos e fissuram menos.

Figura 6.10 – Pórtico de 5 pavimentos: gráfico carga lateral *versus* deslocamento lateral no topo para as diferentes análises realizadas pelo ANEST/CA.



Em todas as análises, observa-se que o ponto crítico da estrutura que levou a ruína é a base dos pilares P2 e P4, local que recebe a maior carga de compressão. Porém, para a primeira análise, ao atingir a ruína o pórtico apresenta vários pontos da estrutura próximos de atingir o esgotamento da capacidade resistente, ao contrário das outras duas análises em que as vigas ainda estão com índices de fissuração razoáveis e poucos pontos nas vigas apresentando escoamento de armaduras. Outra constatação é a significativa diferença do valor de carga última entre as três análises. A relação entre a carga de ruptura da análise com o modelo de D.R. e sem D.R. é 1,42, e entre o modelo com D.R. e com viga T e a primeira análise é 1,52.

Quadro 6.3 – Pórtico de 5 pavimentos: valores de referência e detalhes das principais análises realizadas pelo programa ANEST/CA.

Evento		Especificação da análise		
		Com NLF e NLG	Com NLF, NLG e DR	Com NLF e NLG, DR e viga T
Fissura-ção	C.L.	0,0 (1ª. etapa)	0,0 (1ª. etapa)	0,0 (1ª. etapa)
	Onde	Extremidades e meio das vigas, último lance dos pilares	Extremidades e meio das vigas, último lance dos pilares	No último lance dos pilares
Escoa-mento do aço	C.L.	150,2 kN	251,6 kN	265,2 kN
	Onde	Extremidade direita das vigas V1 e V2 no pav. 1	Base dos pilares P1 e P3	Base dos pilares P1 e P3
Pico de compres-são	C.L.	185,3 kN	241,8 kN	265,2 kN
	Onde	Base dos pilares P2 e P4	Base dos pilares P2 e P4	Base dos pilares P2 e P4
Rompi-mento	C.L.	191,1 kN	271,1 kN	290,6 kN
	Onde	Base dos pilares P2 e P4	Base dos pilares P2 e P4	Base dos pilares P2 e P4

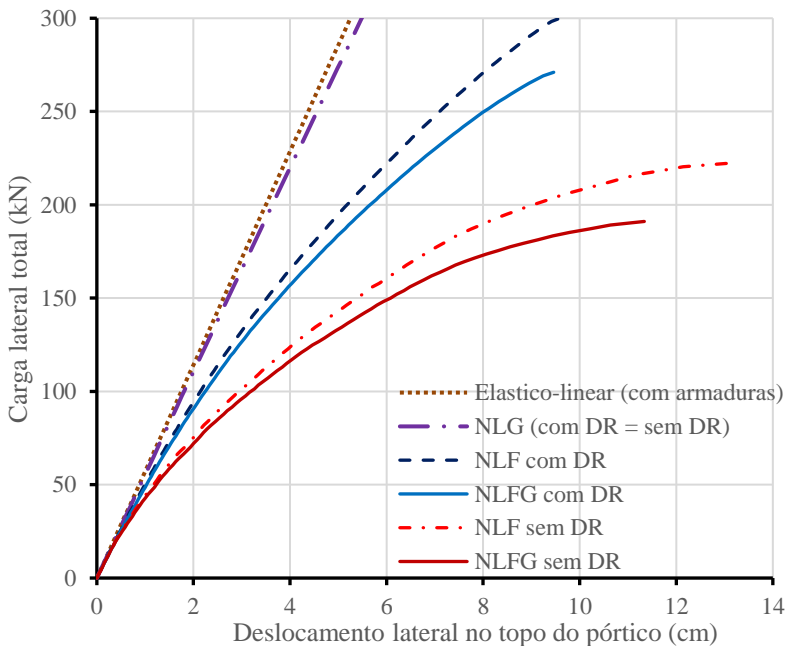
*C.L.: carga lateral total de vento.

No Quadro 6.4 são apresentados valores das reações de apoio F_y , reação vertical de força, e M_z , momento fletor em torno do eixo Z, na base dos pilares (P1/P3 e P2/P4). Para a carga lateral total de 150 kN percebe-se que a reação F_y não varia muito entre as três diferentes análises, porém, a reação de momento M_z , apresenta uma variação considerável, sendo maior para a primeira análise, em que sem considerar o modelo de DR o pórtico é mais flexível, se deforma mais, e, portanto, apresenta esforços de segunda ordem também maiores. Para a carga de ruptura, a análise considerando o modelo de DR e também a análise considerando DR e viga T, apresentam valores maiores de reações visto que a carga de ruptura também é maior, conforme mostra o Quadro 6.3.

Quadro 6.4 – Pórtico de 5 pavimentos: valores das reações de apoio de força vertical (F_y) e momento fletor (M_z) na base dos pilares.

Evento	Carga lateral total	Especificação da análise					
		Com NLF e NLG		Com NLF, NLG e DR		Com NLF e NLG, DR e Viga T	
		F_y (kN)	M_z (kN.m)	F_y (kN)	M_z (kN.m)	F_y (kN)	M_z (kN.m)
Pilares P1/P3	150 kN	478,6	70,1	477,9	64,7	477,3	62,2
	Ruptura	481,6	95,5	489,5	107,3	493,1	109,7
Pilares P2/P4	150 kN	695,6	95,7	696,2	80,5	696,9	70,8
	Ruptura	768,0	129,4	907,8	138,0	939,5	139,4

Figura 6.11 – Pórtico de 5 pavimentos: gráfico carga lateral *versus* deslocamento lateral no topo para análise da influência da NLF e da NLG.



Para mostrar a influência das não linearidades física e geométrica no comportamento não linear do pórtico, mostram-se na Figura 6.11 os

resultados em termos de carga lateral total *versus* deslocamento no topo para análises somente com NLG, somente com NLF e com ambas (NLFG), além da análise elástico-linear que serve como referência. Mostram-se ainda, as mesmas análises considerando também o modelo de diafragma rígido (não havendo diferença significativa entre os resultados com e sem consideração de diafragma rígido, para o caso da análise linear e da análise somente com NLG). Fica novamente claro que a não linearidade física é predominante, porém, em comparação ao exemplo anterior, a NLG já influencia um pouco mais, comprovada pela diferença entre as curvas das análises somente com NLF e com NLF e NLG. Entretanto, a influencia da NLG ainda é pequena, estando então coerente com o valor calculado de $\gamma_z=1,09$ para o qual, seguindo-se as prescrições da NBR 6118 (2014), pode-se desprezar os efeitos de segunda ordem na análise global da estrutura.

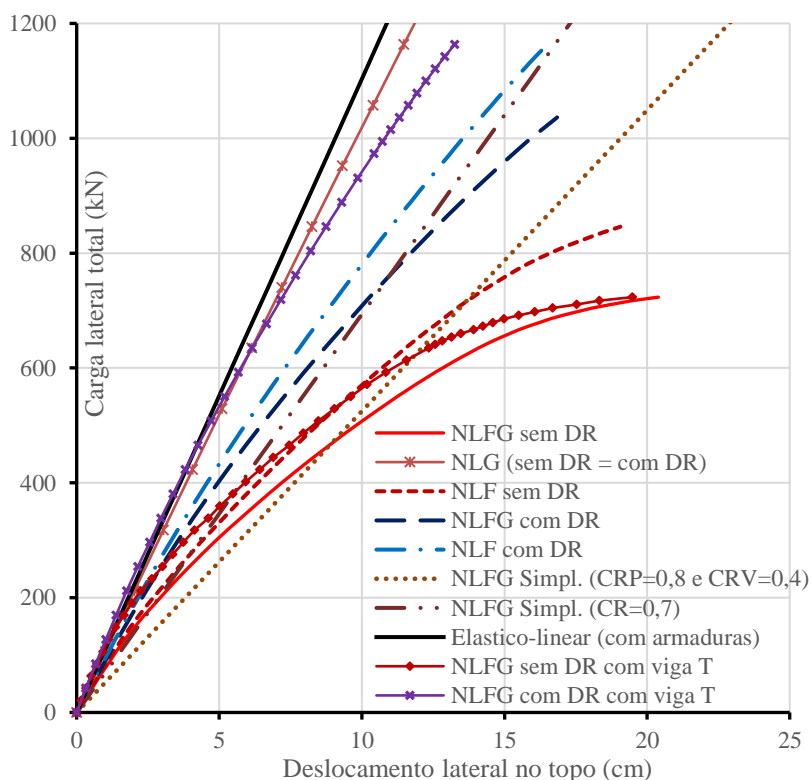
6.2.1.3 Pórtico de 10 pavimentos

Como este pórtico possui planta retangular, foram analisados dois casos de carregamento, um com aplicação de vento na direção do eixo X (direção horizontal, no sentido da esquerda para a direita na planta de fôrmas) e o segundo com aplicação do vento na direção do eixo Z da estrutura (direção vertical em planta, no sentido de cima para baixo na planta de fôrmas). Os mesmos resultados apresentados para o exemplo anterior são apresentados para este pórtico, tendo agora, dois casos de carregamento a serem avaliados. Nas duas figuras seguintes, mostram-se os resultados para as diferentes análises realizadas em termos de carga lateral de vento total *versus* deslocamento lateral no topo do edifício (medido no topo do pilar P1 para ambas direções de aplicação de vento).

Nos Quadros 6.5 e 6.6 são apresentados detalhes sobre as três principais análises realizadas com o programa ANEST/CA para os casos de vento aplicado na direção X e de vento aplicado na direção Z, respectivamente. Para o caso de aplicação do vento na direção X, observou-se que, para ambas as análises não lineares sem consideração de nenhum efeito adicional e com consideração do modelo de D.R., o ponto crítico de resistência do pórtico, em que primeiro ocorrem os eventos de escoamento do aço e pico de compressão do concreto, além de ser o ponto de ruptura, foi o elemento à esquerda do apoio sobre o pilar P5 da viga V2, no segundo pavimento (observando-se na planta de fôrmas que o vento é aplicado horizontalmente da esquerda para a direita). Para a análise considerando além do D.R. também vigas T, este aumento de

rigidez nas vigas fez com que o pórtico resistisse a uma carga um pouco maior em relação à segunda análise (NLFG com DR) e que o ponto crítico mudasse para a base dos pilares P2 e P8. A adição da consideração da laje no comportamento do pórtico, por meio do modelo de D.R. e contribuição das lajes da rigidez à flexão das vigas (viga T), garantiu ao pórtico um aumento da carga de ruptura considerável, com razão entre a carga de ruptura da análise com D.R. e viga T e a carga da primeira análise de 1,60.

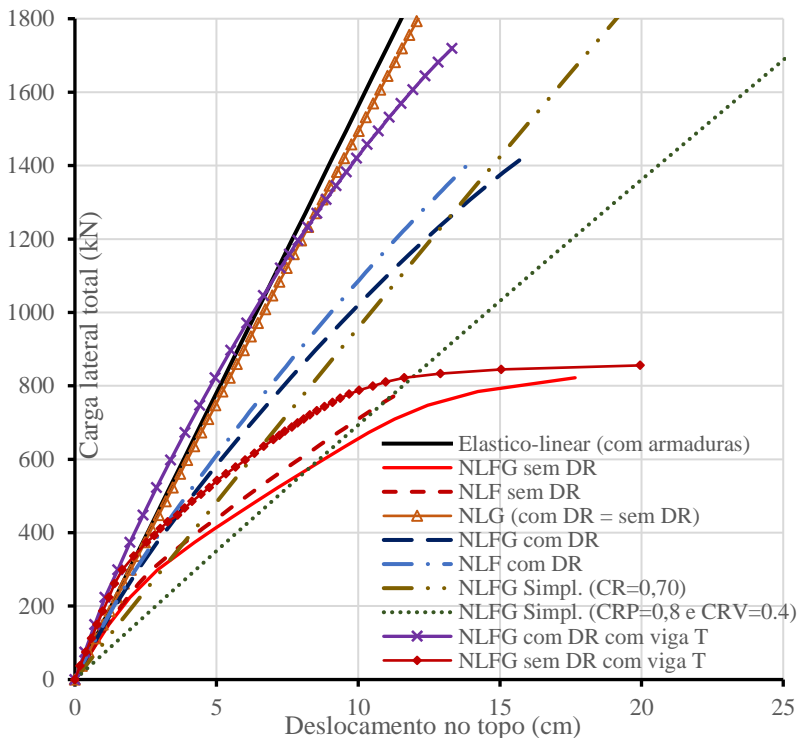
Figura 6.12 – Pórtico de 10 pavimentos: gráfico carga lateral aplicada na direção X *versus* deslocamento lateral no topo para as diferentes análises realizadas pelo ANEST/CA.



Para o caso de aplicação de vento na direção Z, os pontos críticos foram mais diversificados entre as análises em relação ao caso com

aplicação de vento na direção X, conforme consta no Quadro 6.6. Neste caso de carregamento, a consideração do laje na análise do pórtico resultou em um aumento ainda maior da carga de ruptura, equivalente ao dobro da carga resistida na análise sem DR e sem viga T.

Figura 6.13 - Pórtico de 10 pavimentos: gráfico carga lateral aplicada na direção Z *versus* deslocamento lateral no topo para as diferentes análises realizadas pelo ANEST/CA.



Observou-se então que, para os dois casos de carregamento estudados, as vigas paralelas à direção da ação do vento nos andares mais baixos são pontos críticos de resistência, junto com a base dos pilares para o caso de análise considerando viga T e modelo de D.R.. Observa-se ainda que, para cada direção de aplicação de vento, a posição dos pilares em planta, que apresentaram comportamento crítico em relação a atuação do vento, é diferente se forem comparadas as duas direções; o que pode ser explicado pelas diferenças de geometria em planta, principalmente da posição dos pilares que possuem seção retangular, de cada direção

analisada. Explicando melhor, para o vento aplicado na direção X, os pilares que apresentaram comportamento crítico foram os pilares P2 e P8; fazendo um paralelo para o vento aplicado na direção Z, teria-se que os pilares P4 e P6 apresentariam comportamento crítico, porém, foram os pilares P7 e P9 que mostraram-se críticos.

Quadro 6.5 - Pórtico de 10 pavimentos: valores de referência e detalhes das principais análises realizadas pelo programa ANEST/CA para o caso de carga lateral aplicada na direção do eixo X da estrutura.

Evento		Especificação da análise		
		Com NLF e NLG	Com NLF, NLG e DR	Com NLF e NLG, DR e viga T
Fissuração	C.L.	0,0 (1ª. etapa)	0,0 (1ª. etapa)	0,0 (1ª. etapa)
	Onde	Meio do vão e apoio intermediários das vigas V1, V2 e V3, nos pilares no ponto de ligação com as vigas	Meio do vão e apoio intermediários das vigas V1, V2 e V3, nos pilares no ponto de ligação com as vigas	Apoios intermediários das vigas V1, V2 e V3, nos pilares no ponto de ligação com as vigas nos andares mais altos
Escoamento do aço	C.L.	550 kN	973 kN	1163 kN
	Onde	No apoio da viga V2 sobre o P5 no 2º. pavimento	No apoio da viga V2 sobre o P5 no 2º. pavimento	Por compressão na base dos pilares P2 e P8
Pico de compressão	C.L.	698 kN	888,3 kN	1036 kN
	Onde	No apoio da viga V2 sobre o P5 no 2º. pavimento	No apoio da viga V2 sobre o P5 no 2º. pavimento	Base dos pilares P2 e P8
Rompi-mento	C.L.	723,3 kN	1036,3 kN	1163 kN
	Onde	Ponto crítico no apoio da viga V2 sobre o P5	Ponto crítico no apoio da viga V2 sobre o P5	Base dos pilares P2 e P8

Quadro 6.6 - Pórtico de 10 pavimentos: valores de referência e detalhes das principais análises realizadas pelo programa ANEST/CA para o caso de carga lateral aplicada na direção do eixo Z da estrutura.

Evento		Especificação da análise		
		Com NLF e NLG	Com NLF, NLG e DR	Com NLF e NLG, DR e viga T
Fissuração	C.L.	0,0 (1ª. etapa)	0,0 (1ª. etapa)	0,0 (1ª. etapa)
	Onde	Meio do vão e apoio intermediários das vigas V1, V2 e V3, e nos pilares no ponto de ligação com as vigas nos pav. 9 e 10.	Meio do vão e apoio intermediários das vigas V1, V2 e V3, nos pilares no ponto de ligação com as vigas nos pav. 9 e 10.	Meio do vão e apoio intermediários das vigas V1, V2 e V3, nos pilares no ponto de ligação com as vigas nos pav. 9 e 10.
Escoamento do aço	C.L.	672,6 kN	1345 kN	1644 kN
	Onde	No apoio intermediário das vigas V4 e V6 no 4º. pavimento	Extremidade das vigas V4 e V6 que se apoiam nos pilares P7 e P9 no 2º. pav.	Base dos pilares P1 e P3
Pico de compressão	C.L.	-	1270,4 kN	1532 kN
	Onde	não ocorreu até a ruptura	Base do P7 e Extremidade das vigas V4 e V6 que se apoiam nos pilares P7 e P9 no 2º. pav.	Base dos pilares P7 e P9
Rompi-mento	C.L.	822 kN	1419,9 kN	1718,8 kN
	Onde	No apoio intermediário das vigas V4 e V6 nos andares mais baixos	Extremidade das vigas V4 e V6 que se apoiam nos pilares P7 e P9 no 2º. pavimento	Pontos críticos na base dos pilares P7 e P9 e nas vigas V4 e V6 nos primeiros andares sobre os pilares P7 e P9

Em complementação às informações apresentadas, mostram-se no Quadro 6.7 as reações de apoio nos pilares mais solicitados para o caso de vento aplicado na direção X, que é a direção que apresenta maior coeficiente γ_z . Para a carga lateral total de 507 kN, observa-se grande diferença entre os valores de M_z obtidos pelas diferentes análises, com exceção do Pilar 4, que mostra diferença menor; para F_y observa-se

diferença significativa para a análise com DR e viga T em relação às duas primeiras mostradas na tabela.

Quadro 6.7 – Pórtico de 10 pavimentos: valores das reações de apoio de força vertical (F_y) e momento fletor (M_z) na base de alguns pilares para o caso de vento na direção X.

Evento	Carga lateral total	Especificação da análise					
		Com NLF e NLG		Com NLF, NLG e DR		Com NLF e NLG, DR e viga T	
		F_y (kN)	M_z (kN.m)	F_y (kN)	M_z (kN.m)	F_y (kN)	M_z (kN.m)
Pilares P2/P8	507 kN	2249,0	390,3	2244,0	346,2	2457,0	299,2
	Ruptura	2532,0	585,5	2927,0	639,6	3284,0	636,3
Pilar P4	507 kN	1490,0	76,9	1502,0	74,4	1586,0	73,2
	Ruptura	1569,0	141,5	1720,0	193,8	1858,0	204,8
Pilar P6	507 kN	1979,0	157,1	1963,0	106,1	2075,0	92,2
	Ruptura	2332,0	244,9	2710,0	238,8	3033,0	220,5

Nas Figuras 6.14 e 6.15 mostram-se para o caso de vento aplicado na direção X e vento aplicado na direção Z, respectivamente, a influência das não linearidades física e geométrica na análise do pórtico por meio da avaliação da relação entre carga lateral total e deslocamento lateral no topo do edifício. Neste exemplo percebe-se que a não linearidade geométrica tem maior efeito em relação ao exemplo anterior, o que já era esperado, visto que é um pórtico de edifício de maior altura e classificado como estrutura de nós móveis. Percebe-se, ainda, que o efeito da não linearidade geométrica é ligeiramente maior na direção X do que na direção Z, o que pode ser observado pela diferença entre os resultados da análise elástico-linear e da análise NLG, diferença esta que já era indicada pelo fato de o coeficiente γ_z na direção X ser maior que na direção Z (1,20 e 1,11, respectivamente). A não linearidade física neste exemplo, assim como nos anteriores, tem maior contribuição no comportamento não linear em relação à não linearidade geométrica.

Figura 6.14 - Pórtico de 10 pavimentos: gráfico carga lateral na direção X *versus* deslocamento lateral no topo para análise da influência da NLF e da NLG.

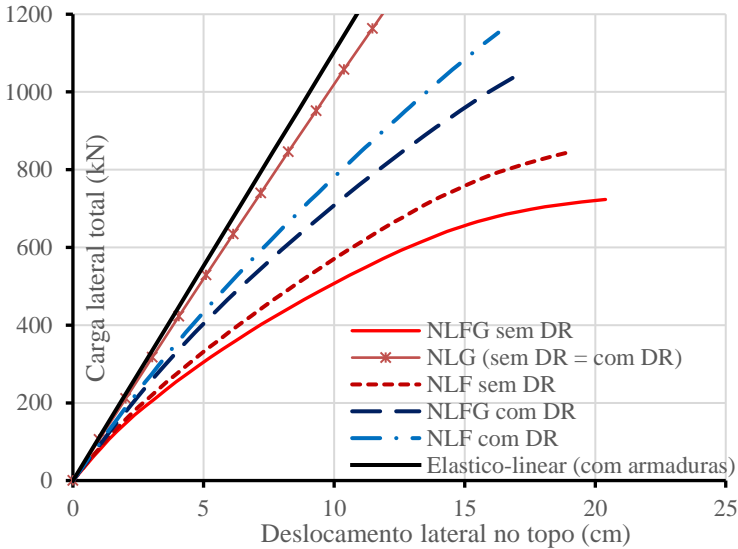
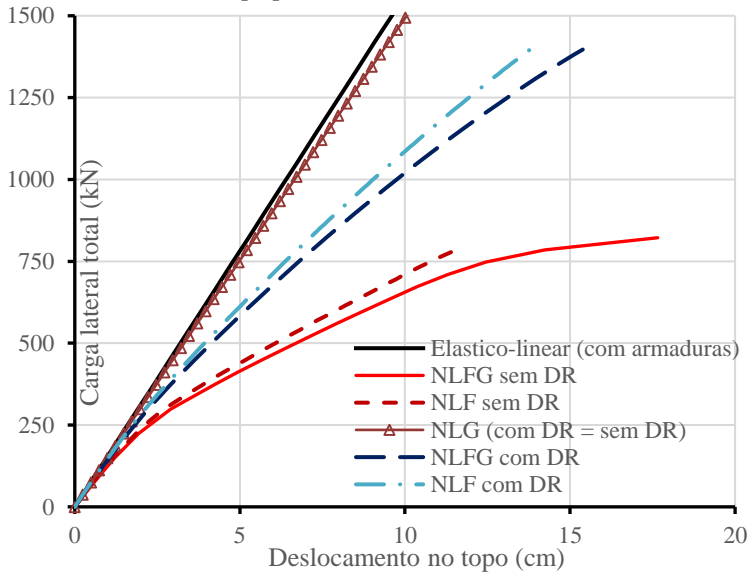


Figura 6.15 - Pórtico de 10 pavimentos: gráfico carga lateral na direção Z *versus* deslocamento lateral no topo para análise da influência da NLF e da NLG.



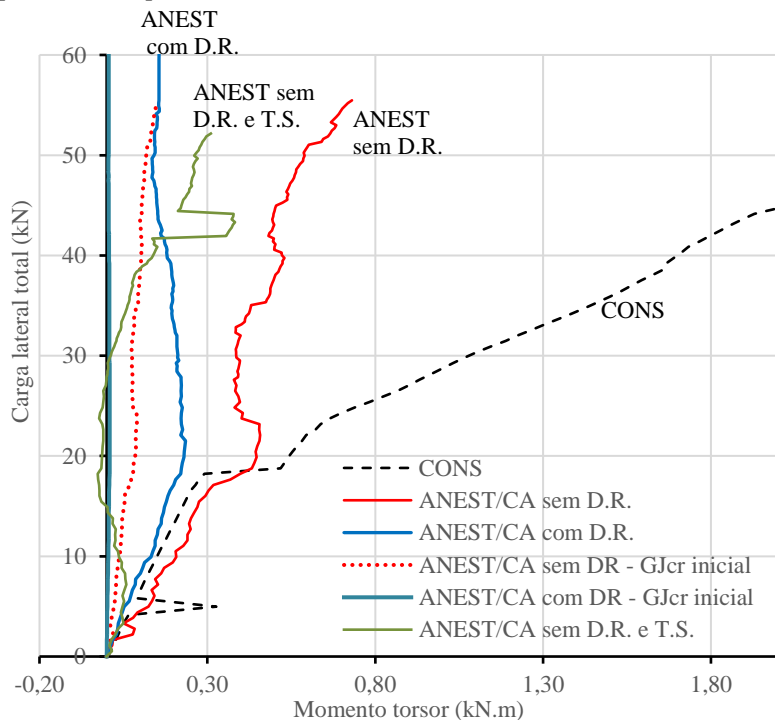
6.2.1.4 Torção

No modelo proposto nesta tese a torção é considerada desacoplada dos demais esforços e adota-se um modelo constitutivo simplificado para estimar a rigidez à torção dos elementos estruturais. Os exemplos estudados são estruturas simétricas as quais foram analisadas sob combinações de cargas também simétricas, de forma a não provocar esforços de torção nos elementos estruturais, visto que, o modelo aqui utilizado é voltado à análise de estruturas sob comportamento predominante de flexão. Porém, constatou-se a ocorrência de torção na análise dos três pórticos e estes resultados são comentados a seguir.

Nas análises realizadas para o primeiro pórtico notou-se a existência de momentos torsores nas vigas V1 e V2, valores iguais e constantes ao longo das vigas, que estão mostrados em função da carga lateral de vento no gráfico da Figura 6.16. Esses valores são considerados pequenos, visto que o momento torsor de fissuração das vigas é de 6,07 kN.m; entretanto, buscou-se entender o porquê desse esforço de torção em uma estrutura simétrica com carga simétrica. Contatou-se que, devido à atuação da carga lateral há uma diferença nos níveis de fissuração das vigas V3 e V4 que conseqüentemente faz com que o momento fletor nas extremidades das duas vigas tenham uma pequena diferença, diferença esta que se torna torsor nas vigas V1 e V2.

Como já descrito anteriormente, na formulação do modelo do ANEST/CA a torção é considerada desacoplada dos demais esforços e adota-se um modelo constitutivo tri-linear para determinar a rigidez à torção do elemento, em que a primeira reta do modelo corresponde à rigidez antes do elemento fissurar. Sabe-se também que as vigas já estão fissuradas à flexão na primeira etapa em que se aplica toda a carga permanente do pórtico. Devido a isso, alterou-se a rigidez à torção dos elementos da viga para a rigidez fissurada, GJ_{cr} , correspondente à segunda reta do modelo constitutivo para torção, já na primeira etapa de análise em que se aplica o peso próprio da estrutura. Desta forma, pode-se considerar de maneira simplificada a interação entre flexão/esforço axial e torção. Feito isso, a torção nas vigas V1 e V2 diminui para um valor desprezível, como está mostrada na Figura 6.7, tanto para análise com consideração do D.R. como para a sem consideração do D.R.

Figura 6.16 – Gráfico carga lateral versus momento torsor nas vigas V1 e V2 do pórtico de um pavimento.



Para o segundo pórtico estudado, também foi observada a ocorrência de pequeno momento torsor nas vigas V1 e V2 (paralelas à direção da ação do vento) de todos os pavimentos; observou-se também que este valor foi maior nos andares superiores. Diminuindo-se a rigidez à torção GJ já na primeira etapa de carregamento para a rigidez GJ_{cr} , a torção que já era pequena toma um valor ainda mais desprezível.

Nas análises não lineares do pórtico de 10 pavimentos, considerando ou não o modelo de D.R., também observou-se uma pequena torção nas vigas, porém, neste edifício a torção ocorreu nas vigas perpendiculares à ação do vento. Os valores também são pequenos frente ao momento torsor resistente das seções; por exemplo, na última etapa de carregamento tem-se algo em torno de 10 a 15 % do valor do momento torsor que causa a fissuração do elemento. Ocorreu torção também nos pilares para o caso de análise não linear sem a consideração do modelo de diafragma rígido, valores também baixos, em torno de 15% do valor do

momento torsor que causa a fissuração do elemento. Enfatiza-se que estes resultados são para análise considerando rigidez inicial à torção GJ para a análise, e que não analisou-se o pórtico considerando já inicialmente a rigidez fissurada visto que, os valores de torção são baixos e que já demonstrou-se nos dois primeiros exemplos que a consideração de GJ_{cr} desde a primeira etapa de carregamento reduz o efeito de torção.

6.2.2 Influência da consideração do modelo de diafragma rígido

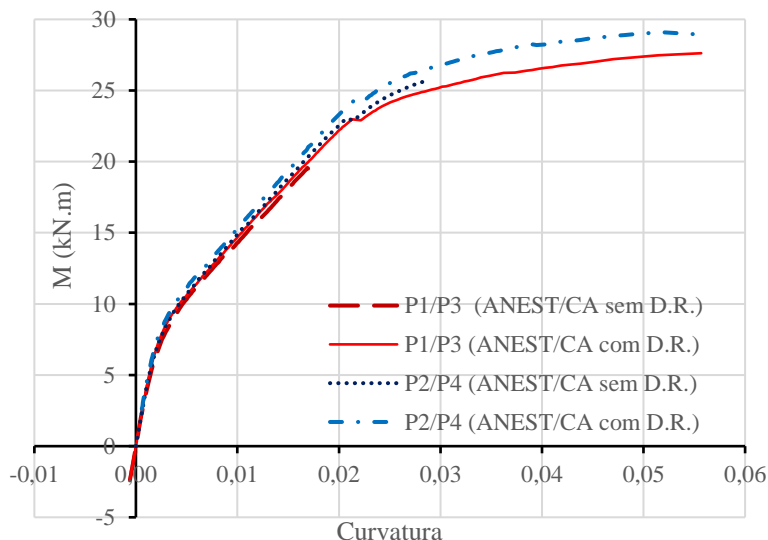
No item anterior já foram feitas algumas comparações de resultados das análises sem a consideração e com a consideração do modelo de diafragma rígido. Um ponto importante a ser comentado é que a consideração do modelo de diafragma rígido na análise elástico-linear praticamente não influencia nos resultados obtidos, assim como também influencia muito pouco nas análises em que se considera apenas a não linearidade geométrica, visto que seu efeito é pequeno nos exemplos estudados, e também nas análises em que se considera a não linearidade física de maneira simplificada (coeficiente redutor de rigidez à flexão). A seguir faz-se uma complementação mostrando-se mais resultados e comentários específicos para cada um dos exemplos estudados.

6.2.2.1 Pórtico de um pavimento

No gráfico da Figura 6.8 já ficou evidente a contribuição do diafragma rígido na rigidez lateral do pórtico. Outro resultado comparando as duas análises do programa ANEST/CA (com D.R. e sem D.R.) está no gráfico da Figura 6.17 em que se mostra a relação momento-curvatura na base dos pilares (precisamente a uma altura de 11,2 cm da base). Devido à simetria dos resultados, os pilares estão agrupados em duplas: P1/P3; e P2/P4. Nota-se que os pilares P1/P3 iniciam com um valor negativo de momento-curvatura e os pilares P2/P4 com valor positivo, o que se deve ao resultado obtido na primeira etapa de análise, etapa em que se aplicou todo o peso próprio da estrutura, carga que fez com que os pilares se deslocassem para fora do centro do pórtico; conforme se adiciona carga lateral e sobrecarga nas próximas etapas, estes pilares se deslocam no sentido da aplicação do vento. Para a análise sem consideração do diafragma rígido essa diferença inicial entre as duas duplas de pilares aumentou ao longo das etapas, devido em parte à diferente fissuração das vigas V3 e V4, levando a apresentarem ao final

da análise valores com diferença considerável de momento-curvatura. Já na análise com consideração do modelo de diafragma rígido, os pilares apresentaram comportamento sililares, otimizando a utilização de toda a reserva de capacidade resistente do pórtico, observando que todos os pilares possuem a mesma rigidez.

Figura 6.17 – Pórtico de um pavimento: influência da consideração do modelo de D.R. na relação momento fletor *versus* curvatura na base dos pilares.

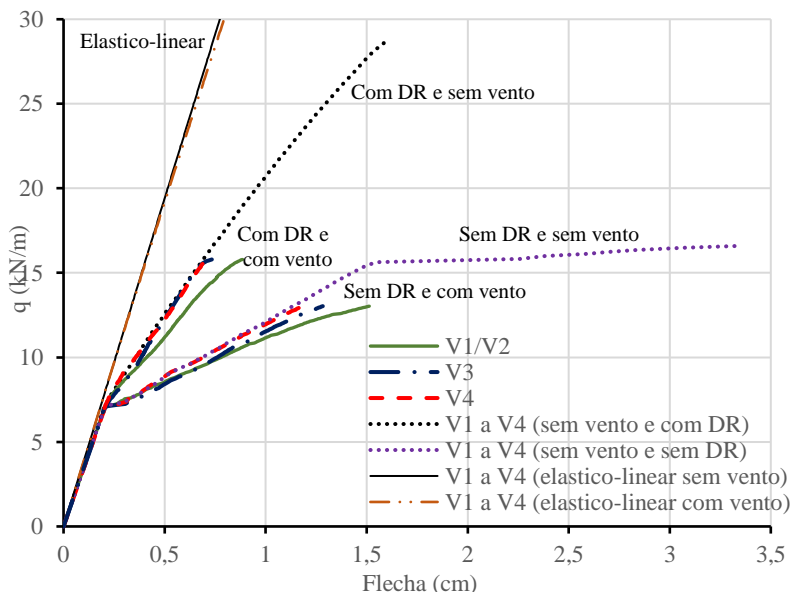


Foram estudados também os valores de deflexão das vigas. No gráfico da Figuras 6.18 encontram-se os resultados da relação carga distribuída (peso próprio e sobrecarga) *versus* deflexão no meio da vigas, para diferentes análises, sem e com consideração de D.R. Ressalta-se que foi tomado como referência o valor no meio do vão, mas que este ponto não necessariamente corresponde ao ponto de deflexão máxima.

Primeiramente, friza-se novamente que na análise elástico-linear a consideração do modelo de D.R. não altera de maneira significativa os resultados. Assim como no comportamento global lateral do pórtico, a consideração do modelo de diafragma rígido leva também a um enrijecimento no comportamento em relação à flexão das vigas, obtendo-se valores de deflexão para um mesmo valor de carga aplicada significativamente menores em relação a análise não linear sem o D.R.

Observa-se ainda, que a aplicação de carga lateral de vento não leva a alteração significativa dos resultados analisados.

Figura 6.18 – Pórtico de um pavimento: influência da consideração do modelo de D.R. na relação carga distribuída *versus* flecha no meio do vão das vigas.



6.2.2.2 Pórtico de 5 pavimentos

Como já comentado, a consideração do modelo de D.R. na análise não linear deste pórtico elevou consideravelmente a capacidade resistente, o que está evidente na Figura 6.19, que mostra a relação entre carga lateral total e deslocamento lateral no topo do pórtico.

Na Figura 6.20 tem-se a relação entre momento fletor e curvatura na base dos pilares, em que, assim como observado para o primeiro pórtico, a consideração do modelo de D.R. em que se impõem deslocamentos iguais no plano do pavimento, faz com que ambas as linhas de pilares, P1/P3 e P2/P4, sejam solicitadas de maneira mais homogênea, aproveitando melhor a capacidade resistente do pórtico.

Figura 6.19 – Pórtico de 5 pavimentos: influência da consideração do modelo de D.R. na relação carga lateral total *versus* deslocamento no topo do pórtico.

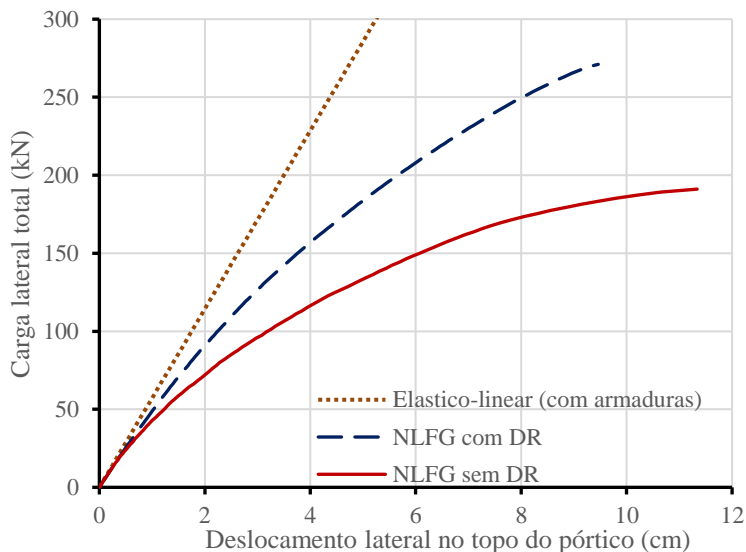
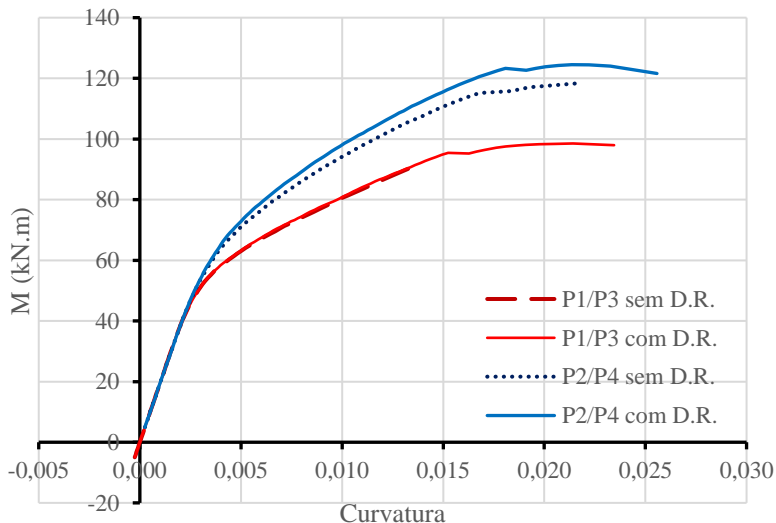


Figura 6.20 – Pórtico de 5 pavimentos: influência da consideração do modelo de D.R. na relação momento fletor *versus* curvatura na base dos pilares.



Foram estudados também para este pórtico os valores encontrados para a deflexão das vigas paralelas à direção de atuação do

vento. Nos gráficos das Figuras 6.21 e 6.22 encontram-se os resultados da relação carga distribuída *versus* deflexão no meio da viga V1, do primeiro pavimento e do pavimento cobertura, respectivamente (resultados que também valem para a viga V2, devido a simetria). Aproveita-se para estudar a influência contribuição da rigidez das lajes na flexão das vigas (consideração de viga T).

Novamente, a consideração do modelo de D.R. proporciona um comportamento mais rígido e valor de deflexão correspondente a um mesmo valor de carga distribuída relativamente menor em relação a deflexão obtida na análise não linear sem D.R. Para a análise não linear com D.R. e viga T a deflexão obtida foi consideravelmente menor em relação às demais análises não lineares, em ambos os pavimentos analisados, ficando menor também em relação à obtida da análise elástico-linear, frisando que nesta não foi considerada viga T.

Figura 6.21 – Pórtico de 5 pavimentos: influência da consideração do modelo de D.R. e consideração de viga T na flecha no meio do vão das vigas paralelas à direção do vento do primeiro pavimento.

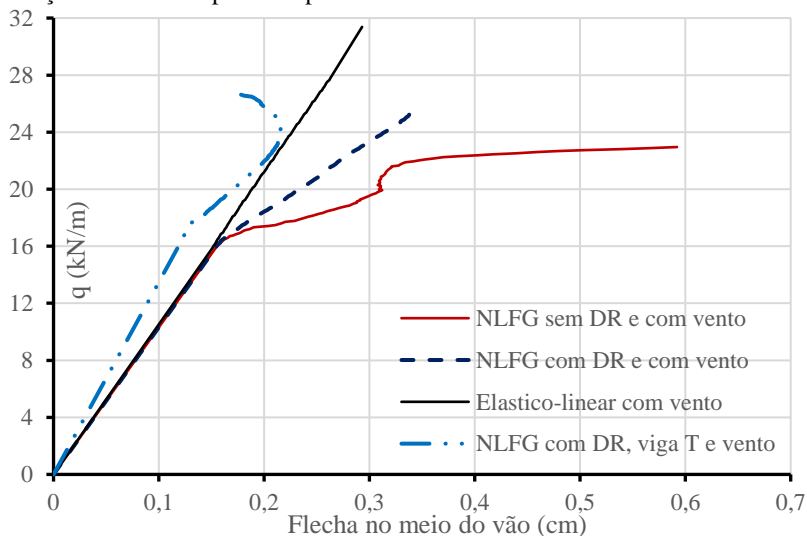
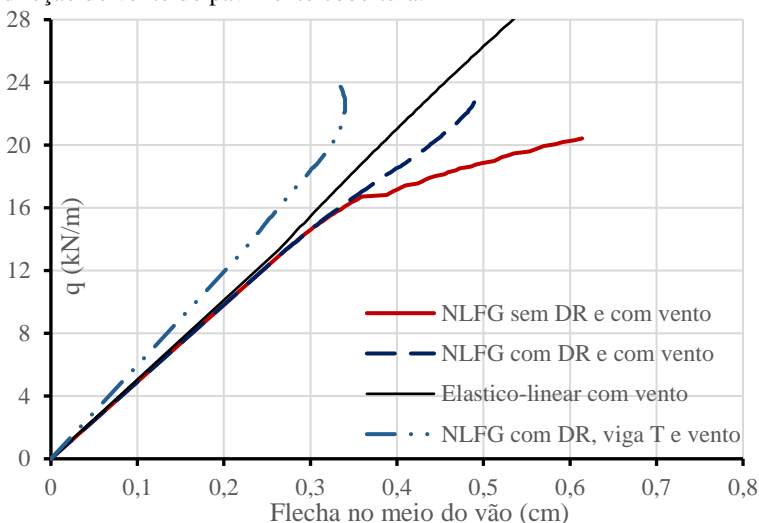


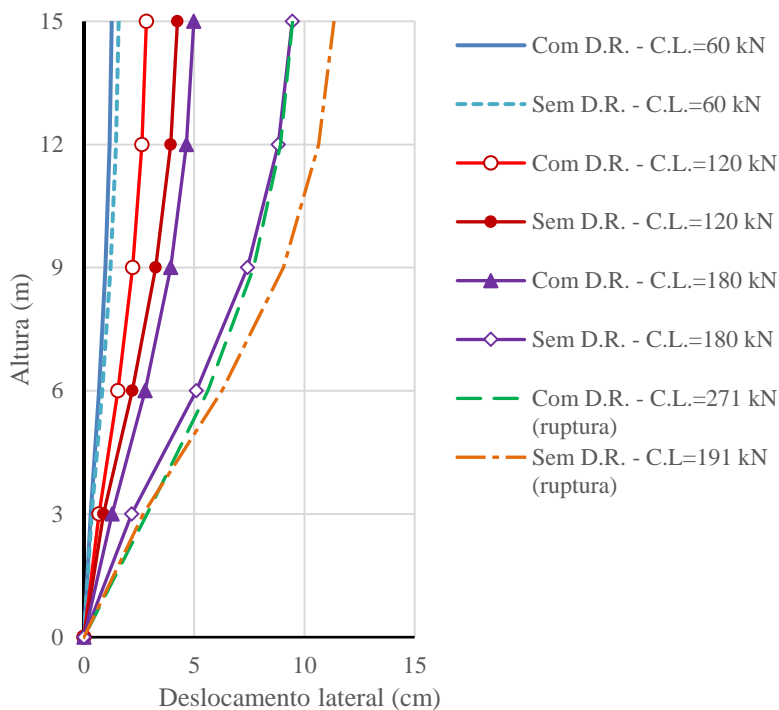
Figura 6.22 - Pórtico de 5 pavimentos: influência da consideração do modelo de D.R. e consideração de viga T na flecha no meio do vão das vigas paralelas à direção do vento do pavimento cobertura.



Na Figura 6.23 está mostrado, para alguns valores de carga lateral, o deslocamento lateral ao longo da altura do pórtico, em que se pode constatar de maneira ainda mais clara a influência da consideração do modelo de D.R.. A diferença mais significativa entre as duas análises (com e sem D.R.) está no deslocamento para a carga lateral total de 150 kN, em que se considerando o D.R. o deslocamento no topo obtido foi de 5,0 cm enquanto que, para a análise sem D.R., atingiu cerca de 9,5 cm; observa-se ainda o maior deslocamento relativo entre os primeiros pavimentos para ambas as análises.

Estes dois primeiros pórticos analisados são formados por apenas uma laje em cada pavimento e estas não possuem grandes dimensões na planta e nem espessura considerável, podendo-se pressupor que os pavimentos não apresentam comportamento que possa ser considerado como infinitamente rígido, mas sim, estaria mais perto de um comportamento semi-rígido. Portanto, supõe-se que o comportamento que melhor representaria os dois pórticos analisados estaria entre os obtidos com a análise considerando-se o modelo de D.R. e a análise sem o modelo de D.R.

Figura 6.23 – Pórtico de 5 pavimentos: comparação entre os deslocamentos laterais ao longo da altura do pórtico obtidos para análise com e sem a consideração do modelo de D.R.



6.2.2.3 Pórtico de 10 pavimentos

Novamente, mostram-se nas Figuras 6.24 e 6.25 para os casos de vento aplicados na direção X e na direção Z, respectivamente, as relações entre carga lateral total de vento e deslocamento lateral no topo para as análises não lineares com e sem consideração do D.R. Este pórtico estudado já possui dimensões maiores em planta e ainda é formado por quatro lajes por pavimento, e não apenas uma, como nos exemplos anteriores. Pressupõe-se então, que neste exemplo, o comportamento dos pavimentos já estaria mais próximo ao de um diafragma rígido.

Figura 6.24 - Pórtico de 10 pavimentos: influência da consideração do modelo de D.R. na relação carga lateral total na direção X *versus* deslocamento lateral no topo do pórtico.

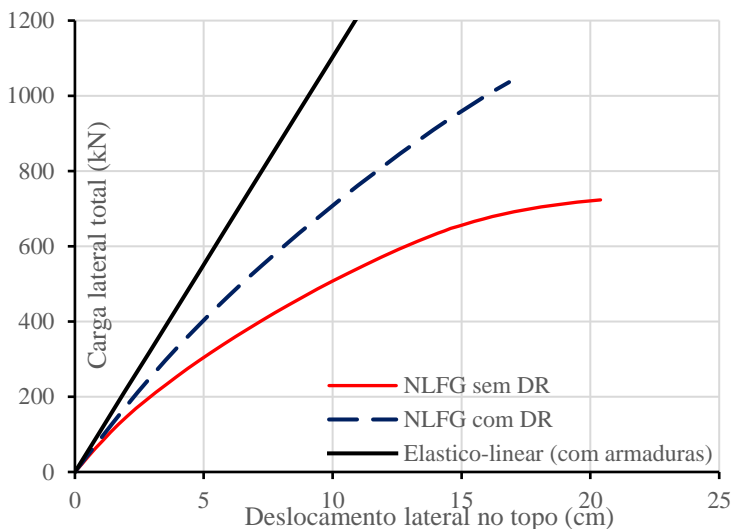
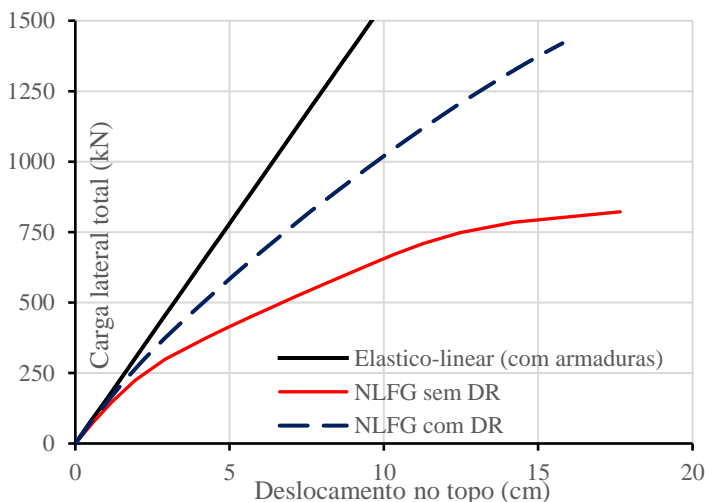


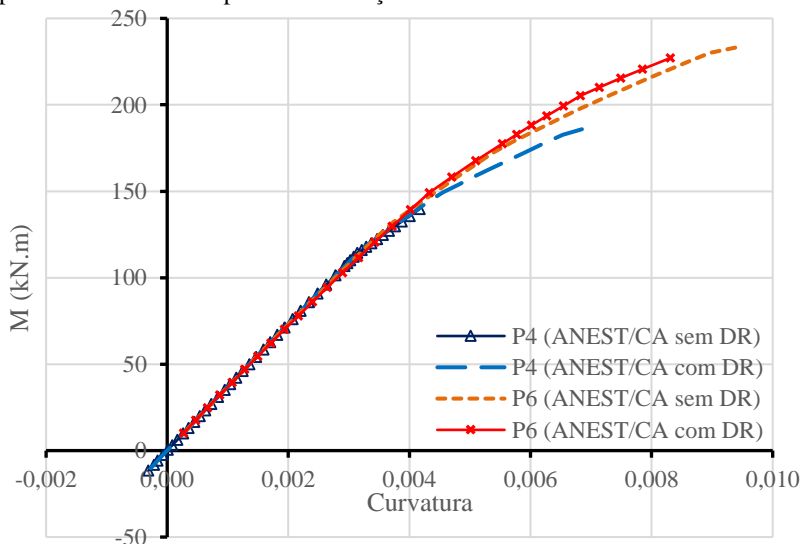
Figura 6.25 - Pórtico de 10 pavimentos: influência da consideração do modelo de D.R. na relação carga lateral total na direção Z *versus* deslocamento lateral no topo do pórtico.



Para este pórtico são mostrados mais alguns resultados para a análise com aplicação do vento na direção X. Na Figura 6.26 comparam-

se as relações momento *versus* curvatura na base dos pilares P4 e P6. Obtiveram-se resultados similares aos já obtidos nos dois exemplos anteriores, em que com a consideração do D.R. os pilares que estão um na face de aplicação do vento (P4) e outro no lado oposto (P6) são solicitados de forma mais homogênea, devido, como já comentado, a imposição de deslocamento lateral igual pelo diafragma rígido.

Figura 6.26 – Pórtico de 10 pavimentos: influência da consideração do modelo de D.R. na relação momento fletor *versus* curvatura na base dos pilares P4 e P6 para o caso de vento aplicado na direção X.

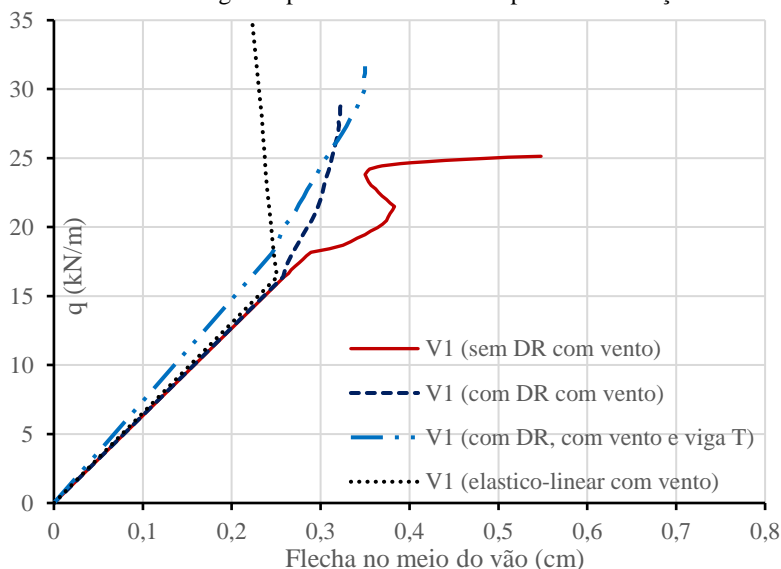


Em sequência, na Figura 6.27, mostram-se os resultados obtidos para a relação carga distribuída aplicada (peso próprio mais a sobrecarga) e deflexão no meio do primeiro vão da viga V1, do segundo pavimento, para diferentes análises (resultados que valem também para a viga V3, devido à simetria). Escolheu-se estudar as vigas do segundo pavimento por terem apresentado neste andar comportamento mais crítico e lembrando que foi tomado o meio do vão da viga apenas como referência para mostrar valores de deflexão.

Novamente fica evidente que a consideração de D.R. faz com que o pórtico todo apresente um comportamento mais rígido lateralmente, influenciando também nas deflexões das vigas que ficam com valores menores. Pode-se também se observar dos resultados obtidos a influência

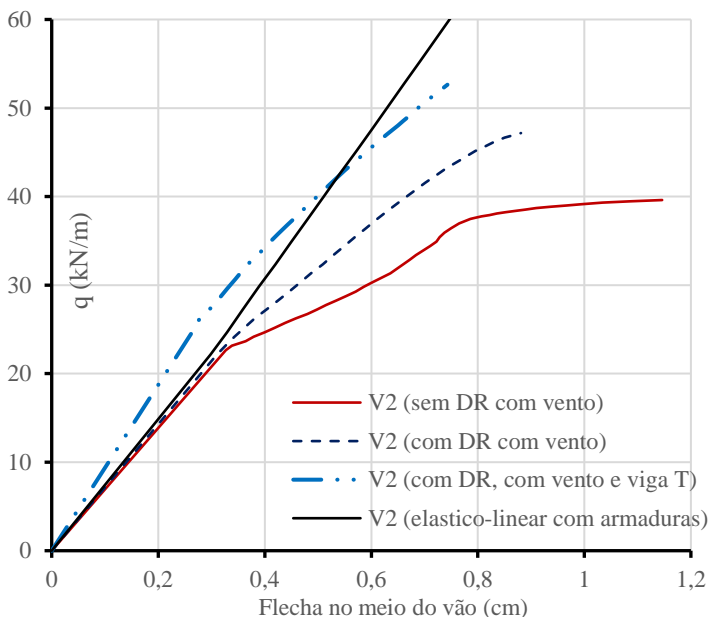
da consideração de viga T. É interessante notar que, comparando as análises não lineares com e sem viga T, considerando-se D.R. em ambas, o resultado final da flecha para a análise considerando a viga T, que leva a um comportamento mais rígido do pórtico como um todo, mostrou-se um pouco maior que o valor encontrado para a carga de ruptura do pórtico sem a consideração de viga T.

Figura 6.27 - Pórtico de 10 pavimentos: relação carga distribuída *versus* flecha no meio do vão da viga V1 para o caso de vento aplicado na direção X.



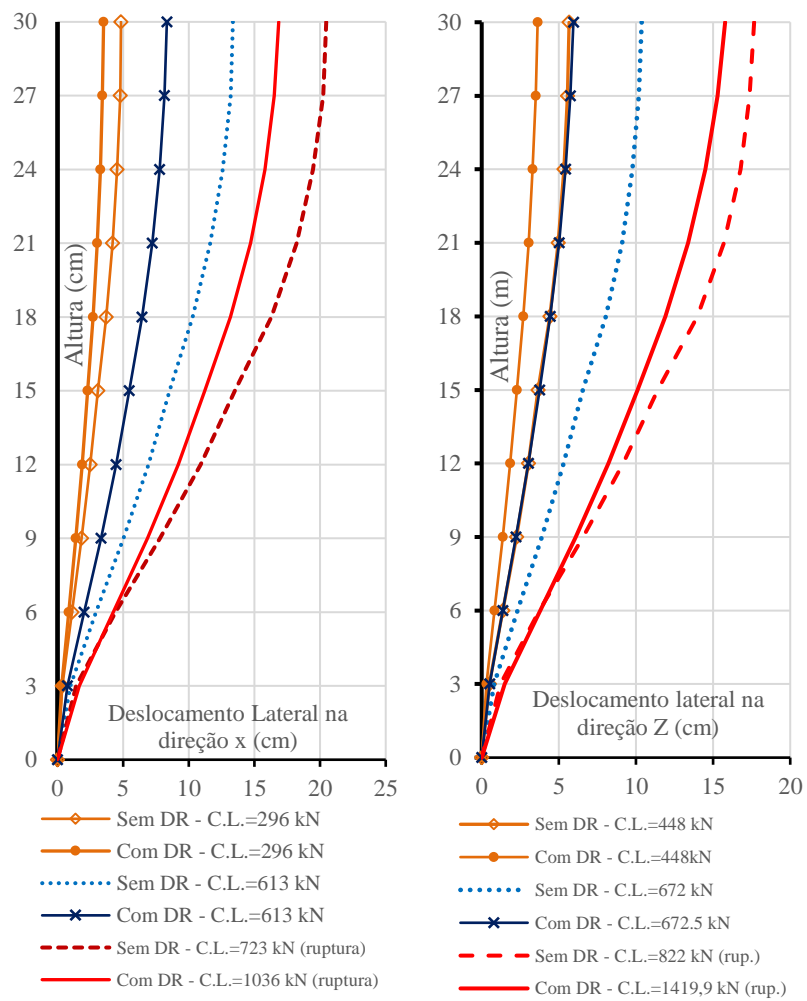
Os resultados de deflexão obtidos para as análises da viga V2 se mostraram um pouco diferente dos apresentados para a viga V1 (Figura 6.28). Primeiramente, não houve diferença significativa na análise elástico-linear com e sem a consideração do modelo de D.R. Para esta viga V2, a consideração do D.R. também leva a valores menores de deflexão, mas como esta se situa no centro do pavimento, considerou-se uma maior largura colaborante na seção T das vigas, resultando em uma deflexão consideravelmente menor para um mesmo valor de carga em comparação com a análise também com DR sem viga T.

Figura 6.28 - Pórtico de 10 pavimentos: relação carga distribuída *versus* flecha no meio do vão da viga V2 para o caso de vento aplicado na direção X.



O último resultado analisado para avaliar a consideração do modelo de diafragma rígido neste pórtico é o deslocamento lateral ao longo da altura do pórtico, para as duas direções consideradas de atuação do vento. Na Figura 6.29 estão mostrados estes resultados para três diferentes valores de carga lateral total, incluindo a carga de ruptura. As mesmas observações feitas para o pórtico de 5 pavimentos podem ser feitas para este exemplo, em que está visível como a consideração do D.R. diminui o deslocamento lateral do pórtico. Observa-se, ainda, o maior deslocamento relativo entre pavimentos nos andares mais baixos, para ambas as análises.

Figura 6.29 - Pórtico de 10 pavimentos: comparação entre os deslocamentos laterais ao longo da altura do pórtico obtidos para análise sem e com a consideração do modelo de D.R.



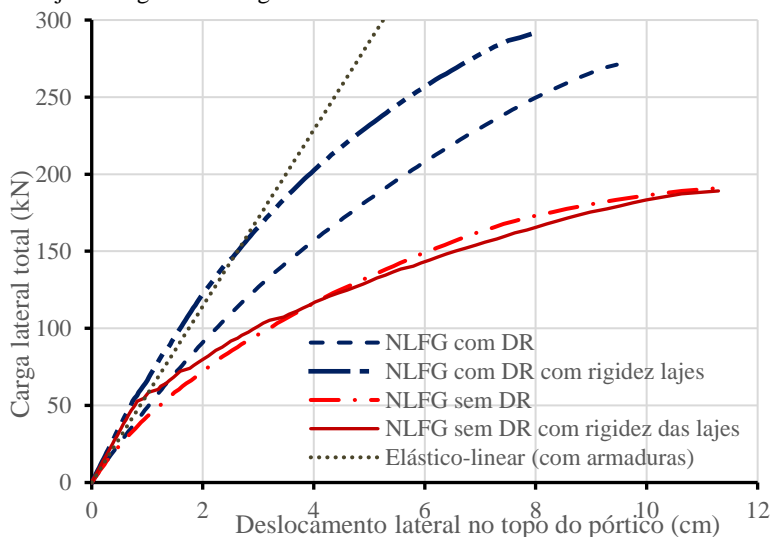
6.2.3 Influência da consideração da contribuição das lajes na rigidez das vigas

Para os pórticos de 5 pavimentos e de 10 pavimentos também se analisou, como já mencionado, a contribuição das lajes na rigidez à flexão das vigas por meio de adição de largura colaborante da laje na seção transversal da viga (viga T), conforme as prescrições da NBR 6118 (2014) (já mencionadas no item 2.1.4.3). Para todas as vigas, incluso as de borda, a seção foi modelada como seção T, sem excentricidade, de forma a se desconsiderar a torção provocada pela laje. Desconsideraram-se também as armaduras da laje na seção T das vigas.

6.2.3.1 Pórtico de 5 pavimentos

Na Figura 6.30 mostra-se a relação entre carga lateral total e deslocamento no topo para análises em que se consideram as não linearidades física e geométrica, variando-se a consideração ou não de D.R. e a consideração ou não da contribuição da laje na rigidez das vigas (viga T).

Figura 6.30 – Pórtico de 5 pavimentos: análise da influência da contribuição da das lajes na rigidez das vigas.



Nota-se que para a análise sem D.R. a consideração de viga T pouco influencia no comportamento do pórtico, apresentando um acréscimo de rigidez ao pórtico até cerca de 85 kN de carga lateral, e após aproximando-se da curva obtida da análise sem a consideração de viga T. Já para a análise com modelo de D.R. a diferença entre considerar e não considerar viga T é relevante, levando principalmente a diminuição do deslocamento lateral do pórtico. Ressalta-se que na análise elástico-linear mostrada no mesmo gráfico consideram-se as armaduras, porém não se considera viga T.

6.2.3.2 Pórtico de 10 pavimentos

Para o pórtico de 10 pavimentos apresentam-se nas duas figuras seguintes os resultados das análises com e sem DR, com e sem a consideração de viga T, para as duas direções de aplicação do vento.

Figura 6.31 - Pórtico de 10 pavimentos: análise da influência da contribuição das lajes na rigidez das vigas para o caso de vento aplicado na direção X.

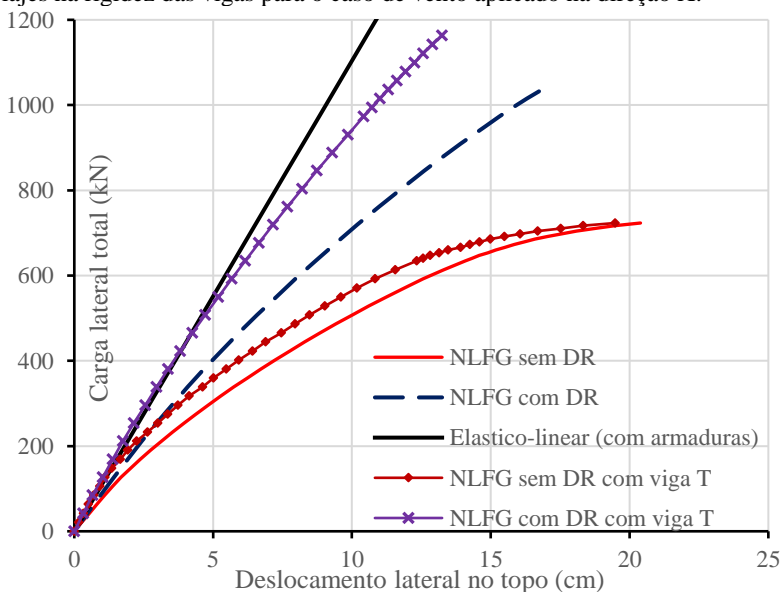
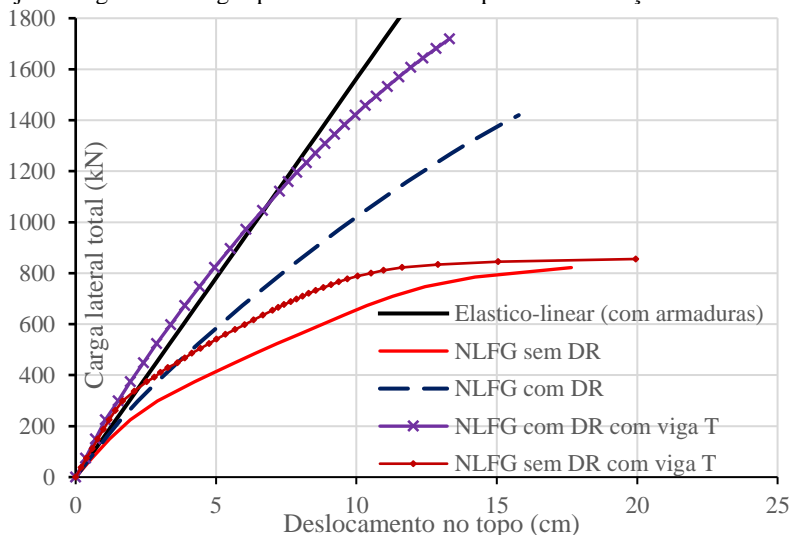


Figura 6.32 - Pórtico de 10 pavimentos: análise da influência da contribuição das lajes na rigidez das vigas para o caso de vento aplicado na direção Z.



Os resultados apresentaram-se similares para ambas as direções de aplicação do vento. Observa-se que para este pórtico a consideração de viga T já acrescentou uma diferença significativa nas análises não lineares sem consideração do D.R., o que pode ser explicado por neste pórtico terem vigas internas (V2 e V5) em que a mesa colaborante das lajes considerada na seção da transversal da viga é o dobro em relação às vigas das bordas. Novamente, para a análise não linear com consideração do modelo de D.R. a consideração de viga T diminuiu consideravelmente o deslocamento no topo do pórtico para um mesmo valor de carga lateral total.

6.2.4 Estudo inicial sobre o método simplificado de redução por coeficientes da rigidez à flexão

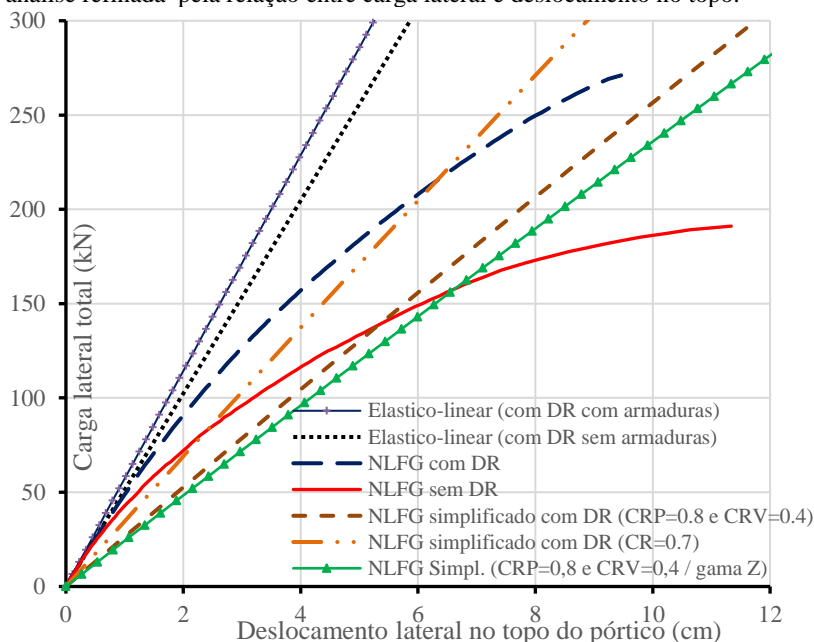
Os pórticos de 5 e 10 pavimentos foram também analisados pelo método simplificado em que se considerada a NLG por meio da adição da matriz K_G e a não linearidade física por meio de coeficientes redutores de rigidez à flexão dos elementos, sendo estudadas duas combinações diferentes de valores para os coeficientes. Na primeira análise seguem-se as recomendações atuais da NBR 6118 (2014) em que se adota o

coeficiente redutor para os pilares (CRP) igual a 0,8 e para as vigas (CRV) igual a 0,4; na segunda análise adota-se um único valor de coeficiente, 0,7, para vigas e pilares. Também estudou-se o método simplificado em que se adota o valor do coeficiente γ_z como majorador dos esforços horizontais para consideração da NLG, juntamente com a adoção dos coeficientes redutores de rigidez (0,8 para pilares e 0,4 para vigas) para consideração da não linearidade física.

6.2.4.1 Pórtico de 5 pavimentos

Na Figura 6.33 mostram-se os resultados das análises simplificadas para o pórtico de 5 pavimentos, juntamente com as análises em que se considera as não linearidades de forma mais refinada, além da análise elástico-linear que serve de referência.

Figura 6.33 - Pórtico de 5 pavimentos: comparação entre análises simplificadas e análise refinada pela relação entre carga lateral e deslocamento no topo.



Observa-se que para o pórtico de 5 pavimentos o resultado da análise considerando um único valor de coeficiente redutor (CR=0,7) aproximou-se da análise não linear em que considera-se o modelo de

D.R., enquanto que a análise simplificada em que considera-se dois valores de coeficientes redutores de rigidez ($CRP=0,8$ e $CRV=0,4$) aproximou-se mais da análise não linear sem consideração de D.R. Já a análise que adota o γ_z como majorador dos esforços mostrou os resultados mais conservadores.

6.2.4.2 Pórtico de 10 pavimentos

Resultados similares foram observados para o pórtico de 10 pavimentos, cujos resultados que mostram a relação entre carga lateral total e deslocamento no topo do pórtico estão mostrados nas Figuras 6.34 e 6.35. Para o caso de carregamento com aplicação do vento na direção X em que se tem $\gamma_z=1,20$, nota-se que a utilização deste valor como majorador dos esforços horizontais levou a um valor bem mais conservador comparado ao resultado obtido pela análise considerando a matriz k_g . Já para o caso de vento aplicado na direção Z, os resultados das duas análises, a que adota a matriz k_g e a que adota o $\gamma_z=1,11$ para consideração da NLG, ficaram mais próximas, mas, novamente, a utilização do coeficiente γ_z levou a resultados mais conservadores.

Figura 6.34 - Pórtico de 10 pavimentos: relação entre carga lateral total na direção X e deslocamento no topo para comparação entre análises simplificadas e análise refinada.

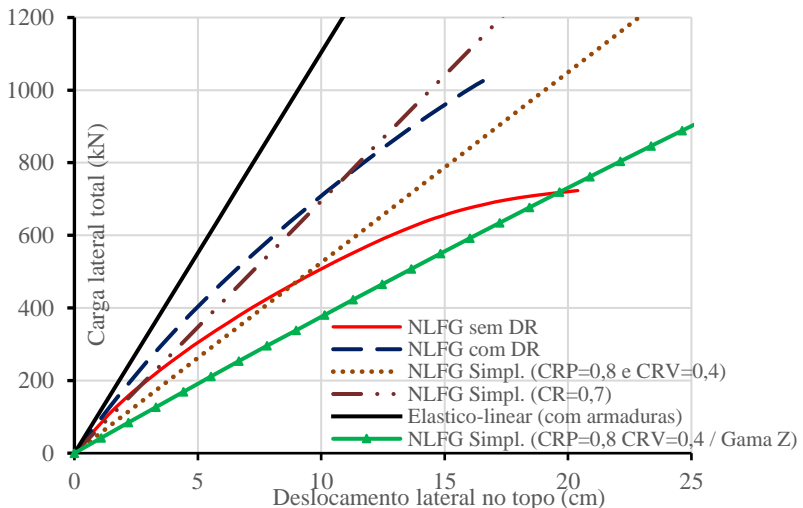
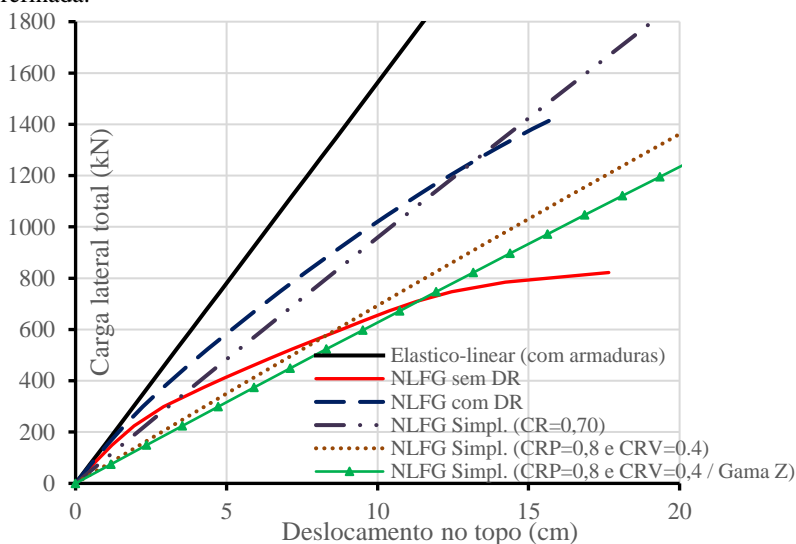


Figura 6.35 - Pórtico de 10 pavimentos: relação entre carga lateral total na direção Z e deslocamento no topo para comparação entre análises simplificadas e análise refinada.



Pode-se dizer então que, para os exemplos analisados, o método simplificado que adota dois valores de coeficiente redutor (0,8 para pilares e 0,4 para vigas) se mostrou mais a favor da segurança em relação ao que utiliza um único valor para a estrutura e, ainda, que a adoção do γ_z como majorador dos esforços horizontais pode levar a resultados muito conservadores se o valor deste for elevado.

6.2.5 Estudo inicial sobre a consideração do concreto confinado no comportamento dos pórticos

O confinamento provocado pelos estribos no concreto dos pilares aumenta a resistência e também a ductilidade do elemento, como já explicado anteriormente. Para avaliar se este efeito influencia no comportamento estrutural, analisou-se o pórtico de 5 pavimentos com consideração do confinamento nos pilares do primeiro andar (desde a base engastada até o primeiro pavimento). Para garantir um aumento da resistência devido ao confinamento, as armaduras transversais iniciais foram aumentadas, variando-se o diâmetro das barras e também o espaçamento, obtendo-se assim relações entre a resistência do concreto confinado e a resistência média do concreto (f_{co}/f_c) entre 1,13 e 1,40,

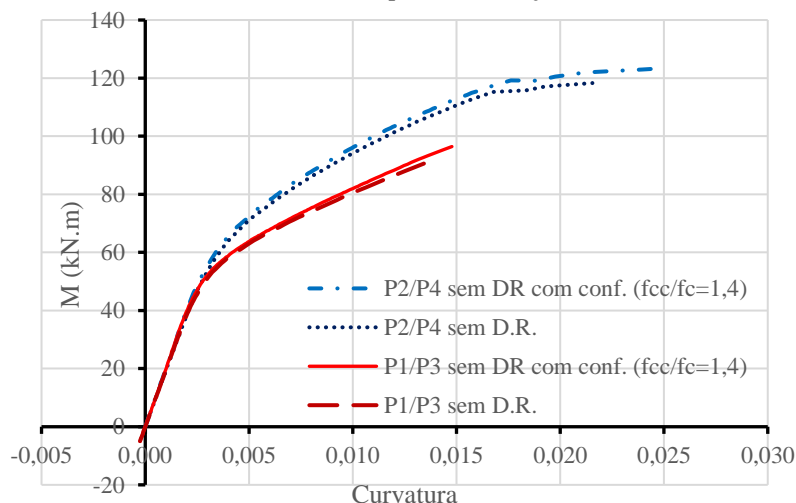
calculadas utilizando o modelo de Mander *et. al* (1988-a). O pórtico foi então analisado considerando-se as não linearidades e desconsiderando-se a presença de lajes (sem D.R. e sem viga T).

Analisando os resultados, primeiramente em termos de carga lateral total e deslocamento lateral no topo, não se constatou qualquer diferença em relação à análise sem a consideração do confinamento do concreto na base dos pilares. Isto ocorreu porque, para o caso de carregamento estudado, em que se aplica carga lateral de vento e sobrecarga de utilização até a ruptura do pórtico, já para valores baixos de carga lateral (cerca de 26% da carga de ruptura) todos os pilares estão com parte de sua seção transversal sob tração. Na ausência de um modelo de confinamento para flexo-compressão, desprezou-se o efeito de confinamento no caso de ocorrer tração na seção, apesar de nem sempre corresponder à realidade (dependendo do arranjo de estribos na seção pode ainda haver efeito de confinamento), assim sendo não houve na análise deste exemplo efeito de confinamento nos pilares. Ademais, o confinamento do concreto proporciona aumento da resistência à compressão e ductilidade, porém não confere aumento da rigidez inicial (módulo de elasticidade E_{ci}) também não influenciando, então, no resultado das primeiras etapas em que se considera o efeito. Observou-se apenas uma pequena alteração local na relação momento *versus* curvatura na base dos pilares, como pode ser visto na Figura 6.36, para a análise considerando-se $f_{cc}/f_c=1,40$.

Após a análise dos resultados do pórtico de 5 pavimentos, observou-se que no pórtico de 10 pavimentos, para ambas as direções de aplicação da ação do vento, todos os pilares também já apresentam parte dos filamentos sob tração na base para cerca de metade da carga de ruptura (para o caso de análise não linear sem consideração das lajes), constatando-se então que seria obtido o mesmo resultado apresentado para o pórtico de 5 pavimentos caso fosse analisado considerando-se o confinamento. Portanto, para o caso de carregamento estudado e para a geometria e número de andares analisados, o efeito do confinamento não proporcionou aumento da resistência do pórtico e nem alteração no deslocamento lateral. Para pórticos mais altos, em que os pilares estão submetidos a uma maior compressão na base, espera-se que o efeito de confinamento do concreto nos pilares seja mais pronunciado. Ressalta-se também que o efeito de confinamento é importante nas estruturas submetidas a cargas laterais reversíveis, como no caso de ações sísmicas, pois proporciona uma maior ductilidade às estruturas; o que pode ser mais

importante ainda, para estruturas em que se adotam concretos de alta resistência para os pilares, pois como já mostrado no Capítulo 2, estes concretos apresentam menor ductilidade.

Figura 6.36 – Pórtico de 5 pavimentos: influência da consideração do confinamento do concreto na base dos pilares na relação momento-curvatura.



6.2.6 Desempenho do programa ANEST/CA

Como já mencionado no início deste capítulo, um dos objetivos em se analisar os pórticos apresentados era testar a capacidade de análise do programa ANEST/CA.

As análises não lineares realizadas pelo programa ANEST/CA para o pórtico de 5 pavimentos demoraram em torno de 7 min cada, variando o número de etapas de carregamento entre 99 e 200, dependendo da análise. Inicialmente tinha-se a preocupação de na análise deste pórtico ocorrer algum problema de convergência, já que esse era o primeiro pórtico com elevado número de elementos a ser analisado pelo programa ANEST/CA (304 nós e 320 elementos), e por este motivo adotou-se um número elevado de etapas. Entretanto, o programa mostrou bom desempenho e não apresentou nenhum problema de convergência nas diferentes análises realizadas. A única dificuldade de convergência apresentada foi na utilização do modelo constitutivo para o concreto confinado (modelo de Mander *et al.*), em que foi necessário aumentar o número de iterações possíveis para cada etapa (de 100 para 200) para a

análise prosseguir até a carga de ruptura do pórtico. Foi também devido a este motivo que o pórtico de 10 pavimentos não foi analisado utilizando o modelo de Mander *et al.*

Para o terceiro pórtico estudado, com um total de 1629 nós e 1740 elementos, as análises também ocorreram sem problemas de convergência. Porém, como esperado, o tempo de processamento aumentou consideravelmente para as análises com consideração da não linearidade física. Para a primeira análise não linear realizada, em que também se aplicou incrementos pequenos de carga a fim de evitar problemas de convergência, teve-se um tempo total de cerca de uma hora com um total de 107 etapas de carregamento (para a análise com NLF e NLG sem DR). Para as análises seguintes adotou-se um incremento maior de carga e, assim, as análises duravam cerca de 30 minutos e também não apresentaram problemas de convergência. A análise com NLF e NLG também foi refeita para diminuir o número de etapas para gerar arquivos de saída de tamanhos menores.

No Quadro 6.8 são apresentados alguns dados das principais análises realizadas, para o pórtico de 5 pavimentos e para o de 10 pavimentos. O tempo de análise (*elapsed time*) indicado na tabela é um tempo aproximado de análise pelo módulo RESOL3DNL.

Quadro 6.8 – Informações gerais sobre análises realizadas pelo programa ANEST/CA.

Pórtico	Análise	Tempo da análise (min)	Nº de etapas	Nº de iterações na última etapa
5 Pav.	NLFG	8	100	18
	NLFG com DR	7	141	31
10 Pav. (vento em X)	NLFG	30	45	25
	NLFG com DR	21	30	16

Demonstrou-se assim, a capacidade de análise pelo programa ANEST/CA de estruturas com elevado número de graus de liberdade.

6.3 CONSIDERAÇÕES SOBRE AS ANÁLISES

No estudo dos três pórticos de edifícios de concreto armado apresentados neste capítulo pôde-se demonstrar a capacidade de processamento do programa ANEST/CA e principalmente explorar as várias opções de análises que o programa ANEST/CA oferece junto com as diferentes opções de saídas de resultados.

Em relação aos exemplos estudados, novamente salienta-se que como são estudos iniciais, adotaram-se pórticos de geometria simples e, que, apesar de serem adotadas diversas simplificações, forneceram resultados iniciais interessantes sobre os diferentes aspectos estudados que influenciam o comportamento não linear destas estruturas.

Por meio dos exemplos estudados ficou evidente a contribuição das não linearidades física e geométrica no comportamento global dos pórticos. Dentro das análises não lineares, a consideração da contribuição das lajes no comportamento estrutural do pórtico, por meio da adição do modelo de diafragma rígido e também de mesa colaborante nas vigas (viga T), mostrou um aumento significativo na rigidez do pórtico como um todo e levou os pórticos a suportarem valores de carga consideravelmente maiores e deslocamento últimos menores. Outro ponto interessante é a mudança de ponto crítico da estrutura (pontos em que a estrutura atinge escoamento das armaduras, pico de compressão e/ou rompe) quando se considera a presença das lajes, em que, para as análises não lineares sem presença de lajes os pontos críticos estão nas vigas paralelas à ação do vento nos andares inferiores (para os pórticos de 5 e 10 pavimentos); enquanto que ao se considerar a presença das lajes (D.R. e viga T) nas análises, as vigas mantêm-se consideravelmente preservadas para a carga de ruptura do pórtico e o ponto de ruptura passa a ser a base de pilares.

CAPÍTULO 7

CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Este trabalho teve como objetivo central o desenvolvimento e implementação computacional de um modelo para a análise não linear física e geométrica de pórticos de edifícios de concreto armado (CA).

Em relação aos resultados obtidos nesta tese, primeiramente no Capítulo 5 foram realizados os estudos de validação e comparação com resultados experimentais e resultados do modelo do programa computacional CONS. Por meio da análise dos resultados, pôde-se concluir que o modelo desenvolvido se mostrou capaz de representar o comportamento não linear de estruturas de concreto armado com comportamento predominante à flexão. Em comparação ao modelo de Marí (2000), implementado no programa CONS, o modelo do programa ANEST/CA mostrou-se um pouco mais rígido, diferença esta que foi demonstrada ser em grande parte devido aos diferentes modelos de *tension-stiffening* (TS) adotados pelos dois programas. O modelo de TS de Stramandinoli e La Rovee (2008), utilizado no ANEST/CA, leva em conta a taxa de armadura e apresentou ótimos resultados em comparação com ensaios experimentais em tirantes. Já o modelo de Carreira e Chu (1986), adotado no programa CONS, não considera a taxa de armadura e o valor do coeficiente β , adotado como 3, leva a um decaimento da rigidez logo após a fissuração do concreto muito acentuado, em que pouco se considera o efeito TS.

Deve-se salientar a importância de aplicação de modelos mais refinados aos casos adequados. Por exemplo, o modelo não considera a deformação devido ao cisalhamento e, desta forma, não seria adequado no estudo de estruturas com presença de vigas parede, ou pilares parede. Portanto, a adequação do modelo ao objetivo de análise/estrutura deve ser sempre observada.

No Capítulo 6 foram mostrados os resultados dos estudos iniciais sobre comportamento estrutural para três pórticos de edifícios de CA. Apesar das simplificações adotadas, pôde-se, por meio das diferentes análises realizadas, fazer algumas observações iniciais sobre os diferentes aspectos investigados no comportamento destas estruturas, que estão listadas a seguir.

- Por meio da análise dos três edifícios comprovou-se a capacidade de processamento do programa ANEST/CA, não tendo

apresentado nenhum problema numérico de convergência, salvo na utilização do modelo constitutivo de Mander *et al.* (1988-a).

- Por meio das diferentes análises realizadas, ficou demonstrada a grande influência da não linearidade física (NLF) no comportamento dos pórticos; a não linearidade geométrica (NLG) tem menor efeito, porém, quando aliada a NLF seu efeito torna-se maior, principalmente para o pórtico de 10 pavimentos estudado, classificado como de nós móveis.
- A consideração do modelo de diafragma rígido para simulação da presença de lajes no comportamento do pórtico mostrou grande influência, aumentando consideravelmente a rigidez de todo o conjunto, levando então à diminuição do deslocamento lateral e esforços na base dos pilares, além do aumento da carga de ruptura dos pórticos analisados.
- A consideração de mesa colaborante das lajes na seção transversal das vigas (viga T) quando associada à análise com consideração do modelo de diafragma rígido também levou ao aumento considerável da rigidez de todo o conjunto, diminuindo o deslocamento lateral do pórtico e aumentando a carga de ruptura dos dois pórticos analisados com este efeito.
- Foi observado nas análises não lineares que, quando não se considera o modelo de D.R., os pontos críticos de resistência nos pórticos de 5 e 10 pavimentos estão nas vigas paralelas à atuação da ação do vento e nos pavimentos mais baixos.
- Com a simulação da contribuição das lajes (D.R. e viga T) nos dois pórticos de 5 e 10 pavimentos, as vigas, em geral, deixaram de ser o ponto crítico de resistência do pórtico, ficando mais preservadas até a ruptura (com menor nível de fissuração e nenhum/poucos pontos de escoamento das armaduras), passando os pontos críticos de resistência para a base dos pilares.
- Na comparação do modelo desenvolvido com o método simplificado, em que se considera a matriz K_G para a NLG e coeficientes redutores de rigidez à flexão para a NLF, analisando-se os resultados em termos de carga lateral e deslocamento no topo do edifício, observou-se que o método simplificado, em que se adota um valor de coeficiente redutor (0,7) para toda a estrutura, mostrou resultados mais próximos da análise não linear com consideração de D.R.; enquanto que o método simplificado adotando-se dois valores de coeficientes redutores (0,80 para pilares e 0,40 para vigas) mostrou-se mais

conservador e com resultados mais próximos aos obtidos para a análise não linear sem consideração de D.R. (NLFG sem D.R.), podendo-se afirmar então que a adoção destes coeficientes conforme recomenda a NBR 6118 (2014) estão a favor da segurança para os casos estudados.

- Os resultados da análise simplificada em que se utiliza o coeficiente γ_z como majorador dos esforços horizontais para consideração da NLG e os coeficientes redutores de rigidez para consideração da NLF (0,80 para pilares e 0,40 para vigas) mostraram-se mais conservadores do que os obtidos utilizando os mesmos coeficientes redutores e a matriz k_g , com diferença maior para o caso de aplicação de vento na direção X do pórtico de 10 andares; podendo-se dizer que para estruturas mais esbeltas este método simplificado pode fornecer resultados muito conservadores.
- A análise não linear para o pórtico de 5 pavimentos, considerando confinamento na base dos pilares, não mostrou contribuição no comportamento do pórtico, visto que, para o caso de carregamento aplicado, já para baixos níveis de carga em comparação com a carga de ruptura, a seção da base dos pilares apresenta filamentos sob tração, situação a partir da qual passa-se a desconsiderar o confinamento do concreto no modelo adotado.

Apesar dos estudos terem sido feitos para apenas três exemplos de geometria simples, não podendo portanto se generalizar as observações extraídas destes exemplos para demais pórticos de edifícios em geral, estes estudos iniciais podem servir como guia para a realização de estudos mais aprofundados sobre os diferentes pontos abordados.

Pelo exposto, pode-se concluir que os principais objetivos da tese foram atingidos, tendo sido desenvolvido um modelo e implementado em um programa computacional com grande potencial de trabalhos futuros, como comentado a seguir.

Em relação aos estudos, diversos aspectos podem ser melhor investigados. Citando-se apenas alguns: estudar a redistribuição de esforços nas vigas na análise não linear; entender melhor a influência da consideração do diafragma rígido no comportamento de cada pavimento; estender as análises a mais exemplos de pórticos de edifícios de diferentes

geometrias; estudar pórticos com concretos de alta resistência; simular a presença das lajes por meio de modelo de grelha não linear.

Em relação ao modelo, têm-se diversas melhorias e complementações que podem ser feitas com o intuito de expandir a aplicação do modelo e possibilitar diferentes estudos. Citam-se a seguir algumas destas recomendações para trabalhos futuros.

- Adição da consideração da deformação devido ao cisalhamento na formulação do modelo.
- Adição de modelo constitutivo que considere a interação entre os diferentes esforços seccionais de flexão e esforço axial com torção.
- Adição da consideração do efeito construtivo por meio da análise em etapas.
- Adição de modelos constitutivos para a consideração de efeitos no tempo, como retração e fluência do concreto.
- Consideração de flexão composta no modelo constitutivo de concreto com confinamento por estribos.
- Adição de modelo constitutivo para concreto de alta resistência confinado por estribos.
- Adição de modelo para transferência de carga distribuída das lajes para as vigas do pórtico espacial;
- Inclusão da modelagem das lajes por elementos finitos para o caso de diafragmas semi-rígidos.

Em relação ao programa ANEST/CA, para aperfeiçoar a utilização do mesmo para estruturas maiores, com grande número de elementos e seções transversais variadas, recomenda-se a criação de pré-processadores que auxiliem na geração automática de malhas de elementos e ajudem na entrada de dados e na definição das diferentes seções transversais. Outra grande contribuição ao programa seria a criação de pós-processadores para visualização da saída gráfica dos resultados, como por exemplo, a configuração deformada da estrutura e a evolução da fissuração ao longo do elemento e da sua seção.

REFERÊNCIAS

ALTOQI EBERICK V9. Ajuda do AltoQi Eberick V9.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118:** projeto de estruturas de concreto - procedimento. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120:** Cargas para o cálculo de estruturas de edificações - procedimento. Rio de Janeiro, 1980.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6123:** Forças devidas ao vento em edificações - procedimento. Rio de Janeiro, 1988.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8953:** concreto para fins estruturais – classificação por grupos de resistência. Rio de Janeiro, 2009.

ASHOUR, A. F.; MORLEY, C. T. Three-dimensional nonlinear finite element modelling of reinforced concrete structures. **Finite Elements in Analysis and Design**, v. 15, p.43-55, 1993.

ALDSTEDT, E. **Nonlinear analysis of reinforced concrete frames.** Division of Structural Mechanics, Institute of Technology, University of Trondheim, Norway, 1975.

ARREIRA, D. J.; CHU, K. H. Stress-strain relationship for plain concrete in compression. **ACI Journal**, 82, p. 797–804, 1985.

ASSA, B.; NISHIYAMA, M. WATANABE, F. New approach for modeling confined concrete. II: Rectangular columns. **Journal of Structural Engineering (ASCE)**. Vol. 127, Nº. 7, p. 751-757, July 2001.

ATTARD, M. M.; SETUNGE, S. Stress-strain relationship of confined and unconfined concrete. **ACI Material Journal**, n. 93, p. 432–442, 1996.

BAIRAN, J. M. G.; MARI, R. B. Multiaxial-coupled analysis of RC cross-sections subjected to combined forces. **Engineering Structures**. 29, p. 1722-1738, 2007.

BATHE, K.J. **Finite Element Procedures in Engineering Analysis**. New Jersey: Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, 1982.

BAZANT, Z. P.; PAN, J.; CABOT, G. P. **Softening in reinforced concrete beams and frames**. Journal of Structural Engineering (ASCE). V. 113, n. 12, p. 2333-2347, 1987.

BERNARDI, D. F. **Um modelo computacional para a análise global tridimensional da estrutura de edifícios altos de concreto armado com a presença de paredes estruturais**. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – UFRGS, Porto Alegre, 2010.

BLAAUWENDRAAD, J. Realistic analysis of reinforced concrete framed structures. **HERON**, Vol. 18, n. 4, 1972.

BONO, G. F. F. **Modelos constitutivos para análise tridimensional de estruturas de concreto armado através do método dos elementos finitos**. Tese (Doutorado). Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – UFRGS, Porto Alegre, 2008.

BRANSON, D. E. Design procedures for computing deflections. **ACI Journal**, September, 1968.

BRISOT, G. **Modelagem de lajes na análise tridimensional de edifícios de alvenaria estrutural**. Dissertação, Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil - UFSC, Florianópolis, 2001.

CARRASQUILLO, R. L.; NILSON, A. H.; SLATE, F. O. Properties of high-strength concrete subjected to short term loads. **ACI Journal**. 78, p. 171-178, 1981.

CARREIRA, D. J.; CHU, K. H. Stress-strain relationship for reinforced concrete in tension. **ACI Journal**. 83-3, p. 21-28, 1986.

CARVALHO, R. C. **Análise não linear de pavimentos de edifícios de concreto através da analogia de grelha**. Tese - Escola de Engenharia de São Carlos - USP, São Carlos, 1994.

CERVENKA, V. Constitutive model for cracked reinforced concrete. **ACI Journal**. 82, p. 877-882, 1985.

CIAMPI, V.; CARLESIMO, L. A nonlinear beam element for seismic analysis of structures. **Proc. 8th Eur. Conf. Earthquake Engineering**, Lisbon, 1986.

CHAN, E. C. **Nonlinear geometric, material and time dependent analysis of reinforced concrete shells with edge beams**. Berkeley, 1982. 361 f. PhD Thesis (Structural Engineering and Structural Mechanics) – University of California.

CHEN, W.; HAN D. **Plasticity for Structural Engineers**. New York: J. Ross Publishing, 1988.

CHIMELLO, A. A. **Análise não linear de vigas de concreto armado reforçadas com laminados de PRFC**. Florianópolis, 116 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil) - Universidade Federal de Santa Catarina, 2003.

CHOI, C. K.; KIM, E. Multistory frames under sequential gravity loads. **Journal of Structural Engineering (ASCE)**. Vol. 111, N^o. 11, p. 2373-2384, November 1985.

COLLINS, M. P.; PORRASZ A. Shear design of high-strength concrete. **CEB Bulletin d'Information No. 193**. 1989.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **Design manual on cracking and deformations, Bulletin d'Informtion No. 185-E**. Paris, France, 1985.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **CEB-FIP Model Code 1990**. London, Thomas Telford, 1993.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. **CEB-FIP Model Code 2010**. London, Thomas Telford, 2010.

CUSSON, D.; PAULTRE, P. High-strength concrete columns confined by rectangular ties. **Journal of Structural Engineering (ASCE)**. Vol. 120, N° 3, p. 783-804, March 1994.

CUSSON, D.; PAULTRE, P. Stress-strain model for confined high-strength concrete. **Journal of Structural Engineering (ASCE)**. Vol. 121, N° 3, p. 783-804, March 1995.

DARWIN, D. E.; PECKNOLD, D. A. Nonlinear biaxial stress-strain law for concrete. **Journal of Engineering Mechanics Division (ASCE)**, v. 103, n. EM2, p. 229-241, 1977.

D'AVILA, V. M. R. **Estudo sobre modelos de fissuração de peças de concreto armado via método dos elementos finitos**. Porto Alegre, 2003. 259 f. Tese - Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

DUNDAR, C.; KARA, I. F. Three dimensional analysis of reinforced concrete frames with cracked beam and column elements. **Engineering Structures**. 29, p. 2262-2273, Dec. 2006.

ELWI, A. E.; HRUDEY, M. Finite element model for curved embedded reinforcement. **Journal of Engineering Mechanics (ASCE)**. Vol. 115, n. 4, p. 740-754, 1989.

FIGUEIRAS, J. A. Ultimate load analysis of anisotropic and reinforced concrete plates and shells. PhD Theses, Depart. of Civil Eng., University College of Swansea. Swansea, 1983.

GARCIA, L. F. T.; VILLAÇA, S. F. **Introdução à elasticidade não linear**. Rio de Janeiro: COPPE/UFRJ, 1999.

GELATTI, F. **Análise não linear física e geométrica de pórticos planos de concreto armado: Modelagem por elementos finitos de barra**. 239 p. Dissertação - Curso de Engenharia Civil, Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil - UFSC, Florianópolis, 2012.

GYSEL, A.; TAERWE, L. "Analytical formulation of the complete stress-strain curve for high strength concrete." **Mater. Struct.** 29, 529-533, 1996.

GREGORI, J. N.; SOSA, P. M.; PRADA, M. A. F.; FILIPPOU, F. C. A 3D numerical model for reinforced and prestressed concrete elements subjected to combined axial, bending, shear and torsion loading. **Engineering Structures**. 29, p. 3404-3419, Nov. 2007.

GRIBNIAK, Viktor. **Shrinkage influence on tension-stiffening of concrete structures**. Doctoral dissertation, Vilnius Gediminas Technical University, 2009.

GRUNDY, P.; KABAILA, A. Construction loads on slabs with shored form work in multistory buildings. **ACI Structural Journal** v.60, No 12, p. 1729-1738, Dec. 1963.

GUPTA, A.; MAESTRINI, S. R. Tension-stiffness model for reinforced concrete bars. **Journal of Structural Engineering (ASCE)**, v. 116, n. 3, p. 769-791, 1990.

HOGNESTAD, E. **A study of combined bending and axial load in reinforced concrete members**. Bulletin Series, 399:128 - University of Illinois, Urbana, Illinois, 1951.

HSU, L. S.; HSU, C. T. T. Complete stress-strain behavior of high-strength concrete under compression. **Mag. Concrete Res.**, 46, 169, 301-312, 1994.

IBRACON. **Prática recomendada IBRACON para estruturas de de edifícios de nível 1 – Estruturas de pequeno porte**. São Paulo, IBRACON, 2003.

IZZUDIN, B.A.; SIYAM, A.A.F.M.; SMITH, D.L. An efficient beam-column formulation for 3D reinforced concrete frames. **Computers & Structures**, v. 80, n. 7-8, p.659-676, 2002.

JU, S. H.; LIN, M. C. Comparison of building analyses assuming rigid or flexible floors. **Journal of Structural Engineering (ASCE)**. Vol. 125, Nº 1, Jan. 1999.

JUNGES, E. **Estudo comparativo entre métodos simplificados e modelos de elementos finitos não lineares para o cálculo de flecha**

imediate em vigas de concreto armado. Florianópolis, 2011.
Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Santa Catarina.

JUVANDES, L. F. P. **Reforço e reabilitação de estruturas de betão usando materiais compósitos de “CFRP”.** Porto, 1999. Tese de doutorado. Universidade do Porto.

KABA, S.; MAHIN, S. A. Refined modeling of reinforced concrete columns for seismic analysis. **EERC Report 84/03**, Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, 1984.

KANG, Y. J. **Nonlinear geometric, material and time dependent analysis of reinforced and prestressed concrete frames.** Ph. Dissertation, Division of Structural Engineering and Structural Mechanics, University of California, Berkeley, Jan. 1977.

KENT, D. C.; PARK, R. Flexural members with confined concrete. **J. Struct. Div. (ASCE)**, 97-7, 1969-1990, 1971.

KRIPKA, M. **Análise incremental construtiva de edificações.** Tese (Doutorado). Programa de Pós-Graduação de Engenharia – UFRJ, Rio de Janeiro, 1990.

KUPFER, H.; HILSDORF, H. K.; RUSCH, H. Behavior of concrete under biaxial stresses. **ACI Journal**. Nº. 66, p. 656-666, 1969.

LA ROVERE, H. L. **Utilização do método dos elementos finitos em projetos de estruturas.** Florianópolis: UFSC, 2002. Apostila.

LA ROVERE, H. L. **Análise não linear de estruturas.** Florianópolis: UFSC, 2012. Apostila.

LA ROVERE, H. L. **Nonlinear analysis of reinforced concrete masonry walls under simulated seismic loadings.** Ph.D. Dissertation (Structural Engineering) - University of California, San Diego, 1990.

LEONHARDT, F.; MONNING, E. **Construções de concreto Vol. 1.** Rio de Janeiro: Editora Interciência, 1982.

LIU, X.; CHEN, W.; BOWMAN, M. D. Construction load analysis for concrete structures. **Journal of Structural Engineering (ASCE)**. P. 1019-1036, 1985.

LU, Z.; ZHAO, Y. Empirical stress-strain model for unconfined high-strength concrete under uniaxial compression. **Journal of Materials in Civil Engineering (ASCE)**. Vol. 22, n. 11 Nov. 2010.

(a) MANDER, J. B.; PRIESTLEY, M. J. N.; PARK, R. Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete. **Journal of Structural Engineering (ASCE)**. Vol. 114, N° 8, Aug. 1988.

(b) MANDER, J. B.; PRIESTLEY, M. J. N.; PARK, R. Observed stress-strain behavior of confined concrete. **Journal of Structural Engineering (ASCE)**. Vol. 114, N° 8, Aug. 1988.

MARÍ, A. R. **Nonlinear geometric, material and time dependent analysis of three dimensional reinforced and prestressed concrete frames**. Berkeley, 1984. Report n. UCB/SESM – 84/12 – Department of Civil Engineering, University of California.

MARÍ, A. R. Numerical simulation of the segmental construction of three dimensional concrete frames. **Engineering Structures**. Vol. 22, p. 585-596, 2000.

MARÍ, A.; FERREIRA, D. C. S. **Non-linear analysis and behaviour of concrete and steel structures – Solved exercises using CONS program**. Barcelona, 2009.

MULLAPUDI, T. R.; AYOUB, A. Fiber model analysis of RC elements subjected to torsion. **Journal of Structural Engineering (ASCE)**. 2009.

NAGASHIMA, T.; SUGANO, S.; KIMURA, H.; ICHIKAWA, A. Monotonic axial compression test on ultrahigh-strength concrete tied columns. **10th World Conf. on Earthquake Eng.** Rotterdam. The Netherlands, 1992.

OLIVEIRA, R. S. **Análise de pavimentos de edifícios de concreto armado com a consideração da não linearidade física – modelagem e metodologia de aplicação a projetos**. Tese, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, São Carlos, 2001.

OLIVEIRA, J. C. A. **Avaliação da rigidez de pórticos tridimensionais de concreto armado**. Tese, Universidade de Brasília, Brasília, 2009.

OWEN, D. R. J.; HINTON, E. **Finite Elements in Plasticity: Theory and Practice**. Swansea, UK: Pineridge Press Limited, 1980.

PALANISWAMY, R.; SHAH, S. P. Fracture and stress-strain relationship of concrete under triaxial compression. **Journal of Structural Division (ASCE)**, N°. 100, p. 901-916, 1974.

PETERSON, P. E. **Crack growth and development of fracture zones in plain concrete and similar materials**. Report N°. TVBM-1106, Division of Building Materials, University of Lund, Lund, Sweden, 1981.

POPOVICS, S. A numerical approach to the complete stress-strain curve of concrete. **Cement and Concrete Research**. V. 3, n. 5, p. 583-599, 1973.

PRADO, J. F. M. A. **Estruturas de edifícios em concreto armado submetidas a ações de construção**. Tese (Doutorado) Curso de Engenharia Civil, Escola de Engenharia de São Carlos - USP, São Carlos, 1999.

RAZVI, S.; SAATCIOGLU, M. Confinement model for high-strength concrete. **Journal of Structural Engineering (ASCE)**. Vol. 125, N° 3, March 1999.

REIS, E. M. **Análise de pavimentos de edifícios utilizando a analogia de grelha**. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – UFSC, Florianópolis, 2007.

RICHART, F. E.; BRANDTZAEG, A.; BROWN, R. L. **A study of the failure of concrete under combined compressive stresses**. Bulletin N°

185. University of Illinois – Engineering Experiment Station. Urbana, 1928.

RICHART, F. E.; BRANDTZAEG, A.; BROWN, R. L. **The failure of plain and spirally reinforced concrete in compression.** Bulletin N° 190. University of Illinois – Engineering Experiment Station. Urbana, 1929.

SAATCIOGLU, M., AND RAZVI, S. R. Strength and ductility of confined concrete. **Journal of Structural Engineering (ASCE).** Vol. 118, n. 6, p. 1590–1607, 1992.

SAP2000 PLUS. Integrated Finite Elements Analysis and Design of Structures. Computers and Structures, Inc. Berkeley, California, USA. Version 11, 2009.

SAFFARINI, H. S.; QUDAIMAT M. M. In-plane floor deformations on RC structures. **Journal of Structural Engineering (ASCE).** Vol. 118, N° 11, November 1992.

SEIXAS, M. P. **Análise de pilares esbeltos de concreto armado confinados, através do método dos elementos finitos.** Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil – UFRGS, Porto Alegre, 2003.

SCHULZ, M.; REIS, F.J.C. Estabilidade das estruturas de concreto para solicitações combinadas. In: SIMPÓSIO EPUSP SOBRE ESTRUTURAS DE CONCRETO, 5., 2003, São Paulo. **Anais...** São Paulo: PEF/EPUSP, 2003.

SHEIKH, S. A., AND UZUMERI, S. M. Strength and ductility of tied concrete columns. **J. Struct. Div. (ASCE).** 106-5, p. 1079-1102, 1980.

SILVA, R. M.; MATOS, E. F. (2000). Análise não-linear de pórticos planos de edifícios altos em concreto armado considerando a contribuição do concreto tracionado. In: JORNADAS

SUDAMERICANAS DE INGENIERÍA ESTRUCTURAL, 19., 2000, Punta del Este. **Anais**...Punta del Este: 2000, v. único, p. 1-15. CD-ROM.

SPACONE, E.; FILIPPOU, F. C.; TAUCER, F. F. Fibre beam-column model for non-linear analysis of RC frames: part 1. Formulation. **Earthquake Engineering and Structural Dynamics**. Vol. 25, p. 711-725, Jan.1996.

STRAMANDINOLI, R. S. B. **Modelos de elementos finitos para análise são linear física e geométrica de vigas e pórticos planos de concreto armado**. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Civil, Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil - UFSC, Florianópolis, 2007.

STRAMANDINOLI, R. S. B.; LA ROVERE, H. L. **An efficient tension-stiffening model for nonlinear analysis of reinforced concrete members**. *Engineering Structures*, n. 30, p.2069-2080, 25 fev. 2008.

SUN, C. H.; BRADFORD, M. A.; GILBERT, R. I. Nonlinear analysis for concrete frame structures using the finite element method. **Computers & Structures**, v. 48, n. 1, p. 73-79, 1993.

TOMASZEWICZ, A. Betongens Arbeidsdiagram. **SINTEF Rep. No. STF-5A84605**, Trondheim, 1984.

TSAI, W. T. Uniaxial compressional stress-strain relation of concrete. **Journal of Structural Engineering (ASCE)**, v. 114, n. 9, 1988.

VALIPOUR, H. R.; FOSTER, S. Nonlinear reinforced concrete frame element with torsion. **Engineering Structures**. 32, p. 988-1002, Jan. 2010.

VAN MIER, J. G. M. Complete stress-strain behavior and damaging status of concrete under multiaxial conditions. **International Conference on concrete under multiaxial conditions (RILEM-CEB-CNRS)**. Vol. 1, p. 75-89, Presses de l'Université Paul Sabatier, Toulouse, France, 1984.

VECCHIO, F. J.; COLLINS, M. P. The modified compression field theory for reinforced concrete elements subjected to shear. **ACI Journal**. Vol. 83, n. 2, p. 219-231, 1986.

VELLENAS, J.; BERTERO, V. V.; POPOV, E. P. Concrete confined by rectangular hoops subjected to axial loads. **Report 77/13**, Earthquake Engineering Research Center, Univ. of California, Berkeley, Calif., 1977.

WANG, P.T.; SHAH, S.; NAAMAN, A. E., Stress-strain curves of normal and lightweight concrete in compression. **ACI Journal**, v. 75, n. 11, p. 603-611, 1978.

WEE, T. H.; CHIN, M. S.; MANSUR, M. A. Stress-strain relationship of high-strength concrete in compression. **Journal of Materials in Civil Engineering**. Vol. 8, N° 2, May 1996.

WILIAM, K. J.; WARNKE, E. P. Constitutive model for the triaxial behavior of concrete. **Proc. int. assn. for bridge and structural eng.** Vol. 19, p. 1-30, 1975.

VECCHIO, F. J.; EMARA, M. B. Shear deformations in reinforced concrete frames. **ACI Structural Journal**, v. 89, n. 1, p. 46-56, 1992.

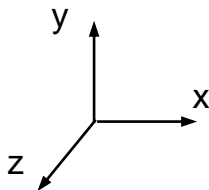
APÊNDICE A

Entrada de dados no programa ANEST/CA

Apresenta-se nos itens seguintes uma descrição do arquivo de entrada de dados (“NOME.DAT”) para a análise pelo programa ANEST/CA de pórticos planos, no item A.1, e de pórticos espaciais, no item A.2.

Este formato de entrada de dados serve tanto para análise elástico-linear quanto para as análises que consideram as não linearidades. Não é necessário se especificar as unidades, porém deve-se usar um sistema de unidades consistente, como por exemplo, todas as forças em kN, dimensões em m e resistências em kN/m². O sistema de coordenadas global utilizado no espaço e no plano estão indicados na Figura A.1, em que mostra-se que o eixo y corresponde a direção da gravidade. Para a análise no espaço, o eixo z local de elementos de pilares deve sempre coincidir com o eixo z global.

Figura A.1 – Sistema de coordenadas global usado no programa ANEST/CA



Na descrição do arquivo de entrada mostrada a seguir, cada linha em **negrito** representa uma linha a ser escrita no arquivo, sendo o texto separado em blocos, cujos títulos são comandos separadores. O programa procura o comando separador dentro do arquivo pelas suas quatro letras iniciais. Nas demais linhas do bloco, o programa procura a letra que precede o sinal de igual nos valores especificados para identificar e localizar as informações. Deve-se, então, seguir obrigatoriamente este modelo para a correta leitura dos dados.

A.2 DESCRIÇÃO DO ARQUIVO DE ENTRADA DE DADOS PARA ANÁLISE DE PÓRTICOS PLANOS

Apresenta-se uma descrição do arquivo de entrada de dados (“NOME.DAT”) para a análise de vigas e pórticos planos pelo programa ANEST/CA. A seguir descreve-se cada conjunto de dados delimitados pelos comandos separadores (ESTRUTURA, CONCRETO, SECAO, etc.). Algumas observações adicionais estão incluídas de forma a esclarecer qualquer dúvida.

ESTRUTURA

NOS=N ANALISE=A TIPO=T NCAR=C

N: número de nós da estrutura.

A: parâmetro que define o tipo de análise (default=1)

A = 0: análise linear;

A = 1: análise considerando a NLF e a NLG;

A = 2: análise considerando a não linearidade geométrica (NLG) e material elástico-linear;

A = 3: análise considerando a não linearidade física (NLF) dos materiais;

A = 4: análise simplificada considerando somente a matriz Kg para NLG e NLF por meio de coeficiente redutor de rigidez (no separador SECAO).

T: parâmetro que define o modelo de análise e elemento estrutural adotado

T = 1: análise no plano (pórtico 2D - default);

T = 2: análise no espaço (pórtico 3D).

C: número de casos de carregamento para análise elástico-linear (C=1 sempre para análises não lineares).

COORDENADAS

N1 X=X1 Y=Y1 G=G1,G2,G3

N1: número do nó.

X1: coordenada X do nó N1.

Y1: coordenada Y do nó N1.

G1: primeiro nó para geração (o mesmo nó definido na linha).

G2: último nó para geração (nó obrigatoriamente com coordenadas já informadas em linha anterior).

G3: incremento para o número do nó (default=1).

RESTRICOES

N1,N2,N3 R=R1,R2,R3

N1: número do nó com deslocamento restringido (inicial em caso de geração)

N2: número do nó final em caso de geração

N3: incremento nodal em caso de geração

R1,R2,R3: número do nó a qual o deslocamento na respectiva direção está restringido, seguindo a seguinte ordem: translação em x, em y, e rotação em z.

CONTORNO

N1,N2,N3 G=G1,G2,G3

N1: número do nó (inicial em caso de geração).

N2: número do nó final em caso de geração.

N3: incremento nodal em caso de geração.

G1,G2,G3: condições de contorno para os graus de liberdade de translação em x, em y, e rotação em z, respectivamente. As condições de contorno podem ser:

L = livre;

F = fixo;

P = deslocamento prescrito.

2DPORTICO (geração dos elementos de barra no plano xy)

YEIXO=N

N: posição do eixo horizontal de referência dado pela coordenada em relação a um eixo arbitrário (usado para todos os elementos).

N1 N2 N3 S=S1 G=G1,G2,G3,G4 QX=QX1,QX2...QX_{NCAR}

QY=QY1,QY2...QY_{NCAR}

N1: número do elemento.

N2: nó inicial.

N3: nó final.

S1: número do tipo da seção.

(G: geração automática de elementos).

G1: número de elementos.

G2: incremento nó inicial.

G3: incremento nó final.

G4: incremento no número do elemento.

(Q: carga distribuída no elemento, lançada seguindo o sistema de coordenada local do elemento x-y)

QX= carga distribuída na direção x (sistema local) para os NCAR casos de carregamento.

QY= carga distribuída na direção y (sistema local) para os NCAR casos de carregamento.

CONCRETO

(propriedades e parâmetros do concreto)

N1

N1: números de tipos de concreto.

E=N2 FC=N3 EPO=N4 FT=N5 W=N6 CURVA=N7

N2: módulo de elasticidade tangente inicial do concreto (E_c). Valor lido em todas as análises, exceto para o caso das análises que consideram não linearidade física (ANALISE =1 ou ANALISE =3) e em que, simultaneamente, utiliza-se a curva constitutiva de Hognestad para o concreto sob compressão (CURVA=1), onde E_c é calculado, utilizando os valores informados, entre razão da resistência média a compressão pela deformação correspondente a esta resistência média (f_{cm}/ϵ_0).

N3: resistência média à compressão do concreto (f_{cm}).

N4: deformação do concreto correspondente a f_{cm} (ϵ_0).

N5: resistência média à tração do concreto (f_{tm}).

N6: peso específico do concreto.

N7: tipo de curva do concreto (default=2)

N7=1 parábola de Hognestad;

N7=2 curva do CEB – 90.

ACO

(propriedades e parâmetros do aço)

A

A: número de tipos de aço.

E=N1 FY=N2 SH=N3 EPU=N4

N1: módulo de elasticidade do aço (E_s).

N2: tensão média de escoamento do aço (f_y).

N3: coeficiente strain-hardening (s_h).

N4: deformação última do aço (ϵ_u).

REFORCO

E=N1 F=N2

N1: módulo de elasticidade do material de reforço.

N2: resistência à tração do material de reforço.

SECAO

(definição das propriedades e parâmetros das seções)

S1

S1: número de tipos de seção

NSECAO=N YBASE=N1 B=N2,N3 H=N4,N5 RIG=R1

(propriedades geométricas da seção)

N: número da seção (não é necessário descrever as seções em ordem)

N1: posição da base da seção em relação ao eixo horizontal de referência, dado pela sua coordenada em relação ao mesmo eixo arbitrário ao qual foi especificado o YEIXO da estrutura.

N2: largura da seção (ou da alma para o caso de seção “T”).

N3: largura da mesa para o caso de seção “T”.

N4: altura da seção (ou da alma para o caso de seção “T”).

N5: altura da mesa para o caso de seção “T”.

R1: coeficiente redutor de rigidez à flexão para o caso de ANALISE=4 (default=1).

NCONCRETO=N6 NCAM=N7,N8 CAMTS=N9,N10 ALFA=N11
(concreto)

N6: número do tipo do concreto (default=1).

N7: número de camadas de concreto da seção (da alma para o caso de seção “T”).

N8: número de camadas de concreto da mesa (só para seção “T”).

Obs.: número máximo de camadas de concreto = 50.

N9: camada inicial para consideração do efeito tension-stiffening (α).

N10: camada final para consideração do efeito tension-stiffening (α).

Obs.: a numeração das camadas de concreto inicia pela base (face inferior) da seção.

N11: coeficiente de tension-stiffening (α).

NCAMACO=N12 (armaduras de aço)

N12: número de camadas de armaduras de aço (máximo de 10 camadas por seção).

AREA=N13 Y=N14 NACO=N15

(especificar dados para cada camada de armadura)

N13: área total de aço na camada.

N14: distância da face inferior ao centro da camada.

N15: número do tipo de aço (default=1).

REFL=N16 REFE=N17 (geometria do reforço, quando houver)

N16: largura da camada de reforço.

N17: espessura da camada de reforço.

CARREGAMENTO

N1,N2,N3 F=F1,F2,F3 ou D=D1,D2,D3 CASO=C1

N1: número do nó (inicial em caso de geração).

N2: número do nó final em caso de geração.

N3: incremento nodal em caso de geração.

F1: carga concentrada aplicada na direção x.

F2: carga concentrada aplicada na direção y.

F3: momento aplicado no nó.

D1: deslocamento prescrito na direção x.

D2: deslocamento prescrito na direção y.

D3: rotação prescrita.

C1: número do caso de carregamento correspondente à carga aplicada ou deslocamento prescrito no nó para o caso de análise linear (default=1).

INICIAL

(para análise não linear apenas: carregamentos aplicados inicialmente nos nós, aplicados na primeira etapa de carregamento)

N1,N2,N3 F=F1,F2,F3

N1: número do nó (inicial em caso de geração).

N2: número do nó final em caso de geração.

N3: incremento nodal em caso de geração.

F1: carga concentrada inicial aplicada na direção x.

F2: carga concentrada inicial aplicada na direção y.

F3: momento inicial aplicado no nó.

NAOLINEAR**ETAPAS=N1 ITER=N2 ALGO=N3 TOL=N4 TOLI=N5**

N1: número total de etapas de carregamento (default=1).

N2: número máximo de iterações por etapa (default=5).

N3: número do tipo de algoritmo (default=1)

N3=1 Newton Raphson (Matriz de rigidez tangente);

N3=2 Newton Raphson Modificado;

N3=3 Newton Raphson Inicial;

N3=4 Método do Comprimento do Arco.

N4: tolerância do processo iterativo.

N5: critério especial de tolerância

N5=0 sem critério especial de tolerância

N5=1 cria 4 valores de tolerância a partir do valor TOL informado: $TOL1=TOL/2$; $TOL2=5*TOL$; $TOL3=10*TOL$ e $TOL4=20*TOL$. Estes valores são usados para verificar a velocidade de convergência e considerar condições de convergência alternativas.

Primeira verificação: se a diferença entre a norma das forças residuais da iteração atual (RATIO) e a da iteração anterior (PVALU) permanece menor que TOL1 após 3 iterações consecutivas (indicando convergência lenta), realizam-se duas verificações e no caso de alguma ser verdadeira aceita-se a convergência: se $\text{RATIO} \leq \text{TOL2}$; ou se $\text{ITER} \geq 30$ e $\text{RATIO} \leq \text{TOL3}$ (sendo ITER o número da iteração atual). Realiza-se uma última verificação caso nenhuma das anteriores sejam verdadeiras: se $\text{ITER} = \text{NITER}$ e $\text{RADIO} \leq \text{TOL4}$ (sendo NITER o número máximo de iterações) também considera-se a convergência da etapa.

IMPRESSAO=N6 NETAPAS=N7 SELECIONA=N8

N6: marcador para impressão de resultados (default=1)

N6=0 para cada etapa - imprime só forças (no arquivo .N01);

N6=1 para cada etapa - imprime forças e deslocamentos (para os três pontos de Gauss dos elementos no arquivo .N01);

N6=2 para cada etapa - imprime forças e deslocamentos (no arquivo .N01), tensões e deformações (para todas as camadas de cada elemento no arquivo .S01);

N6=3 para todas as iterações - imprime só forças;

N6=4 para todas as iterações - imprime forças e deslocamentos ;

N6=5 imprime forças, deslocamentos, tensões e deformações em todas as iterações.

N7: Imprime resultados a cada N7 etapas (default=1).

N8: marcador para impressão de resultados (default=0)

N8=0 imprime resultados em todos os nós e elementos;

N8=1 imprime resultados em nós e elementos selecionados;

Se N8=1, deve ser incluída as seguintes linhas:

J,E

NOS=J1,J2...

ELEM=E1,E2....

J: número de nós selecionados

E: número de elementos selecionados

J1,J2... ..J_J: nós selecionadas

E1,E2... ..E_E: elementos selecionados

PLOTA NO=N9 DIR=N10 FDESL=N11 FCARGA=N12

N9: nó selecionado para impressão (no arquivo .P01);

N10: direção selecionada para impressão (no arquivo .P01);

N10=1 direção x

N10=2 direção y

N10=3 rotação em torno de z

N11: fator multiplicador de deslocamento para impressão no arquivo .P01 (default=1.0).

N12: fator multiplicador de carga para impressão no arquivo .P01 (default=1.0)

N13 FACT=N14

N13: número de etapas para o fator de incremento de carga especificado

N14: fator de incremento de carga (ΔF aplicado na etapa = FACT*F)

LINEAR

(separador opcional - substitui separadores CONCRETO, ACO e SECAO para análises 0, 2 ou 4)

L1

L1: número de tipos de material.

NMATERIAL=L2 E=L3 W=L4

L2: número do material especificado.

L3: módulo de elasticidade do material.

L4: peso específico do material.

L5

L5: número de tipos de seção.

NSECAO=L6 YBASE=L7 B=L8;L9 H=L10;L11 NMAT=L12 RIG=L13

L6: número da seção especificada na linha.

L7: posição (coordenada) da base da seção em relação ao eixo de referência.

L8: largura da seção (ou da alma para o caso de seção “T”).

L9: largura da mesa para o caso de seção “T”.

L10: altura da seção (ou da alma para o caso de seção “T”).

L11: altura da mesa para o caso de seção “T”.

L12: número do material adotado para a seção (default=1).

L13: coeficiente redutor de rigidez à flexão para o caso de ANALISE=4 (default=1).

A.2 DESCRIÇÃO DO ARQUIVO DE ENTRADA DE DADOS PARA ANÁLISE DE PÓRTICOS ESPACIAIS

A seguir descreve-se cada conjunto de dados delimitados pelos comandos separadores (ESTRUTURA, CONCRETO, SECAO, etc.) para a entrada

de dados na análise de pórticos espaciais. Algumas observações adicionais estão incluídas de forma a esclarecer qualquer dúvida.

ESTRUTURA

NOS=N ANALISE=A TIPO=T NCAR=C PAV=P1 UNID=U1,U2

N: número de nós da estrutura.

A: parâmetro que define o tipo de análise (default=1)

A = 0: análise linear;

A = 1: análise considerando a NLF e a NLG;

A = 2: análise considerando a não linearidade geométrica (NLG) e material elástico-linear; as armaduras longitudinais são consideradas na rigidez dos elementos.

A = 3: análise considerando a não linearidade física (NLF) dos materiais;

A = 4: análise simplificada considerando somente a matriz Kg para NLG e NLF por meio de coeficientes redutores de rigidez (no separador SECAO). As armaduras não são consideradas na rigidez dos elementos.

T: parâmetro que define o modelo de análise e elemento estrutural adotado

T = 1: análise no plano (pórtico 2D - default);

T = 2: análise no espaço (pórtico 3D).

C: número de casos de carregamento para análise elástico-linear (C=1 sempre para análises não lineares).

PAV: número de pavimentos (necessário indicar somente no caso de análise de pórticos 3d/ edifícios com restrição de diafragma rígido).

U: especificação das unidades adotadas na entrada de dados: U1 unidade de força e U2 unidade de comprimento adotada (necessário indicar quando a análise considerar a não linearidade física e modelo constitutivo que considera o confinamento do concreto, não sendo este o caso a indicação é opcional)

U1=1, força em kN;

U1=2, força em N;

U1=3, força em tf;

U2=1, comprimento em m;

U2=2, comprimento em cm;

U2=3, comprimento em mm;

COORDENADAS

N1 X=X1 Y=Y1 Z=Z1 G=G1,G2,G3

N1: número do nó.

X1: coordenada X do nó N1.

Y1: coordenada Y do nó N1.

Z1: coordenada Z do nó N1.

G1: primeiro nó para geração (o mesmo nó definido na linha ou nó obrigatoriamente com coordenadas já informadas em linha anterior).

G2: último nó para geração (o mesmo nó definido na linha ou nó obrigatoriamente com coordenadas já informadas em linha anterior).

G3: incremento para o número do nó (default=1).

Obs.: x, y e z são coordenadas globais, sendo y a coordenada de altura (positivo para cima, no sentido inverso da gravidade).

CONTORNO

N1,N2,N3 G=G1,G2,G3,G4,G5,G6

N1: número do nó (inicial em caso de geração).

N2: número do nó final em caso de geração.

N3: incremento nodal em caso de geração.

G1,G2,G3,G4,G5,G6: condições de contorno para os graus de liberdade de translação em x, y, e z, e rotação em torno de x, y e z, respectivamente. As condições de contorno podem ser:

L = livre;

F = fixo;

P = deslocamento prescrito.

RESTRICOES

TIPO=T1

T1: indica o tipo de restrição que será aplicado

T1=1 restrição de pavimento por **diafragma rígido**;

T1=2 **restrição de igualdade de deslocamento** ao(s) GDL indicados;

Para T1=1, deve-se escrever as seguintes linhas na sequência:

PAVIMENTO=D1 MESTRE=D2

D1: número do pavimento em que é considerado o diafragma rígido;

D2: número do nó do pavimento adotado como mestre (demais nós do pavimento são considerados nós escravos e tem seus deslocamentos no plano xz e torção em torno de y global em função do nó mestre).

NOS = D3,D4,D5

D3,D4,D5: especificação e geração dos nós escravos que formam o diafragma rígido do pavimento. D3: número do nó escravo (inicial em caso de geração); D4: número do nó escravo final no caso de geração; D5: incremento nodal para geração. Pode-se adicionar quantas linhas forem necessárias para listar os nós que fazem parte do diafragma do pavimento.

Obs. 1: pode-se adicionar quantos pavimentos forem necessários.

Obs. 2: os nós mestres dos pavimentos (quando existir mais de um) podem estar em qualquer posição (podem ser nós exclusivos para serem nó mestre ou podem ser um nó existente ligado a um elemento), e não é necessário o alinhamento vertical entre nós mestres dos pavimentos.

Para T1=2, deve-se escrever as seguintes linhas após a linha de TIPO:

N1,N2,N3 R=R1,R2,R3,R4,R5,R6

N1: número do nó com deslocamento restringido (inicial em caso de geração)

N2: número do nó final em caso de geração

N3: incremento nodal em caso de geração

R1,R2,R3,R4,R5,R6: número do nó a qual o deslocamento na respectiva direção está restringido, seguindo a seguinte ordem: translação em x , y , z e rotação em torno de x , y e z .

3DPORTICO (geração dos elementos de barra no espaço xyz)

YEIXO=N

N: posição do eixo horizontal de referência dado pela coordenada em relação a um eixo arbitrário (usado para todos os elementos).

N1 N2 N3 S=S1 G=G1,G2,G3,G4 TE1=TE2

QX=QX₁,QX₂...QX_{NCAR} QY=QY₁,QY₂...QY_{NCAR} QZ= QZ₁,QZ₂...QZ_{NCAR}

N1: número do elemento.

N2: nó inicial.

N3: nó final.

S1: número do tipo da seção.

(G: geração automática de elementos).

G1: número de elementos.

G2: incremento no número do elemento.

G3: incremento nó inicial.

G4: incremento nó final.

TE1: tipo de elemento, para viga TE1=V e para pilar TE1=P.

TE2: número do elemento estrutural que por enquanto está desativada e indica-se 1.

Obs.: é necessário indicar TE1 e TE2 para o caso de análise com consideração da NLF e/ou consideração de diafragma rígido.

(Q: carga distribuída no elemento, lançada seguindo o sistema de coordenada local do elemento x-y-z)

QX= carga distribuída na direção x (sistema local), para os NCAR casos de carregamento.

QY= carga distribuída na direção y (sistema local) para os NCAR casos de carregamento.

QZ= carga distribuída na direção Z (sistema local) para os NCAR casos de carregamento.

CONCRETO

(propriedades e parâmetros do concreto)

N1

N1: números de tipos de concreto.

**E=N2 FC=N3 EPO=N4 FT=N5 G=N6 W=N7
CURVA=N8**

N2: módulo de elasticidade tangente inicial do concreto (E_{ci}). Valor lido em todas as análises. Para o caso de curva constitutiva de Hognestad (CURVA=1), se o valor não é informado é calculado pelo programa; caso informado, deve ser calculado por: $2.f_{cm}/\epsilon_0$ (duas vezes a razão entre a resistência média a compressão e a deformação correspondente a esta resistência média).

N3: resistência média à compressão do concreto (f_{cm}). Caso se disponha do valor de f_{ck} , estima-se $f_{cm} = f_{ck} + 6,6$ MPa.

N4: deformação do concreto correspondente a f_{cm} (ϵ_0). Para as curvas 1, 3 e 4 deve-se obrigatoriamente indicar o valor. Para curva 2, o programa calcula o valor conforme indica CEB 2010 ou pode-se também indicá-lo. A deformação última (ϵ_u) é calculada internamente pelo programa (seguindo recomendações de acordo com a curva selecionada).

N5: resistência média à tração do concreto (f_{tm}).

N6: módulo de elasticidade transversal do concreto (G_c).

N7: peso específico do concreto (é adicionado na primeira etapa de carregamento).

N8: tipo de curva do concreto (default=2)

N8=1 parábola de Hognestad;

N8=2 curva do CEB-2010 (aplicável também à concretos de alta resistência).

N8=3 modelo do Mander *et al.* (1988) com consideração do confinamento (para pilares).

ACO

(propriedades e parâmetros do aço)

A

A: número de tipos de aço.

E=N1 FY=N2 SH=N3 EPU=N4

N1: módulo de elasticidade do aço (E_s).

N2: tensão média de escoamento do aço (f_y).

N3: coeficiente strain-hardening (s_h).

N4: deformação última do aço (ϵ_u).

Obs.: separador desnecessário para análise elástico-linear (0) e para análise simplificada (4).

SECAO

(definição das propriedades e parâmetros das seções)

S1

S1: número de tipos de seção. Deve-se considerar diferentes seções com base em duas variáveis: geometria e material.

**NSECAO=N YBASE=N1 B=N2,N3 H=N4,N5 RIG=R1
COBR=C1**

(propriedades geométricas da seção)

N: número da seção (não é necessário descrever as seções em ordem)

N1: posição da base da seção em relação ao eixo horizontal de referência, dado pela sua coordenada em relação ao mesmo eixo arbitrário ao qual foi especificado o YEIXO da estrutura. Aconselha-se que o eixo horizontal passe o mais próximo possível do centroide da seção. Exemplo: para uma seção de B=10cm e H=30cm, e estrutura com YEIXO=0cm, indica-se YBASE=-15cm, desta forma o eixo horizontal de referência passa no centro da seção.

N2: largura da seção (ou da alma para o caso de seção “T”).

N3: largura da mesa para o caso de seção “T”.

N4: altura da seção (ou da alma para o caso de seção “T”).

N5: altura da mesa para o caso de seção “T”.

R1: coeficiente redutor de rigidez à flexão para o caso de ANALISE=4 (default=1).

C1: cobrimento de concreto. Informação desnecessário para análises 0, 2 e 4, é utilizada para cálculo das propriedades do modelo constitutivo de torção e de confinamento (quando usado).

Obs.:

- 1) a orientação do eixo local z da seção transversal para barras verticais deve ser coincidente com a orientação do eixo z global da estrutura (na seção transversal z é paralelo a base da

seção transversal). Para as vigas, não pode haver rotação dos eixos locais y/z em torno do eixo x, ou seja, o eixo y local deve estar contido no plano formado pelos eixos x local e y global.

2) A seção transversal deve sempre ser simétrica em relação ao eixo y, inclusive as armaduras.

**NCONCRETO=N6 CAMALM=N7,N8 CAMMES=N9,N10
MCOBR=N11 ALFA=N12,N13**

(concreto)

N6: número do tipo do concreto (default=1).

N7: para seção retangular é o número de camadas verticais (colunas) de concreto da seção que no caso de considerar o confinamento é o número de camadas verticais do núcleo (sem cobrimento); para seção T é o número de camadas verticais da alma que se prolongam até o topo da mesa. (N7 >= 2).

N8: para seção retangular é o número de camadas horizontais de concreto da seção que no caso de considerar o confinamento é o número de camadas horizontais do núcleo (sem cobrimento); para seção T é o número de camadas horizontais de concreto da alma. (N8 >= 2).

N9: número total de camadas verticais (colunas) das abas (largura da mesa menos largura da alma), (N9 >= 2).

N10: número total de camadas horizontais da mesa (N10 >= 1).

N11: para o caso de consideração do confinamento é o número total de camadas em que a camada de cobrimento é discretizada.

Obs.: número limite de filamentos de concreto: para a alma 600; para a mesa e cobrimento: 600.

N12, N13: coeficientes de tension-stiffening (α), sendo N12 calculado com a taxa de armadura longitudinal superior e aplicado aos filamentos de concreto superiores da seção quando estes estiverem fissurados, e N13 calculado com a taxa de armadura longitudinal inferior e aplicado aos filamentos inferiores quando estas estiverem fissurados. Estes valores podem ser calculados manualmente e informados pelo usuário ou podem ser calculados internamente (quando não indicados ou igual a zero). Considera-se para o cálculo da taxa de armadura superior as barras localizadas dentro do $\frac{1}{4}$ de h superior, do mesmo modo para a taxa de armadura inferior, as armaduras localizadas dentro de $\frac{1}{4}$ de h inferior, e considerando a área $b.h/4$ para cálculo da taxa de armadura. Caso não se

queira considerar a contribuição de tension stiffening deve-se indicar os dois valores iguais a um ($ALFA=1,1$).

NBARACO=A1 (armaduras de aço longitudinal, limite máximo de 20 barras)

A1: número de barras de armaduras de aço. Número máximo de barras por seção: 20. Os dados de armaduras longitudinais não são lidos no caso de análise 0 ou 4.

Obs: Pode-se realizar análise não linear física de seções sem armadura (somente de concreto) mas deve-se indicar $NBARACO=0$ e não incluir a linha especificada a seguir. Ressalta-se que neste caso, a análise NLF incremental parará na carga que provoca a primeira fissura no concreto (seja por compressão, tração ou torção). Isto ocorre porque para o correto cálculo das propriedades pós-fissuração do modelo constitutivo de torção é necessário que a seção transversal contenha armaduras longitudinais (e também armaduras transversais).

AREA=A2 Y=A3 Z=A4 NACO=A5

(especificar dados para cada barra longitudinal de armadura)

A2: área da barra de aço.

A3: distância da face inferior da base da seção (inclusive se for seção T e a armadura estiver localizada na mesa) ao centro da barra de aço.

A4: distância da face lateral esquerda ao centro da barra de aço (no caso de seção T, é a distância da face lateral da mesa para as armaduras dentro desta).

A5: número do tipo de aço (default=1).

A próxima linha de dados refere-se ao modelo trilinear de torção; esta linha não precisa ser indicada no caso em que se prefere que o programa calcule os valores, devendo-se incluir, ao invés dessa, a linha referente a estribo externo (mostrada após a linha abaixo).

TOR= R1,R2 DEF=R3,R4,R5 GJ=R6,R7

R1, R2: momento torsor que causa a primeira fissura (T_{cr}) e momento torsor que causa o escoamento das armaduras (T_y), respectivamente.

R3, R4, R5: deformação correspondente a T_{cr} , deformação correspondente a T_y e deformação última, respectivamente.

R6, R7: rigidez inicial a torção da seção e rigidez pós-fissuração (tangente), respectivamente.

Caso a linha anterior tenha sido indicada e caso não se adote modelo constitutivo do concreto que considere o confinamento, as próximas linhas que descrevem os estribos são desnecessárias.

ESTRIBOEXT=T1,T2 NACO=T3 DIS=T4 NINTE=T5,T6

T1: área total da armadura transversal externa (somando a área de todas as pernas dos estribos externos) em uma direção (y ou z).

T2: espaçamento correspondente entre os estribos.

T3: número do tipo de aço do estribo externo (default=1).

T6: espaçamento médio ao longo do perímetro da seção entre as barras longitudinais restringidas lateralmente por estribos ou ganchos; necessário informar quando se utiliza CURVA 3;

T5 e T6: número de estribos internos (que cortam o núcleo de concreto delimitado pelo estribo externo) com seção transversal perpendicular à direção y e z, respectivamente (restringe-se a estribos perpendiculares a direção que cortam). Necessário indicar somente se o confinamento do concreto é considerado na seção (CURVA 3), estes estribos são desconsiderados no modelo constitutivo para seção submetida a torção (default=0,0). Se T4 e/ou T5 é diferente de zero deve-se adicionar as seguintes linhas, sendo que sempre deve-se especificar Y primeiramente (se houver):

AREAY= T7,T8.. T_{T5} NACO=T9

T7,T8.. T_{T5}: lista das áreas das T5 barras de estribo na direção y;

T9: número do tipo de aço das armaduras transversais na direção y, deve-se considerar somente os estribos internos que estão restringindo barras longitudinais.

AREAZ= T10,T11.. T_{T6} NACO=T12

T10,T11.. T_{T6}: lista das áreas das T6 barras de estribo na direção z;

T12: número do tipo de aço das armaduras transversais na direção z;

Obs.: os dados referentes as armaduras transversais não são necessários para análise 0, 2 ou 4.

CARREGAMENTO

**N1,N2,N3 F=F1,F2,F3,F4,F5,F6 ou D=D1,D2,D3,D4,D5,D6
CASO=C1**

N1: número do nó (inicial em caso de geração).

N2: número do nó final em caso de geração.

N3: incremento nodal em caso de geração.

F1,F2,F3: cargas concentradas aplicadas nas direções x, y e z, respectivamente.

F4,F5,F6: momentos em torno dos eixos x, y e z, respectivamente, aplicados no nó.

Obs.: pode-se aplicar carga nos GDL com restrição de apoio.

D1,D2,D3: deslocamentos prescritos na direção x, y e z, respectivamente.

D4,D5,D6: rotações prescritas em torno dos eixos x, y e z, respectivamente.

C1: número do caso de carregamento correspondente à carga aplicada ou deslocamento prescrito no nó para o caso de análise linear (default=1).

INICIAL

(para análise não linear apenas: carregamentos aplicados inicialmente nos nós, aplicados na primeira etapa de carregamento – não se pode aplicar nos nós com restrição de apoio)

N1,N2,N3 F=F1,F2,F3, F4,F5,F6

N1: número do nó (inicial em caso de geração).

N2: número do nó final em caso de geração.

N3: incremento nodal em caso de geração.

F1,F2,F3: cargas concentradas aplicadas nas direções x, y e z, respectivamente.

F4,F5,F6: momentos em torno dos eixos x, y e z, respectivamente, aplicados no nó.

NAOLINEAR

ETAPAS=N1 ITER=N2 ALGO=N3 TOL=N4 TOLI=N5

N1: número total de etapas de carregamento (default=1).

N2: número máximo de iterações por etapa (default=5).

N3: número do tipo de algoritmo (default=1)

N3=1 Newton Raphson (Matriz de rigidez tangente atualizada em cada iteração);

N3=2 Newton Raphson Modificado (matriz de rigidez tangente atualizada no final de cada etapa);

N3=3 Newton Raphson Inicial (utiliza a matriz de rigidez inicial durante toda a análise);

N3=4 Método do Comprimento do Arco.

N4: tolerância do processo iterativo.

N5: critério especial de tolerância

N5=0 sem critério especial de tolerância

N5=1 cria 4 valores de tolerância a partir do valor TOL informado: $TOL1 = TOL/2$; $TOL2 = 5 * TOL$; $TOL3 = 10 * TOL$ e $TOL4 = 20 * TOL$. Estes valores são usados para verificar a velocidade de convergência e considerar condições de convergência alternativas. Primeira verificação: se a diferença entre a norma das forças residuais da iteração atual (RATIO) e a da iteração anterior (PVALU) permanece menor que TOL1 após 3 iterações consecutivas (indicando convergência lenta), realizam-se duas verificações e no caso de alguma ser verdadeira aceita-se a convergência: se $RATIO \leq TOL2$; ou se $ITER \geq 30$ e $RATIO \leq TOL3$ (sendo ITER o número da iteração atual). Realiza-se uma última verificação caso nenhuma das anteriores sejam verdadeiras: se $ITER = NITER$ e $RATIO \leq TOL4$ (sendo NITER o número máximo de iterações) também considera-se a convergência da etapa.

IMPRESSAO=N6 NETAPAS=N7 SELECIONA=N8

N6: marcador para impressão de resultados (default=1)

N6=0 para cada etapa - imprime forças e reações de apoio (no arquivo .N01);

N6=1 para cada etapa - imprime forças, reações de apoio e deslocamentos dos nós e esforços e deformações nos elementos (para os três pontos de Gauss dos elementos no arquivo .N01);

N6=2 para cada etapa - imprime forças, reações de apoio e deslocamentos dos nós e esforços e deformações nos elementos

(no arquivo .N01), tensões e deformações (para todas as camadas de cada elemento no arquivo .S01);

N6=3 para todas as iterações - imprime forças (e reações de apoio só ao final da etapa após convergência);

N6=4 para todas as iterações - imprime forças, reações (após convergência) e deslocamentos;

N6=5 imprime forças, reações, deslocamentos, tensões e deformações em todas as iterações.

N7: Imprime resultados a cada N7 etapas (default=1).

N8: marcador para impressão de resultados (default=0)

N8=0 imprime resultados em todos os nós e elementos;

N8=1 imprime resultados em nós e elementos selecionados;

Se N8=1, deve ser incluída as seguintes linhas:

J,E

NOS=J1,J2...

ELEM=E1,E2....

J: número de nós selecionados

E: número de elementos selecionados

J₁,J₂... ..J_J: nós selecionadas

E₁,E₂... ..E_E: elementos selecionados

P01 NO=N9 DIR=N10 FDESL=N11 FCARGA=N12

N9: nó selecionado para impressão (no arquivo .P01);

N10: direção selecionada para impressão (no arquivo .P01); N10=1 direção x; N10=2 direção y; N10=3 direção z;

N11: fator multiplicador de deslocamento para impressão no arquivo .P01 (default=1.0).

N12: fator multiplicador de carga para impressão no arquivo .P01 (default=1.0)

TEN ELEM= H1 SEC=H2 FILAMENTOS=F1,.. F4

TIPO=T1,.. T4

TEN: Linha com especificações para o arquivo de saída “.TEN” que contém resultados de tensão x deformação axial para os filamentos de

concreto e/ou barra de armadura longitudinal do elemento e seção especificados;

H1: número do elemento.

H2: H2=1, H2=2 ou H2=3 para resultados do primeiro ponto de Gauss, segundo ponto, ou terceiro ponto de Gauss respectivamente.

F1,.. F4: número dos filamentos de concreto separados por vírgula (4 filamentos no máximo), ou número da armadura longitudinal.

T1.. T4: localização e especificação se é filamento de concreto ou barras de armadura, na mesma sequência especificada em “FILAMENTOS”, sendo 1 para filamento localizado na alma, e 2 se o filamento está localizado na mesa ou cobrimento e 3 para especificar armadura (independente se está na mesa ou alma). Esta informação é necessária já que a numeração dos filamentos da mesa, no caso de uma seção T, é feita separada; assim também para os filamentos do cobrimento no caso de modelo de confinamento.

Os filamentos de concreto na seção transversal são numerados em ordem crescente da esquerda para direita, de cima para baixo, tanto na alma como na mesa e cobrimento. As armaduras são numeradas em ordem crescente conforme descritas no arquivo de entrada de dados, separador ‘SECAO’.

DEF ELEM=D1 SEC=D2 DEF=D3 ESFO=D4

DEF: linha com especificações para o arquivo de saída “.DEF” que contém os resultados de deformação x esforço de um elemento e seção especificados.

D1: número do elemento.

D2: D2=1, D2=2 ou D2=3 para resultados do primeiro ponto de Gauss, segundo ponto, ou terceiro ponto de Gauss respectivamente.

D3: especificação da deformação desejada, D3=1 para deformação axial, D3=2, D3=3 ou D3=4, para curvatura em x, y ou z, respectivamente (no sistema local do elemento).

D4: especificação do esforço desejado, D4=1 para esforço axial, D4=2, D4=3 ou D4=4, para momento torsor (em x), momento fletor em y, ou momento fletor em torno de z, respectivamente (no sistema local do elemento).

N13 FACT=N14

N13: número de etapas para o fator de incremento de carga especificado

N14: fator de incremento de carga (ΔF aplicado na etapa = FACT*F).

Observações sobre FACT:

Deve-se lembrar que se o peso específico do concreto é indicado, o peso próprio dos elementos será automaticamente calculado e adicionado na primeira etapa de cálculo como carga inicial. Por isso, se o peso próprio for considerado, aconselha-se indicar um fator de carga pequeno para a primeira etapa, ou indicar fator nulo de forma a somente considerar o peso próprio e/ou a carga inicial, se existir.

Para o caso de análise utilizando o método do Comprimento de Arco, FACT é o comprimento de arco adotada a cada etapa. Observar que o fator de incremento de deslocamento na primeira iteração de cada etapa é calculado por $FACT/V2$, em que V2 é a somatória do módulo de $\Delta U(i)$. Logo, quanto menor o número de NEQ da estrutura, menor será V2 e então menor deve ser FACT, para que o fator de incremento seja menor que 1 (menor que o deslocamento provocado pela carga total). No caso de haver carga inicial (peso próprio ou carga nodal indicada no separador “INICIAL”), na primeira etapa será utilizado o algoritmo de Newton Raphson e a partir da segunda etapa inicia-se a aplicação incremental da carga utilizando-se o algoritmo Comprimento de Arco.

LINEAR

(separador opcional - substitui separadores CONCRETO, ACO e SECAO para análises 0 e 4)

L1

L1: número de tipos de material.

NMATERIAL=L2 E=L3 G=L4 W=L5

L2: número do material especificado.

L3: módulo de elasticidade do material.

L4: módulo de elasticidade transversal do material.

L5: peso específico do material.

L6

L6: número de tipos de seção.

NSECAO=L7 YBASE=L8 B=L9;L10 H=L11;L12 NMAT=L13 RIG=L14

L7: número da seção especificada na linha.

L8: posição (coordenada) da base da seção em relação ao eixo de referência.

L9: largura da seção (ou da alma para o caso de seção “T”).

L10: largura da mesa para o caso de seção “T”.

L11: altura da seção (ou da alma para o caso de seção “T”).

L12: altura da mesa para o caso de seção “T”.

L13: número do material adotado para a seção (default=1).

L14: coeficiente redutor de rigidez à flexão para o caso de ANALISE=4 (default=1).

A.3 EXEMPLO DE ENTRADA DE DADOS

Para exemplificar a entrada de dados descrita anteriormente para pórtico espacial mostra-se abaixo o arquivo de entrada de dados usado na análise do pórtico de um pavimento estudado no Capítulo 6. A entrada de dados está configurada para análise não linear física e geométrica com consideração do diafragma rígido e cálculo automático das propriedades dos modelos constitutivos. Há também a aplicação de carga inicial nos nós das vigas, referente ao peso próprio proveniente da laje.

ESTRUTURA

NOS=44 ANALISE=1 PAV=1 TIPO=2 UNID=1,1

COORDENADAS

1 X=0 Y=3 Z=0

3 X=1.2 Y=3 Z=0 G=1,3,1

7 X=3.8 Y=3 Z=0 G=3,7,1

9 X=5 Y=3 Z=0 G=7,9,1

11 X=5 Y=3 Z=1.2 G=9,11,1

15 X=5 Y=3 Z=3.8 G=11,15,1

17 X=5 Y=3 Z=5 G=15,17,1

19 X=3.8 Y=3 Z=5 G=17,19,1

23 X=1.2 Y=3 Z=5 G=19,23,1

25 X=0 Y=3 Z=5 G=23,25,1

27 X=0 Y=3 Z=3.8 G=25,27,1

31 X=0 Y=3 Z=1.2 G=27,31,1

32 X=0 Y=3 Z=0.6

33 X=0 Y=0 Z=0

35 X=0 Y=2 Z=0 G=33,35,1
 36 x=5 Y=0 Z=0
 38 X=5 Y=2 Z=0 G=36,38,1
 39 x=5 Y=0 Z=5
 41 X=5 Y=2 Z=5 G=39,41,1
 42 X=0 Y=0 Z=5
 44 X=0 Y=2 Z=5 G=42,44,1

CONTORNO

33 GL=F,F,F,F,F,F
 36 GL=F,F,F,F,F,F
 39 GL=F,F,F,F,F,F
 42 GL=F,F,F,F,F,F

RESTRICAO

TIPO=1
 PAVIMENTO=1 MESTRE=1
 NOS=2,32,1

3DPORTICO

YEIXO=0.0

1 1 2 S=1 V=1 G=1,1,1,1 QY=-0.6
 3 3 4 S=2 V=1 G=3,1,1,1 QY=-0.6
 7 7 8 S=1 V=1 G=3,1,1,1 QY=-0.6
 11 11 12 S=2 V=1 G=3,1,1,1 QY=-0.6
 15 15 16 S=1 V=1 G=3,1,1,1 QY=-0.6
 19 19 20 S=2 V=1 G=3,1,1,1 QY=-0.6
 23 23 24 S=1 V=1 G=3,1,1,1 QY=-0.6
 27 27 28 S=2 V=1 G=3,1,1,1 QY=-0.6
 31 31 32 S=1 V=1 QY=-0.6
 32 32 1 S=1 V=1 QY=-0.6
 33 33 34 S=3 P=1 G=1,1,1,1
 35 35 1 S=3 P=1
 36 36 37 S=3 P=1 G=1,1,1,1
 38 38 9 S=3 P=1
 39 39 40 S=3 P=1 G=1,1,1,1
 41 41 17 S=3 P=1
 42 42 43 S=3 P=1 G=1,1,1,1
 44 44 25 S=3 P=1

ACO

2

E=210000000 FY=500000 SH=0.001 EPU=0.02
 E=210000000 FY=600000 SH=0.001 EPU=0.02
 CONCRETO

1

E=28000000 FC=31600 EPO=0.002 FT=2565 G=10062000 W=25 CURVA=2

SECAO

3

NSECAO=1 YBASE=-0.2 B=0.15 H=0.4 CRRIG=1.0 COBR=0.03

NCONCRETO=1 NCAMALM=10,20 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0

NBARACO=4

A=0.0000503 Y=0.365 Z=0.035 NACO=1

A=0.0000503 Y=0.365 Z=0.115 NACO=1

A=0.0000785 Y=0.035 Z=0.035 NACO=1

A=0.0000785 Y=0.035 Z=0.115 NACO=1

ESTRIBOEXT=0.000196,0.2 NACO=2 NINTE=0,0

NSECAO=2 YBASE=-0.2 B=0.15 H=0.4 CRRIG=1.0 COBR=0.03

NCONCRETO=1 NCAMALM=10,20 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0

NBARACO=4

A=0.0000196 Y=0.365 Z=0.035 NACO=1

A=0.0000196 Y=0.365 Z=0.115 NACO=1

A=0.0000785 Y=0.035 Z=0.035 NACO=1

A=0.0000785 Y=0.035 Z=0.115 NACO=1

ESTRIBOEXT=0.000196,0.2 NACO=2 NINTE=0,0

NSECAO=3 YBASE=-0.1 B=0.2 H=0.2 CRRIG=1.0 COBR=0.03

NCONCRETO=1 NCAMALM=10,10 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0

NBARACO=8

A=0.0000785 Y=0.165 Z=0.035 NACO=1

A=0.0000785 Y=0.165 Z=0.1 NACO=1

A=0.0000785 Y=0.165 Z=0.165 NACO=1

A=0.0000785 Y=0.10 Z=0.035 NACO=1

A=0.0000785 Y=0.10 Z=0.165 NACO=1

A=0.0000785 Y=0.035 Z=0.035 NACO=1

A=0.0000785 Y=0.035 Z=0.1 NACO=1

A=0.0000785 Y=0.035 Z=0.165 NACO=1

ESTRIBOEXT=0.000196,0.12 NACO=2 NINTE=0,0

INICIAL

1 F=-3.300,0,0.1650,0,-0.1650

2 F=-3.300,0,0,0,0

3 F=-3.4375,0,0,0,-0.0286583333333

4 F=-3.575,0,0,0,0

5 F=-3.575,0,0,0,0

6 F=-3.575,0,0,0,0

7 F=-3.4375,0,0,0,0.0286583333333

8 F=-3.300,0,0,0,0

9 F=-3.300,0,0.1650,0,0.165

10 F=-3.300,0,0,0,0

11 F=-3.4375,0,0.0286583333333,0,0

12 F=-3.575,0,0,0,0

13 F=0,-3.575,0,0,0,0
14 F=0,-3.575,0,0,0,0
15 F=0,-3.4375,0,-0.028658333333,0,0
16 F=0,-3.300,0,0,0,0
17 F=0,-3.300,0,-0.1650,0,0.165
18 F=0,-3.300,0,0,0,0
19 F=0,-3.4375,0,0,0.028658333333
20 F=0,-3.575,0,0,0,0
21 F=0,-3.575,0,0,0,0
22 F=0,-3.575,0,0,0,0
23 F=0,-3.4375,0,0,0,-0.028658333333
24 F=0,-3.300,0,0,0,0
25 F=0,-3.300,0,-0.1650,0,-0.165
26 F=0,-3.300,0,0,0,0
27 F=0,-3.4375,0,-0.028658333333,0,0
28 F=0,-3.575,0,0,0,0
29 F=0,-3.575,0,0,0,0
30 F=0,-3.575,0,0,0,0
31 F=0,-3.4375,0,0.028658333333,0,0
32 F=0,-3.300,0,0,0,0

CARREGAMENTO

1 F=2.76,0,0,0,0,0
25 F=2.76,0,0,0,0,0

NAOLINEAR

ETAPAS=251 ITER=100 ALGO=1 TOL=0.002 TOLI=1
IMPRESSAO=2 NETAPAS=1 SELECIONA=0
P01 NO=5 DIR=2 FDESL=-100 FCARGA=1
TEN ELEM=2 SEC=3 FILAMENTOS=1,2,1,2 TIPO=1,1,3,3
DEF ELEM=33 SEC=1 DEF=4 ESFO=4
1 FACT=0.0
50 FACT=0.1
200 FACT=0.05

APÊNDICE B

Informações complementares dos exemplos estudados

B.1 INFORMAÇÕES ADICIONAIS SOBRE OS EXEMPLOS DO CAPÍTULO 5.

Apresenta-se a seguir o detalhamento das armaduras das vigas contínuas estudadas no item 5.3.3. As figuras foram extraídas de Junges (2011).

Figura B.1 – Armação das vigas contínuas V1 e V2 estudadas no item 5.3.3.

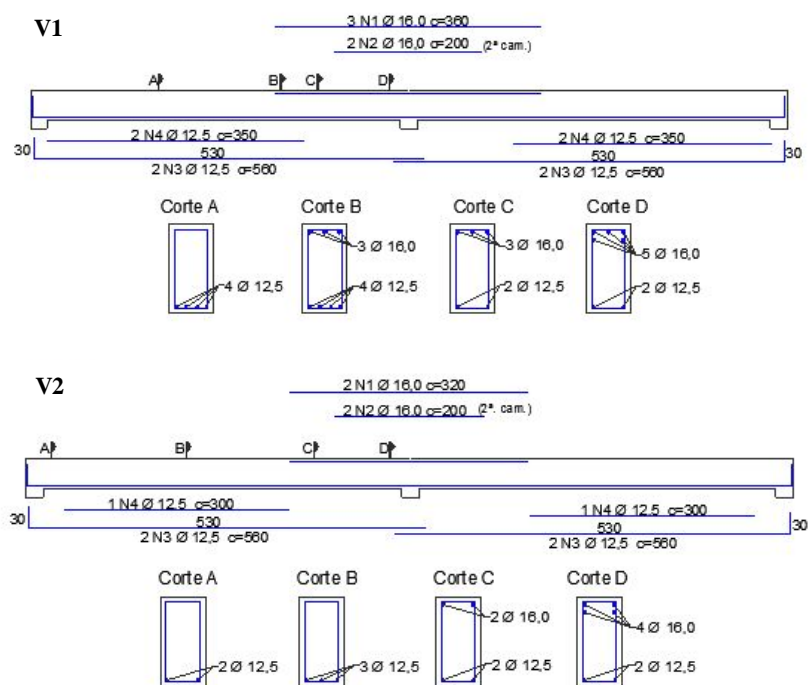
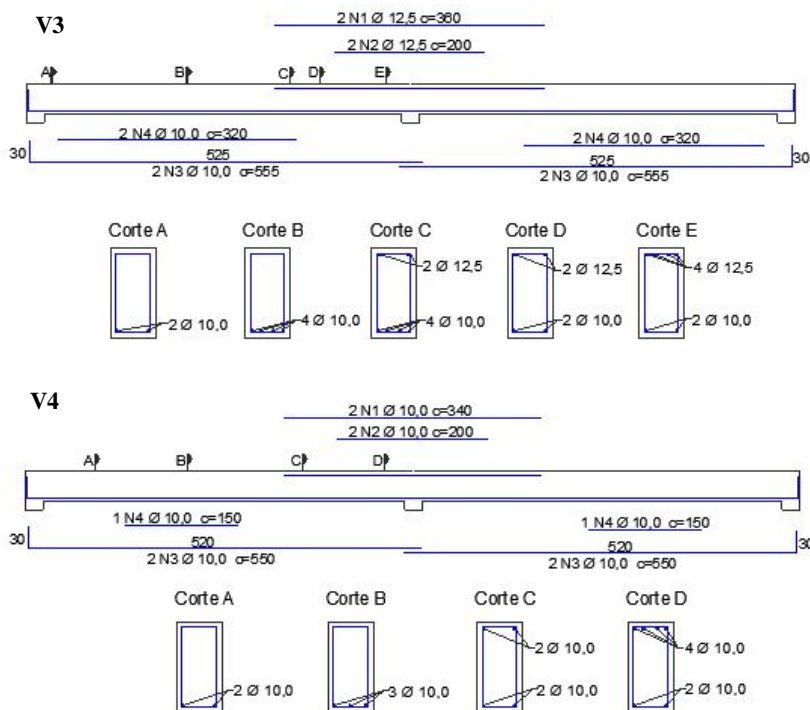


Figura B.2 – Armação das vigas contínuas V3 e V4 estudadas no item 5.3.3.



B.2 INFORMAÇÕES ADICIONAIS SOBRE OS EXEMPLOS DO CAPÍTULO 6

B.2.1 Pórtico de 5 pavimentos

Todos os detalhes de discretização e armação das vigas e pilares do pórtico estudado no item 6.2 estão contidas no arquivo de entrada de dados utilizado que está descrito abaixo para o primeiro caso de carregamento estudo e para análise não linear com consideração de diafragma rígido pelo programa ANEST/CA. Neste exemplo a carga inicial, que é aplicada nas vigas proveniente do peso próprio de paredes, lajes e revestimento, foi transformada em peso próprio do material para facilitar o lançamento.

ESTRUTURA

NOS=304 ANALISE=1 PAV=5 TIPO=2 UNID=1,1

COORDENADAS

1 X=0 Y=0 Z=0 !PRIMEIRO PAVIMENTO

6 X=0 Y=2.5 Z=0 G=1,6,1

7 X=5 Y=0 Z=0

12 X=5 Y=2.5 Z=0 G=7,12,1

13 X=5 Y=0 Z=5

18 X=5 Y=2.5 Z=5 G=13,18,1

19 X=0 Y=0 Z=5

24 X=0 Y=2.5 Z=5 G=19,24,1

25 X=0 Y=3 Z=0

35 X=5 Y=3 Z=0 G=25,35,1

45 X=5 Y=3 Z=5 G=35,45,1

55 X=0 Y=3 Z=5 G=45,55,1

64 X=0 Y=3 Z=0.5 G=55,64,1

65 X=0 Y=3.5 Z=0 !SEGUNDO PAVIMENTO

69 X=0 Y=5.5 Z=0 G=65,69,1

70 X=5 Y=3.5 Z=0

74 X=5 Y=5.5 Z=0 G=70,74,1

75 X=5 Y=3.5 Z=5

79 X=5 Y=5.5 Z=5 G=75,79,1

80 X=0 Y=3.5 Z=5

84 X=0 Y=5.5 Z=5 G=80,84,1

85 X=0 Y=6 Z=0

95 X=5 Y=6 Z=0 G=85,95,1

105 X=5 Y=6 Z=5 G=95,105,1

115 X=0 Y=6 Z=5 G=105,115,1

124 X=0 Y=6 Z=0.5 G=115,124,1

125 X=0 Y=6.5 Z=0 !TERCEIRO PAVIMENTO

129 X=0 Y=8.5 Z=0 G=125,129,1

130 X=5 Y=6.5 Z=0

134 X=5 Y=8.5 Z=0 G=130,134,1

135 X=5 Y=6.5 Z=5

139 X=5 Y=8.5 Z=5 G=135,139,1

140 X=0 Y=6.5 Z=5

144 X=0 Y=8.5 Z=5 G=140,144,1

145 X=0 Y=9 Z=0

155 X=5 Y=9 Z=0 G=145,155,1

165 X=5 Y=9 Z=5 G=155,165,1

175 X=0 Y=9 Z=5 G=165,175,1

184 X=0 Y=9 Z=0.5 G=175,184,1

185 X=0 Y=9.5 Z=0 !QUARTO PAVIMENTO

189 X=0 Y=11.5 Z=0 G=185,189,1

190 X=5 Y=9.5 Z=0

194 X=5 Y=11.5 Z=0 G=190,194,1
 195 X=5 Y=9.5 Z=5
 199 X=5 Y=11.5 Z=5 G=195,199,1
 200 X=0 Y=9.5 Z=5
 204 X=0 Y=11.5 Z=5 G=200,204,1
 205 X=0 Y=12 Z=0
 215 X=5 Y=12 Z=0 G=205,215,1
 225 X=5 Y=12 Z=5 G=215,225,1
 235 X=0 Y=12 Z=5 G=225,235,1
 244 X=0 Y=12 Z=0.5 G=235,244,1
 245 X=0 Y=12.5 Z=0 !COBERTURA
 249 X=0 Y=14.5 Z=0 G=245,249,1
 250 X=5 Y=12.5 Z=0
 254 X=5 Y=14.5 Z=0 G=250,254,1
 255 X=5 Y=12.5 Z=5
 259 X=5 Y=14.5 Z=5 G=255,259,1
 260 X=0 Y=12.5 Z=5
 264 X=0 Y=14.5 Z=5 G=260,264,1
 265 X=0 Y=15 Z=0
 275 X=5 Y=15 Z=0 G=265,275,1
 285 X=5 Y=15 Z=5 G=275,285,1
 295 X=0 Y=15 Z=5 G=285,295,1
 304 X=0 Y=15 Z=0.5 G=295,304,1

CONTORNO

1 GL=F,F,F,F,F,F
 7 GL=F,F,F,F,F,F
 13 GL=F,F,F,F,F,F
 19 GL=F,F,F,F,F,F

RESTRICAO

TIPO=1
 PAVIMENTO=1 MESTRE=25
 NOS=26,64,1
 PAVIMENTO=2 MESTRE=85
 NOS=86,124,1
 PAVIMENTO=3 MESTRE=145
 NOS=146,184,1
 PAVIMENTO=4 MESTRE=205
 NOS=206,244,1
 PAVIMENTO=5 MESTRE=265
 NOS=266,304,1

3DPORTICO

YEIXO=0.0
 1 1 2 S=2 P=1 G=4,1,1,1 !PRIMEIRO PAVIMENTO
 6 6 25 S=2 P=1

7 7 8 S=2 P=1 G=4,1,1,1
 12 12 35 S=2 P=1
 13 13 14 S=2 P=1 G=4,1,1,1
 18 18 45 S=2 P=1
 19 19 20 S=2 P=1 G=4,1,1,1
 24 24 55 S=2 P=1
 25 25 26 S=4 V=1 G=38,1,1,1 QY=-2.4
 64 64 25 S=4 V=1 QY=-2.4
 65 25 65 S=3 P=1 !SEGUNDO PAVIMENTO
 66 65 66 S=3 P=1 G=3,1,1,1
 70 69 85 S=3 P=1
 71 35 70 S=3 P=1
 72 70 71 S=3 P=1 G=3,1,1,1
 76 74 95 S=3 P=1
 77 45 75 S=3 P=1
 78 75 76 S=3 P=1 G=3,1,1,1
 82 79 105 S=3 P=1
 83 55 80 S=3 P=1
 84 80 81 S=3 P=1 G=3,1,1,1
 88 84 115 S=3 P=1
 89 85 86 S=4 V=1 G=38,1,1,1 QY=-2.4
 128 124 85 S=4 V=1 QY=-2.4
 129 85 125 S=2 P=1 !TERCEIRO PAVIMENTO
 130 125 126 S=2 P=1 G=3,1,1,1
 134 129 145 S=2 P=1
 135 95 130 S=2 P=1
 136 130 131 S=2 P=1 G=3,1,1,1
 140 134 155 S=2 P=1
 141 105 135 S=2 P=1
 142 135 136 S=2 P=1 G=3,1,1,1
 146 139 165 S=2 P=1
 147 115 140 S=2 P=1
 148 140 141 S=2 P=1 G=3,1,1,1
 152 144 175 S=2 P=1
 153 145 146 S=6 V=1 G=2,1,1,1 QY=-2.4
 156 148 149 S=5 V=1 G=3,1,1,1 QY=-2.4
 160 152 153 S=6 V=1 G=5,1,1,1 QY=-2.4
 166 158 159 S=5 V=1 G=3,1,1,1 QY=-2.4
 170 162 163 S=6 V=1 G=5,1,1,1 QY=-2.4
 176 168 169 S=5 V=1 G=3,1,1,1 QY=-2.4
 180 172 173 S=6 V=1 G=5,1,1,1 QY=-2.4
 186 178 179 S=5 V=1 G=3,1,1,1 QY=-2.4
 190 182 183 S=6 V=1 G=1,1,1,1 QY=-2.4
 192 184 145 S=6 V=1 QY=-2.4
 193 145 185 S=2 P=1 !QUARTO PAVIMENTO
 194 185 186 S=2 P=1 G=3,1,1,1

198 189 205 S=2 P=1
 199 155 190 S=2 P=1
 200 190 191 S=2 P=1 G=3,1,1,1
 204 194 215 S=2 P=1
 205 165 195 S=2 P=1
 206 195 196 S=2 P=1 G=3,1,1,1
 210 199 225 S=2 P=1
 211 175 200 S=2 P=1
 212 200 201 S=2 P=1 G=3,1,1,1
 216 204 235 S=2 P=1
 217 205 206 S=5 V=1 G=38,1,1,1 QY=-2.4
 256 244 205 S=5 V=1 QY=-2.4
 257 205 245 S=3 P=1 !COBERTURA
 258 245 246 S=3 P=1 G=3,1,1,1
 262 249 265 S=3 P=1
 263 215 250 S=3 P=1
 264 250 251 S=3 P=1 G=3,1,1,1
 268 254 275 S=3 P=1
 269 225 255 S=3 P=1
 270 255 256 S=3 P=1 G=3,1,1,1
 274 259 285 S=3 P=1
 275 235 260 S=3 P=1
 276 260 261 S=3 P=1 G=3,1,1,1
 280 264 295 S=3 P=1
 281 265 266 S=7 V=1 G=1,1,1,1 QY=-2.4
 283 267 268 S=8 V=1 QY=-2.4
 284 268 269 S=1 V=1 G=3,1,1,1 QY=-2.4
 288 272 273 S=8 V=1 QY=-2.4
 289 273 274 S=7 V=1 G=3,1,1,1 QY=-2.4
 293 277 278 S=8 V=1 QY=-2.4
 294 278 279 S=1 V=1 G=3,1,1,1 QY=-2.4
 298 282 283 S=8 V=1 QY=-2.4
 299 283 284 S=7 V=1 G=3,1,1,1 QY=-2.4
 303 287 288 S=8 V=1 QY=-2.4
 304 288 289 S=1 V=1 G=3,1,1,1 QY=-2.4
 308 292 293 S=8 V=1 QY=-2.4
 309 293 294 S=7 V=1 G=3,1,1,1 QY=-2.4
 313 297 298 S=8 V=1 QY=-2.4
 314 298 299 S=1 V=1 G=3,1,1,1 QY=-2.4
 318 302 303 S=8 V=1 QY=-2.4
 319 303 304 S=7 V=1 QY=-2.4
 320 304 265 S=7 V=1 QY=-2.4

ACO

2

E=210000000 FY=500000 SH=0.001 EPU=0.02
 E=210000000 FY=600000 SH=0.001 EPU=0.02

CONCRETO

3

E=28000000 FC=31600 EPO=0.002 FT=2565 G=10062000 W=25 CURVA=2
 E=28000000 FC=31600 EPO=0.002 FT=2565 G=10062000 W=176.667 CURVA=2
 E=28000000 FC=31600 EPO=0.002 FT=2565 G=10062000 W=148.333 CURVA=2

SECAO

8

NSECAO=1 YBASE=-0.225 B=0.20 H=0.45 CRRIG=1.0 COBR=0.03
 NCONCRETO=3 NCAMALM=4,12 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0
 NBARACO=5
 A=0.0000785 Y=0.41 Z=0.04 NACO=1
 A=0.0000785 Y=0.41 Z=0.16 NACO=1
 A=0.0000785 Y=0.04 Z=0.04 NACO=1
 A=0.0000785 Y=0.04 Z=0.10 NACO=1
 A=0.0000785 Y=0.04 Z=0.16 NACO=1
 ESTRIBOEXT=0.00004,0.10 NACO=2 NINTE=0,0
 NSECAO=2 YBASE=-0.15 B=0.30 H=0.30 CRRIG=1.0 COBR=0.03
 NCONCRETO=1 NCAMALM=12,12 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0
 NBARACO=4
 A=0.000201 Y=0.257 Z=0.043 NACO=1
 A=0.000201 Y=0.257 Z=0.257 NACO=1
 A=0.000201 Y=0.043 Z=0.043 NACO=1
 A=0.000201 Y=0.043 Z=0.257 NACO=1
 ESTRIBOEXT=0.00004,0.12 NACO=2 NINTE=0,0
 NSECAO=3 YBASE=-0.15 B=0.30 H=0.30 CRRIG=1.0 COBR=0.03
 NCONCRETO=1 NCAMALM=12,12 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0
 NBARACO=4
 A=0.000314 Y=0.255 Z=0.045 NACO=1
 A=0.000314 Y=0.255 Z=0.255 NACO=1
 A=0.000314 Y=0.045 Z=0.045 NACO=1
 A=0.000314 Y=0.045 Z=0.255 NACO=1
 ESTRIBOEXT=0.00004,0.12 NACO=2 NINTE=0,0
 NSECAO=4 YBASE=-0.225 B=0.20 H=0.45 CRRIG=1.0 COBR=0.03
 NCONCRETO=2 NCAMALM=4,12 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0
 NBARACO=9
 A=0.000123 Y=0.41 Z=0.04 NACO=1
 A=0.000123 Y=0.41 Z=0.08 NACO=1
 A=0.000123 Y=0.41 Z=0.12 NACO=1
 A=0.000123 Y=0.41 Z=0.16 NACO=1
 A=0.000123 Y=0.375 Z=0.04 NACO=1
 A=0.000123 Y=0.375 Z=0.16 NACO=1
 A=0.000123 Y=0.04 Z=0.04 NACO=1
 A=0.000123 Y=0.04 Z=0.0 NACO=1
 A=0.000123 Y=0.04 Z=0.16 NACO=1

ESTRIBOEXT=0.00004,0.075 NACO=2 NINTE=0,0
 NSECAO=5 YBASE=-0.225 B=0.20 H=0.45 CRRIG=1.0 COBR=0.03
 NCONCRETO=2 NCAMALM=4,12 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0
 NBARACO=6
 A=0.000123 Y=0.41 Z=0.04 NACO=1
 A=0.000123 Y=0.41 Z=0.08 NACO=1
 A=0.000123 Y=0.41 Z=0.12 NACO=1
 A=0.000123 Y=0.41 Z=0.16 NACO=1
 A=0.000123 Y=0.04 Z=0.04 NACO=1
 A=0.000123 Y=0.04 Z=0.16 NACO=1
 ESTRIBOEXT=0.00004,0.075 NACO=2 NINTE=0,0
 NSECAO=6 YBASE=-0.225 B=0.20 H=0.45 CRRIG=1.0 COBR=0.03
 NCONCRETO=2 NCAMALM=4,12 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0
 NBARACO=7
 A=0.000123 Y=0.41 Z=0.04 NACO=1
 A=0.000123 Y=0.41 Z=0.08 NACO=1
 A=0.000123 Y=0.41 Z=0.12 NACO=1
 A=0.000123 Y=0.41 Z=0.16 NACO=1
 A=0.000123 Y=0.375 Z=0.0 NACO=1
 A=0.000123 Y=0.04 Z=0.04 NACO=1
 A=0.000123 Y=0.04 Z=0.16 NACO=1
 ESTRIBOEXT=0.00004,0.075 NACO=2 NINTE=0,0
 NSECAO=7 YBASE=-0.225 B=0.20 H=0.45 CRRIG=1.0 COBR=0.03
 NCONCRETO=3 NCAMALM=4,12 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0
 NBARACO=6
 A=0.0000785 Y=0.41 Z=0.04 NACO=1
 A=0.0000785 Y=0.41 Z=0.16 NACO=1
 A=0.0000785 Y=0.41 Z=0.08 NACO=1
 A=0.0000785 Y=0.41 Z=0.12 NACO=1
 A=0.0000785 Y=0.04 Z=0.04 NACO=1
 A=0.0000785 Y=0.04 Z=0.16 NACO=1
 ESTRIBOEXT=0.00004,0.10 NACO=2 NINTE=0,0
 NSECAO=8 YBASE=-0.225 B=0.20 H=0.45 CRRIG=1.0 COBR=0.03
 NCONCRETO=3 NCAMALM=4,12 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0
 NBARACO=7
 A=0.0000785 Y=0.41 Z=0.04 NACO=1
 A=0.0000785 Y=0.41 Z=0.16 NACO=1
 A=0.0000785 Y=0.41 Z=0.08 NACO=1
 A=0.0000785 Y=0.41 Z=0.12 NACO=1
 A=0.0000785 Y=0.04 Z=0.04 NACO=1
 A=0.0000785 Y=0.04 Z=0.0 NACO=1
 A=0.0000785 Y=0.04 Z=0.16 NACO=1
 ESTRIBOEXT=0.00004,0.10 NACO=2 NINTE=0,0

INICIAL

265 F=0,-30,0,0,0,0
 275 F=0,-30,0,0,0,0

285 F=0,-30,0,0,0,0
 295 F=0,-30,0,0,0,0

CARREGAMENTO

265 F=4.14,0,0,0,0,0
 295 F=4.14,0,0,0,0,0
 205 F=8,0,0,0,0,0
 235 F=8,0,0,0,0,0
 145 F=7.53,0,0,0,0,0
 175 F=7.53,0,0,0,0,0
 85 F=6.93,0,0,0,0,0
 115 F=6.93,0,0,0,0,0
 25 F=5.9,0,0,0,0,0
 55 F=5.9,0,0,0,0,0

NAOLINEAR

ETAPAS=201 ITER=100 ALGO=1 TOL=0.002 TOLI=1
 IMPRESSAO=2 NETAPAS=1 SELECIONA=0
 P01 NO=265 DIR=1 FDESL=100 FCARGA=1
 TEN ELEM=2 SEC=3 FILAMENTOS=1,2,1,2 TIPO=1,1,3,3
 DEF ELEM=281 SEC=1 DEF=2 ESFO=2
 1 FACT=0
 200 FACT=0.03

B.2.2 Pórtico de 10 pavimentos

A descrição da seção transversal e armaduras dos pilares estão detalhadas no Quadro B.1. Na sequência apresenta-se o arquivo de entrada de dados em que estão todas as informações referentes as armações das vigas e discretização dos elementos.

Quadro B.1 – Descrição dos pilares do pórtico de 10 pavimentos.

Pilares:	P1/ P3/ P7/ P9			P2/ P8		
Pavi-mento:	Seção (cm)	As long.	As transv.	Seção (cm)	As long.	As transv.
Cobert.	20x60	12 ϕ 16	ϕ 5 c/ 15 cm	20 x 60	8 ϕ 10	ϕ 5 c/ 12 cm
9°	20x60	10 ϕ 12,5	ϕ 5 c/ 15 cm	20 x 60	8 ϕ 10	ϕ 5 c/ 12 cm
8°	20x60	10 ϕ 12,5	ϕ 5 c/ 15 cm	20 x 60	8 ϕ 10	ϕ 5 c/ 12 cm
7°	20x60	10 ϕ 12,5	ϕ 5 c/ 15 cm	20 x 60	8 ϕ 12,5	ϕ 5 c/ 15 cm
6°	20x60	10 ϕ 12,5	ϕ 5 c/ 15 cm	20 x 60	8 ϕ 12,5	ϕ 5 c/ 15 cm
5°	20x60	10 ϕ 12,5	ϕ 5 c/ 15 cm	30 x 60	8 ϕ 12,5	ϕ 5 c/ 15 cm
4°	20x60	10 ϕ 16	ϕ 5 c/ 15 cm	30 x 60	8 ϕ 12,5	ϕ 5 c/ 15 cm
3°	20x60	10 ϕ 16	ϕ 5 c/ 15 cm	30 x 60	8 ϕ 12,5	ϕ 5 c/ 15 cm
2°	20x60	14 ϕ 16	ϕ 5 c/ 15 cm	30 x 60	8 ϕ 20	ϕ 5 c/ 20 cm
1°	20x60	14 ϕ 16	ϕ 5 c/ 15 cm	30 x 60	8 ϕ 20	ϕ 5 c/ 20 cm
Pilares:	P4/ P6			P5		
Pavi-mento:	Seção (cm)	As long.	As transv.	Seção (cm)	As long.	As transv.
Cobert.	20x50	8 ϕ 12,5	ϕ 5 c/ 15 cm	30 x 30	4 ϕ 12,5	ϕ 5 c/ 15 cm
9°	20x50	8 ϕ 12,5	ϕ 5 c/ 15 cm	30 x 30	4 ϕ 12,5	ϕ 5 c/ 15 cm
8°	20x50	8 ϕ 12,5	ϕ 5 c/ 15 cm	30 x 30	4 ϕ 12,5	ϕ 5 c/ 15 cm
7°	20x50	10 ϕ 16	ϕ 5 c/ 15 cm	30 x 30	16 ϕ 12,5	ϕ 5 c/ 15 cm
6°	20x50	10 ϕ 16	ϕ 5 c/ 15 cm	30 x 30	16 ϕ 12,5	ϕ 5 c/ 15 cm
5°	30x50	10 ϕ 12,5	ϕ 5 c/ 11 cm	40 x 40	12 ϕ 12,5	ϕ 5 c/ 15 cm
4°	30x50	10 ϕ 12,5	ϕ 5 c/ 11 cm	40 x 40	12 ϕ 12,5	ϕ 5 c/ 15 cm
3°	30x50	14 ϕ 16	ϕ 5 c/ 11 cm	40 x 40	16 ϕ 16	ϕ 5 c/ 19 cm
2°	30x50	14 ϕ 16	ϕ 5 c/ 11 cm	40 x 40	16 ϕ 16	ϕ 5 c/ 19 cm
1°	30x50	14 ϕ 16	ϕ 5 c/ 11 cm	40 x 40	16 ϕ 20	ϕ 5 c/ 19 cm

Apresenta-se a seguir o arquivo de entrada de dados utilizado para análise não linear com consideração do diafragma, para força de vento aplicada na direção do eixo X da estrutura. Alguns dados, como carga inicial, foram suprimidos para não tornar a descrição aqui muito extensa, também se organizou alguns separadores em colunas com o mesmo objetivo.

ESTRUTURA

NOS=1629 ANALISE=1 PAV=10 TIPO=2 UNID=1,1

COORDENADAS

1 X= 0 Y= 0 Z= 0	890 X= 0.0 Y= 18.0 Z= 4.0
6 X= 0 Y= 2.5 Z= 0 G= 1,6,1	914 X= 12.0 Y= 18.0 Z= 4.0 G=
7 X= 6 Y= 0 Z= 0	890,914,1
12 X= 6 Y= 2.5 Z= 0 G= 7,12,1	915 X= 0.0 Y= 18.0 Z= 8.0
13 X= 12 Y= 0 Z= 0	939 X= 12.0 Y= 18.0 Z= 8.0 G=
18 X= 12 Y= 2.5 Z= 0 G= 13,18,1	915,939,1
19 X= 0 Y= 0 Z= 4	940 X= 0.0 Y= 18.0 Z= 7.5
24 X= 0 Y= 2.5 Z= 4 G= 19,24,1	946 X= 0.0 Y= 18.0 Z= 4.5 G=
25 X= 6 Y= 0 Z= 4	940,946,1
30 X= 6 Y= 2.5 Z= 4 G= 25,30,1	947 X= 0.0 Y= 18.0 Z= 3.5
31 X= 12 Y= 0 Z= 4	953 X= 0.0 Y= 18.0 Z= 0.5 G=
36 X= 12 Y= 2.5 Z= 4 G= 31,36,1	947,953,1
37 X= 0 Y= 0 Z= 8	954 X= 6.0 Y= 18.0 Z= 7.5
42 X= 0 Y= 2.5 Z= 8 G= 37,42,1	960 X= 6.0 Y= 18.0 Z= 4.5 G=
43 X= 6 Y= 0 Z= 8	954,960,1
48 X= 6 Y= 2.5 Z= 8 G= 43,48,1	961 X= 6.0 Y= 18.0 Z= 3.5
49 X= 12 Y= 0 Z= 8	967 X= 6.0 Y= 18.0 Z= 0.5 G=
54 X= 12 Y= 2.5 Z= 8 G= 49,54,1	961,967,1
55 X= 0.0 Y= 3.0 Z= 0.0	968 X= 12.0 Y= 18.0 Z= 7.5
79 X= 12.0 Y= 3.0 Z= 0.0 G= 55,79,1	974 X= 12.0 Y= 18.0 Z= 4.5 G=
80 X= 0.0 Y= 3.0 Z= 4.0	968,974,1
104 X= 12.0 Y= 3.0 Z= 4.0 G= 80,104,1	975 X= 12.0 Y= 18.0 Z= 3.5
105 X= 0.0 Y= 3.0 Z= 8.0	981 X= 12.0 Y= 18.0 Z= 0.5 G=
129 X= 12.0 Y= 3.0 Z= 8.0 G=	975,981,1
105,129,1	982 X= 0 Y= 18.5 Z= 0
130 X= 0.0 Y= 3.0 Z= 7.5	986 X= 0 Y= 20.5 Z= 0 G= 982,986,1
136 X= 0.0 Y= 3.0 Z= 4.5 G= 130,136,1	987 X= 6 Y= 18.5 Z= 0
137 X= 0.0 Y= 3.0 Z= 3.5	991 X= 6 Y= 20.5 Z= 0 G= 987,991,1
143 X= 0.0 Y= 3.0 Z= 0.5 G= 137,143,1	992 X= 12 Y= 18.5 Z= 0
144 X= 6.0 Y= 3.0 Z= 7.5	996 X= 12 Y= 20.5 Z= 0 G= 992,996,1
150 X= 6.0 Y= 3.0 Z= 4.5 G= 144,150,1	997 X= 0 Y= 18.5 Z= 4
151 X= 6.0 Y= 3.0 Z= 3.5	1001 X= 0 Y= 20.5 Z= 4 G= 997,1001,1
157 X= 6.0 Y= 3.0 Z= 0.5 G= 151,157,1	1002 X= 6 Y= 18.5 Z= 4
158 X= 12.0 Y= 3.0 Z= 7.5	1006 X= 6 Y= 20.5 Z= 4 G=
164 X= 12.0 Y= 3.0 Z= 4.5 G=	1002,1006,1
158,164,1	1007 X= 12 Y= 18.5 Z= 4
165 X= 12.0 Y= 3.0 Z= 3.5	1011 X= 12 Y= 20.5 Z= 4 G=
171 X= 12.0 Y= 3.0 Z= 0.5 G=	1007,1011,1
165,171,1	1012 X= 0 Y= 18.5 Z= 8
172 X= 0 Y= 3.5 Z= 0	1016 X= 0 Y= 20.5 Z= 8 G=
176 X= 0 Y= 5.5 Z= 0 G= 172,176,1	1012,1016,1
177 X= 6 Y= 3.5 Z= 0	1017 X= 6 Y= 18.5 Z= 8
181 X= 6 Y= 5.5 Z= 0 G= 177,181,1	

182 X= 12 Y= 3.5 Z= 0	1021 X= 6 Y= 20.5 Z= 8 G=
186 X= 12 Y= 5.5 Z= 0 G= 182,186,1	1017,1021,1
187 X= 0 Y= 3.5 Z= 4	1022 X= 12 Y= 18.5 Z= 8
191 X= 0 Y= 5.5 Z= 4 G= 187,191,1	1026 X= 12 Y=20.5 Z= 8 G=
192 X= 6 Y= 3.5 Z= 4	1022,1026,1
196 X= 6 Y= 5.5 Z= 4 G= 192,196,1	1027 X= 0.0 Y= 21.0 Z= 0.0
197 X= 12 Y= 3.5 Z= 4	1051 X=12.0 Y=21.0 Z=0.0 G=
201 X= 12 Y= 5.5 Z= 4 G= 197,201,1	1027,1051,1
202 X= 0 Y= 3.5 Z= 8	1052 X= 0.0 Y= 21.0 Z= 4.0
206 X= 0 Y= 5.5 Z= 8 G= 202,206,1	1076 X= 12.0 Y=21.0 Z= 4.0 G=
207 X= 6 Y= 3.5 Z= 8	1052,1076,1
211 X= 6 Y= 5.5 Z= 8 G= 207,211,1	1077 X= 0.0 Y= 21.0 Z= 8.0
212 X= 12 Y= 3.5 Z= 8	1101 X= 12.0 Y= 21.0 Z= 8.0 G=
216 X= 12 Y= 5.5 Z= 8 G= 212,216,1	1077,1101,1
217 X= 0.0 Y= 6.0 Z= 0.0	1102 X= 0.0 Y= 21.0 Z= 7.5
241 X= 12.0 Y= 6.0 Z= 0.0 G=	1108 X= 0.0 Y= 21.0 Z= 4.5 G=
217,241,1	1102,1108,1
242 X= 0.0 Y= 6.0 Z= 4.0	1109 X= 0.0 Y= 21.0 Z= 3.5
266 X= 12.0 Y= 6.0 Z= 4.0 G=	1115 X= 0.0 Y= 21.0 Z= 0.5 G=
242,266,1	1109,1115,1
267 X= 0.0 Y= 6.0 Z= 8.0	1116 X= 6.0 Y= 21.0 Z= 7.5
291 X= 12.0 Y= 6.0 Z= 8.0 G=	1122 X= 6.0 Y= 21.0 Z= 4.5 G=
267,291,1	1116,1122,1
292 X= 0.0 Y= 6.0 Z= 7.5	1123 X= 6.0 Y= 21.0 Z= 3.5
298 X= 0.0 Y= 6.0 Z= 4.5 G= 292,298,1	1129 X= 6.0 Y= 21.0 Z= 0.5 G=
299 X= 0.0 Y= 6.0 Z= 3.5	1123,1129,1
305 X= 0.0 Y= 6.0 Z= 0.5 G= 299,305,1	1130 X= 12.0 Y= 21.0 Z= 7.5
306 X= 6.0 Y= 6.0 Z= 7.5	1136 X= 12.0 Y= 21.0 Z= 4.5 G=
312 X= 6.0 Y= 6.0 Z= 4.5 G= 306,312,1	1130,1136,1
313 X= 6.0 Y= 6.0 Z= 3.5	1137 X= 12.0 Y= 21.0 Z= 3.5
319 X= 6.0 Y= 6.0 Z= 0.5 G= 313,319,1	1143 X= 12.0 Y= 21.0 Z= 0.5 G=
320 X= 12.0 Y= 6.0 Z= 7.5	1137,1143,1
326 X= 12.0 Y= 6.0 Z= 4.5 G=	1144 X= 0 Y= 21.5 Z= 0
320,326,1	1148 X= 0 Y= 23.5 Z= 0 G=
327 X= 12.0 Y= 6.0 Z= 3.5	1144,1148,1
333 X= 12.0 Y= 6.0 Z= 0.5 G=	1149 X= 6 Y= 21.5 Z= 0
327,333,1	1153 X= 6 Y= 23.5 Z= 0 G=
334 X= 0 Y= 6.5 Z= 0	1149,1153,1
338 X= 0 Y= 8.5 Z= 0 G= 334,338,1	1154 X= 12 Y= 21.5 Z= 0
339 X= 6 Y= 6.5 Z= 0	1158 X= 12 Y= 23.5 Z= 0 G=
343 X= 6 Y= 8.5 Z= 0 G= 339,343,1	1154,1158,1
344 X= 12 Y= 6.5 Z= 0	1159 X= 0 Y= 21.5 Z= 4
348 X= 12 Y= 8.5 Z= 0 G= 344,348,1	1163 X= 0 Y= 23.5 Z= 4 G=
349 X= 0 Y= 6.5 Z= 4	1159,1163,1
353 X= 0 Y= 8.5 Z= 4 G= 349,353,1	1164 X= 6 Y= 21.5 Z= 4
354 X= 6 Y= 6.5 Z= 4	1168 X= 6 Y= 23.5 Z= 4 G=
358 X= 6 Y= 8.5 Z= 4 G= 354,358,1	1164,1168,1
359 X= 12 Y= 6.5 Z= 4	1169 X= 12 Y= 21.5 Z= 4
363 X= 12 Y= 8.5 Z= 4 G= 359,363,1	1173 X= 12 Y= 23.5 Z= 4 G=
364 X= 0 Y= 6.5 Z= 8	1169,1173,1

368 X= 0 Y= 8.5 Z= 8 G= 364,368,1	1174 X= 0 Y= 21.5 Z= 8
369 X= 6 Y= 6.5 Z= 8	1178 X= 0 Y= 23.5 Z= 8 G=
373 X= 6 Y= 8.5 Z= 8 G= 369,373,1	1174,1178,1
374 X= 12 Y= 6.5 Z= 8	1179 X= 6 Y= 21.5 Z= 8
378 X= 12 Y= 8.5 Z= 8 G= 374,378,1	1183 X= 6 Y= 23.5 Z= 8 G=
379 X= 0.0 Y= 9.0 Z= 0.0	1179,1183,1
403 X= 12.0 Y= 9.0 Z= 0.0 G=	1184 X= 12 Y= 21.5 Z= 8
379,403,1	1188 X= 12 Y= 23.5 Z= 8 G=
404 X= 0.0 Y= 9.0 Z= 4.0	1184,1188,1
428 X= 12.0 Y= 9.0 Z= 4.0 G=	1189 X= 0.0 Y= 24.0 Z= 0.0
404,428,1	1213 X= 12.0 Y= 24.0 Z= 0.0 G=
429 X= 0.0 Y= 9.0 Z= 8.0	1189,1213,1
453 X= 12.0 Y= 9.0 Z= 8.0 G=	1214 X= 0.0 Y= 24.0 Z= 4.0
429,453,1	1238 X= 12.0 Y= 24.0 Z= 4.0 G=
454 X= 0.0 Y= 9.0 Z= 7.5	1214,1238,1
460 X= 0.0 Y= 9.0 Z= 4.5 G= 454,460,1	1239 X= 0.0 Y= 24.0 Z= 8.0
461 X= 0.0 Y= 9.0 Z= 3.5	1263 X= 12.0 Y= 24.0 Z= 8.0 G=
467 X= 0.0 Y= 9.0 Z= 0.5 G= 461,467,1	1239,1263,1
468 X= 6.0 Y= 9.0 Z= 7.5	1264 X= 0.0 Y= 24.0 Z= 7.5
474 X= 6.0 Y= 9.0 Z= 4.5 G= 468,474,1	1270 X= 0.0 Y= 24.0 Z= 4.5 G=
475 X= 6.0 Y= 9.0 Z= 3.5	1264,1270,1
481 X= 6.0 Y= 9.0 Z= 0.5 G= 475,481,1	1271 X= 0.0 Y= 24.0 Z= 3.5
482 X= 12.0 Y= 9.0 Z= 7.5	1277 X= 0.0 Y= 24.0 Z= 0.5 G=
488 X= 12.0 Y= 9.0 Z= 4.5 G=	1271,1277,1
482,488,1	1278 X= 6.0 Y= 24.0 Z= 7.5
489 X= 12.0 Y= 9.0 Z= 3.5	1284 X= 6.0 Y= 24.0 Z= 4.5 G=
495 X= 12.0 Y= 9.0 Z= 0.5 G=	1278,1284,1
489,495,1	1285 X= 6.0 Y= 24.0 Z= 3.5
496 X= 0 Y= 9.5 Z= 0	1291 X= 6.0 Y= 24.0 Z= 0.5 G=
500 X= 0 Y= 11.5 Z= 0 G= 496,500,1	1285,1291,1
501 X= 6 Y= 9.5 Z= 0	1292 X= 12.0 Y= 24.0 Z= 7.5
505 X= 6 Y= 11.5 Z= 0 G= 501,505,1	1298 X= 12.0 Y= 24.0 Z= 4.5 G=
506 X= 12 Y= 9.5 Z= 0	1292,1298,1
510 X= 12 Y= 11.5 Z= 0 G= 506,510,1	1299 X= 12.0 Y= 24.0 Z= 3.5
511 X= 0 Y= 9.5 Z= 4	1305 X= 12.0 Y= 24.0 Z= 0.5 G=
515 X= 0 Y= 11.5 Z= 4 G= 511,515,1	1299,1305,1
516 X= 6 Y= 9.5 Z= 4	1306 X= 0 Y= 24.5 Z= 0
520 X= 6 Y= 11.5 Z= 4 G= 516,520,1	1310 X= 0 Y= 26.5 Z= 0 G=
521 X= 12 Y= 9.5 Z= 4	1306,1310,1
525 X= 12 Y= 11.5 Z= 4 G= 521,525,1	1311 X= 6 Y= 24.5 Z= 0
526 X= 0 Y= 9.5 Z= 8	1315 X= 6 Y= 26.5 Z= 0 G=
530 X= 0 Y= 11.5 Z= 8 G= 526,530,1	1311,1315,1
531 X= 6 Y= 9.5 Z= 8	1316 X= 12 Y= 24.5 Z= 0
535 X= 6 Y= 11.5 Z= 8 G= 531,535,1	1320 X= 12 Y= 26.5 Z= 0 G=
536 X= 12 Y= 9.5 Z= 8	1316,1320,1
540 X= 12 Y= 11.5 Z= 8 G= 536,540,1	1321 X= 0 Y= 24.5 Z= 4
541 X= 0.0 Y= 12.0 Z= 0.0	1325 X= 0 Y= 26.5 Z= 4 G=
	1321,1325,1

565 X= 12.0 Y= 12.0 Z= 0.0 G=	1326 X= 6 Y= 24.5 Z= 4
541,565,1	1330 X= 6 Y= 26.5 Z= 4 G=
566 X= 0.0 Y= 12.0 Z= 4.0	1326,1330,1
590 X= 12.0 Y= 12.0 Z= 4.0 G=	1331 X= 12 Y= 24.5 Z= 4
566,590,1	1335 X= 12 Y= 26.5 Z= 4 G=
591 X= 0.0 Y= 12.0 Z= 8.0	1331,1335,1
615 X= 12.0 Y= 12.0 Z= 8.0 G=	1336 X= 0 Y= 24.5 Z= 8
591,615,1	1340 X= 0 Y= 26.5 Z= 8 G=
616 X= 0.0 Y= 12.0 Z= 7.5	1336,1340,1
622 X= 0.0 Y= 12.0 Z= 4.5 G=	1341 X= 6 Y= 24.5 Z= 8
616,622,1	1345 X= 6 Y= 26.5 Z= 8 G=
623 X= 0.0 Y= 12.0 Z= 3.5	1341,1345,1
629 X= 0.0 Y= 12.0 Z= 0.5 G=	1346 X= 12 Y= 24.5 Z= 8
623,629,1	1350 X= 12 Y= 26.5 Z= 8 G=
630 X= 6.0 Y= 12.0 Z= 7.5	1346,1350,1
636 X= 6.0 Y= 12.0 Z= 4.5 G=	1351 X= 0.0 Y= 27.0 Z= 0.0
630,636,1	1375 X= 12.0 Y= 27.0 Z= 0.0 G=
637 X= 6.0 Y= 12.0 Z= 3.5	1351,1375,1
643 X= 6.0 Y= 12.0 Z= 0.5 G=	1376 X= 0.0 Y= 27.0 Z= 4.0
637,643,1	1400 X= 12.0 Y= 27.0 Z= 4.0 G=
644 X= 12.0 Y= 12.0 Z= 7.5	1376,1400,1
650 X= 12.0 Y= 12.0 Z= 4.5 G=	1401 X= 0.0 Y= 27.0 Z= 8.0
644,650,1	1425 X= 12.0 Y= 27.0 Z= 8.0 G=
651 X= 12.0 Y= 12.0 Z= 3.5	1401,1425,1
657 X= 12.0 Y= 12.0 Z= 0.5 G=	1426 X= 0.0 Y= 27.0 Z= 7.5
651,657,1	1432 X= 0.0 Y= 27.0 Z= 4.5 G=
658 X= 0 Y= 12.5 Z= 0	1426,1432,1
662 X= 0 Y= 14.5 Z= 0 G= 658,662,1	1433 X= 0.0 Y= 27.0 Z= 3.5
663 X= 6 Y= 12.5 Z= 0	1439 X= 0.0 Y= 27.0 Z= 0.5 G=
667 X= 6 Y= 14.5 Z= 0 G= 663,667,1	1433,1439,1
668 X= 12 Y= 12.5 Z= 0	1440 X= 6.0 Y= 27.0 Z= 7.5
672 X= 12 Y= 14.5 Z= 0 G= 668,672,1	1446 X= 6.0 Y= 27.0 Z= 4.5 G=
673 X= 0 Y= 12.5 Z= 4	1440,1446,1
677 X= 0 Y= 14.5 Z= 4 G= 673,677,1	1447 X= 6.0 Y= 27.0 Z= 3.5
678 X= 6 Y= 12.5 Z= 4	1453 X= 6.0 Y= 27.0 Z= 0.5 G=
682 X= 6 Y= 14.5 Z= 4 G= 678,682,1	1447,1453,1
683 X= 12 Y= 12.5 Z= 4	1454 X= 12.0 Y= 27.0 Z= 7.5
687 X= 12 Y= 14.5 Z= 4 G= 683,687,1	1460 X= 12.0 Y= 27.0 Z= 4.5 G=
688 X= 0 Y= 12.5 Z= 8	1454,1460,1
692 X= 0 Y= 14.5 Z= 8 G= 688,692,1	1461 X= 12.0 Y= 27.0 Z= 3.5
693 X= 6 Y= 12.5 Z= 8	1467 X= 12.0 Y= 27.0 Z= 0.5 G=
697 X= 6 Y= 14.5 Z= 8 G= 693,697,1	1461,1467,1
698 X= 12 Y= 12.5 Z= 8	1468 X= 0 Y= 27.5 Z= 0
702 X= 12 Y= 14.5 Z= 8 G= 698,702,1	1472 X= 0 Y= 29.5 Z= 0 G=
703 X= 0.0 Y= 15.0 Z= 0.0	1468,1472,1
727 X= 12.0 Y= 15.0 Z= 0.0 G=	1473 X= 6 Y= 27.5 Z= 0
703,727,1	1477 X= 6 Y= 29.5 Z= 0 G=
728 X= 0.0 Y= 15.0 Z= 4.0	1473,1477,1
752 X= 12.0 Y= 15.0 Z= 4.0 G=	1478 X= 12 Y= 27.5 Z= 0
728,752,1	

753 X= 0.0 Y= 15.0 Z= 8.0	1482 X= 12 Y= 29.5 Z= 0 G=
777 X= 12.0 Y= 15.0 Z= 8.0 G=	1478,1482,1
753,777,1	1483 X= 0 Y= 27.5 Z= 4
778 X= 0.0 Y= 15.0 Z= 7.5	1487 X= 0 Y= 29.5 Z= 4 G=
784 X= 0.0 Y= 15.0 Z= 4.5 G=	1483,1487,1
778,784,1	1488 X= 6 Y= 27.5 Z= 4
785 X= 0.0 Y= 15.0 Z= 3.5	1492 X= 6 Y= 29.5 Z= 4 G=
791 X= 0.0 Y= 15.0 Z= 0.5 G=	1488,1492,1
785,791,1	1493 X= 12 Y= 27.5 Z= 4
792 X= 6.0 Y= 15.0 Z= 7.5	1497 X= 12 Y= 29.5 Z= 4 G=
798 X= 6.0 Y= 15.0 Z= 4.5 G=	1493,1497,1
792,798,1	1498 X= 0 Y= 27.5 Z= 8
799 X= 6.0 Y= 15.0 Z= 3.5	1502 X= 0 Y= 29.5 Z= 8 G=
805 X= 6.0 Y= 15.0 Z= 0.5 G=	1498,1502,1
799,805,1	1503 X= 6 Y= 27.5 Z= 8
806 X= 12.0 Y= 15.0 Z= 7.5	1507 X= 6 Y= 29.5 Z= 8 G=
812 X= 12.0 Y= 15.0 Z= 4.5 G=	1503,1507,1
806,812,1	1508 X= 12 Y= 27.5 Z= 8
813 X= 12.0 Y= 15.0 Z= 3.5	1512 X= 12 Y= 29.5 Z= 8 G=
819 X= 12.0 Y= 15.0 Z= 0.5 G=	1508,1512,1
813,819,1	1513 X= 0.0 Y= 30.0 Z= 0.0
820 X= 0 Y= 15.5 Z= 0	1537 X= 12.0 Y= 30.0 Z= 0.0 G=
824 X= 0 Y= 17.5 Z= 0 G= 820,824,1	1513,1537,1
825 X= 6 Y= 15.5 Z= 0	1538 X= 0.0 Y= 30.0 Z= 4.0
829 X= 6 Y= 17.5 Z= 0 G= 825,829,1	1562 X= 12.0 Y= 30.0 Z= 4.0 G=
830 X= 12 Y= 15.5 Z= 0	1538,1562,1
834 X= 12 Y= 17.5 Z= 0 G= 830,834,1	1563 X= 0.0 Y= 30.0 Z= 8.0
835 X= 0 Y= 15.5 Z= 4	1587 X= 12.0 Y= 30.0 Z= 8.0 G=
839 X= 0 Y= 17.5 Z= 4 G= 835,839,1	1563,1587,1
840 X= 6 Y= 15.5 Z= 4	1588 X= 0.0 Y= 30.0 Z= 7.5
844 X= 6 Y= 17.5 Z= 4 G= 840,844,1	1594 X= 0.0 Y= 30.0 Z= 4.5 G=
845 X= 12 Y= 15.5 Z= 4	1588,1594,1
849 X= 12 Y= 17.5 Z= 4 G= 845,849,1	1595 X= 0.0 Y= 30.0 Z= 3.5
850 X= 0 Y= 15.5 Z= 8	1601 X= 0.0 Y= 30.0 Z= 0.5 G=
854 X= 0 Y= 17.5 Z= 8 G= 850,854,1	1595,1601,1
855 X= 6 Y= 15.5 Z= 8	1602 X= 6.0 Y= 30.0 Z= 7.5
859 X= 6 Y= 17.5 Z= 8 G= 855,859,1	1608 X= 6.0 Y= 30.0 Z= 4.5 G=
860 X= 12 Y= 15.5 Z= 8	1602,1608,1
864 X= 12 Y= 17.5 Z= 8 G= 860,864,1	1609 X= 6.0 Y= 30.0 Z= 3.5
865 X= 0.0 Y= 18.0 Z= 0.0	1615 X= 6.0 Y= 30.0 Z= 0.5 G=
889 X= 12.0 Y= 18.0 Z= 0.0 G=	1609,1615,1
865,889,1	1616 X= 12.0 Y= 30.0 Z= 7.5
	1622 X= 12.0 Y= 30.0 Z= 4.5 G=
	1616,1622,1
	1623 X= 12.0 Y= 30.0 Z= 3.5
	1629 X= 12.0 Y= 30.0 Z= 0.5 G=
	1623,1629,1

CONTORNO

1 GL=F,F,F,F,F,F
 7 GL=F,F,F,F,F,F
 13 GL=F,F,F,F,F,F
 19 GL=F,F,F,F,F,F
 25 GL=F,F,F,F,F,F
 31 GL=F,F,F,F,F,F
 37 GL=F,F,F,F,F,F
 43 GL=F,F,F,F,F,F
 49 GL=F,F,F,F,F,F

RESTRICAO

TIPO=1
 PAVIMENTO=1 MESTRE=55
 NOS=56,171,1
 PAVIMENTO=2 MESTRE=217
 NOS=218,333,1
 PAVIMENTO=3 MESTRE=379
 NOS=380,495,1
 PAVIMENTO=4 MESTRE=541
 NOS=542,657,1
 PAVIMENTO=5 MESTRE=703
 NOS=704,819,1
 PAVIMENTO=6 MESTRE=865
 NOS=866,981,1
 PAVIMENTO=7 MESTRE=1027
 NOS=1028,1143,1
 PAVIMENTO=8 MESTRE=1189
 NOS=1190,1305,1
 PAVIMENTO=9 MESTRE=1351
 NOS=1352,1467,1
 PAVIMENTO=10 MESTRE=1513
 NOS=1514,1629,1

3DPORTICO

YEIXO=0.0
 1 1 2 S= 1 P=1 G=4,1,1,1
 6 6 55 S= 1 P=1
 7 7 8 S= 4 P=1 G=4,1,1,1
 12 12 67 S= 4 P=1
 13 13 14 S= 1 P=1 G=4,1,1,1
 18 18 79 S= 1 P=1
 19 19 20 S= 8 P=1 G=4,1,1,1
 24 24 80 S= 8 P=1
 25 25 26 S= 30 P=1 G=4,1,1,1

30 30 92 S= 30 P=1
 31 31 32 S= 8 P=1 G=4,1,1,1
 36 36 104 S= 8 P=1
 37 37 38 S= 1 P=1 G=4,1,1,1
 42 42 105 S= 1 P=1
 43 43 44 S= 4 P=1 G=4,1,1,1
 48 48 117 S= 4 P=1
 49 49 50 S= 1 P=1 G=4,1,1,1
 54 54 129 S= 1 P=1
 55 55 56 S= 8 V=1 G=6,1,1,1 QY=-2.56
 62 62 63 S= 24 V=1 G=9,1,1,1 QY=-2.56
 72 72 73 S= 8 V=1 G=6,1,1,1 QY=-2.56
 79 80 81 S= 25 V=1 G=3,1,1,1 QY=-5.11
 83 84 85 S= 26 V=1 G=15,1,1,1 QY=-5.11
 99 100 101 S= 25 V=1 G=3,1,1,1 QY=-5.11
 103 105 106 S= 8 V=1 G=6,1,1,1 QY=-2.56
 110 112 113 S= 24 V=1 G=9,1,1,1 QY=-2.56
 120 122 123 S= 8 V=1 G=6,1,1,1 QY=-2.56
 127 105 130 S= 16 V=1 QY=-1.9
 128 130 131 S= 16 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 131 133 134 S= 17 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 134 136 80 S= 17 V=1 QY=-1.9
 135 80 137 S= 17 V=1 QY=-1.9
 136 137 138 S= 17 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 139 140 141 S= 16 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 142 143 55 S= 16 V=1 QY=-1.9
 143 117 144 S= 26 V=1 QY=-3.8
 144 144 145 S= 26 V=1 G=2,1,1,1 QY=-3.8
 147 147 148 S= 28 V=1 G=2,1,1,1 QY=-3.8
 150 150 92 S= 28 V=1 QY=-3.8
 151 92 151 S= 28 V=1 QY=-3.8
 152 151 152 S= 28 V=1 G=2,1,1,1 QY=-3.8
 155 154 155 S= 26 V=1 G=2,1,1,1 QY=-3.8
 158 157 67 S= 26 V=1 QY=-3.8
 159 129 158 S= 16 V=1 QY=-1.9
 160 158 159 S= 16 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 163 161 162 S= 17 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 166 164 104 S= 17 V=1 QY=-1.9
 167 104 165 S= 17 V=1 QY=-1.9
 168 165 166 S= 17 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 171 168 169 S= 16 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 174 171 79 S= 16 V=1 QY=-1.9
 175 55 172 S= 1 P=1
 176 172 173 S= 1 P=1 G=3,1,1,1
 180 176 217 S= 1 P=1
 181 67 177 S= 4 P=1

182 177 178 S= 4 P=1 G=3,1,1,1
 186 181 229 S= 4 P=1
 187 79 182 S= 1 P=1
 188 182 183 S= 1 P=1 G=3,1,1,1
 192 186 241 S= 1 P=1
 193 80 187 S= 8 P=1
 194 187 188 S= 8 P=1 G=3,1,1,1
 198 191 242 S= 8 P=1
 199 92 192 S= 12 P=1
 200 192 193 S= 12 P=1 G=3,1,1,1
 204 196 254 S= 12 P=1
 205 104 197 S= 8 P=1
 206 197 198 S= 8 P=1 G=3,1,1,1
 210 201 266 S= 8 P=1
 211 105 202 S= 1 P=1
 212 202 203 S= 1 P=1 G=3,1,1,1
 216 206 267 S= 1 P=1
 217 117 207 S= 4 P=1
 218 207 208 S= 4 P=1 G=3,1,1,1
 222 211 279 S= 4 P=1
 223 129 212 S= 1 P=1
 224 212 213 S= 1 P=1 G=3,1,1,1
 228 216 291 S= 1 P=1
 229 217 218 S= 8 V=1 G=6,1,1,1 QY=-2.56
 236 224 225 S= 24 V=1 G=9,1,1,1 QY=-2.56
 246 234 235 S= 8 V=1 G=6,1,1,1 QY=-2.56
 253 242 243 S= 25 V=1 G=3,1,1,1 QY=-5.11
 257 246 247 S= 26 V=1 G=15,1,1,1 QY=-5.11
 273 262 263 S= 25 V=1 G=3,1,1,1 QY=-5.11
 277 267 268 S= 8 V=1 G=6,1,1,1 QY=-2.56
 284 274 275 S= 24 V=1 G=9,1,1,1 QY=-2.56
 294 284 285 S= 8 V=1 G=6,1,1,1 QY=-2.56
 301 267 292 S= 16 V=1 QY=-1.9
 302 292 293 S= 16 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 305 295 296 S= 17 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 308 298 242 S= 17 V=1 QY=-1.9
 309 242 299 S= 17 V=1 QY=-1.9
 310 299 300 S= 17 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 313 302 303 S= 16 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 316 305 217 S= 16 V=1 QY=-1.9
 317 279 306 S= 26 V=1 QY=-3.8
 318 306 307 S= 26 V=1 G=2,1,1,1 QY=-3.8
 321 309 310 S= 28 V=1 G=2,1,1,1 QY=-3.8
 324 312 254 S= 28 V=1 QY=-3.8
 325 254 313 S= 28 V=1 QY=-3.8
 326 313 314 S= 28 V=1 G=2,1,1,1 QY=-3.8
 329 316 317 S= 26 V=1 G=2,1,1,1 QY=-3.8

332 319 229 S= 26 V=1 QY=-3.8
 333 291 320 S= 16 V=1 QY=-1.9
 334 320 321 S= 16 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 337 323 324 S= 17 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 340 326 266 S= 17 V=1 QY=-1.9
 341 266 327 S= 17 V=1 QY=-1.9
 342 327 328 S= 17 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 345 330 331 S= 16 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 348 333 241 S= 16 V=1 QY=-1.9
 349 217 334 S= 2 P=1
 350 334 335 S= 2 P=1 G=3,1,1,1
 354 338 379 S= 2 P=1
 355 229 339 S= 5 P=1
 356 339 340 S= 5 P=1 G=3,1,1,1
 360 343 391 S= 5 P=1
 361 241 344 S= 2 P=1
 362 344 345 S= 2 P=1 G=3,1,1,1
 366 348 403 S= 2 P=1
 367 242 349 S= 8 P=1
 368 349 350 S= 8 P=1 G=3,1,1,1
 372 353 404 S= 8 P=1
 373 254 354 S= 12 P=1
 374 354 355 S= 12 P=1 G=3,1,1,1
 378 358 416 S= 12 P=1
 379 266 359 S= 8 P=1
 380 359 360 S= 8 P=1 G=3,1,1,1
 384 363 428 S= 8 P=1
 385 267 364 S= 2 P=1
 386 364 365 S= 2 P=1 G=3,1,1,1
 390 368 429 S= 2 P=1
 391 279 369 S= 5 P=1
 392 369 370 S= 5 P=1 G=3,1,1,1
 396 373 441 S= 5 P=1
 397 291 374 S= 2 P=1
 398 374 375 S= 2 P=1 G=3,1,1,1
 402 378 453 S= 2 P=1
 403 379 380 S= 8 V=1 G=6,1,1,1 QY=-2.56
 410 386 387 S= 24 V=1 G=9,1,1,1 QY=-2.56
 420 396 397 S= 8 V=1 G=6,1,1,1 QY=-2.56
 427 404 405 S= 25 V=1 G=3,1,1,1 QY=-5.11
 431 408 409 S= 26 V=1 G=15,1,1,1 QY=-5.11
 447 424 425 S= 25 V=1 G=3,1,1,1 QY=-5.11
 451 429 430 S= 8 V=1 G=6,1,1,1 QY=-2.56
 458 436 437 S= 24 V=1 G=9,1,1,1 QY=-2.56
 468 446 447 S= 8 V=1 G=6,1,1,1 QY=-2.56
 475 429 454 S= 16 V=1 QY=-1.9

476 454 455 S= 16 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 479 457 458 S= 17 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 482 460 404 S= 17 V=1 QY=-1.9
 483 404 461 S= 17 V=1 QY=-1.9
 484 461 462 S= 17 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 487 464 465 S= 16 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 490 467 379 S= 16 V=1 QY=-1.9
 491 441 468 S= 26 V=1 QY=-3.8
 492 468 469 S= 26 V=1 G=2,1,1,1 QY=-3.8
 495 471 472 S= 28 V=1 G=2,1,1,1 QY=-3.8
 498 474 416 S= 28 V=1 QY=-3.8
 499 416 475 S= 28 V=1 QY=-3.8
 500 475 476 S= 28 V=1 G=2,1,1,1 QY=-3.8
 503 478 479 S= 26 V=1 G=2,1,1,1 QY=-3.8
 506 481 391 S= 26 V=1 QY=-3.8
 507 453 482 S= 16 V=1 QY=-1.9
 508 482 483 S= 16 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 511 485 486 S= 17 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 514 488 428 S= 17 V=1 QY=-1.9
 515 428 489 S= 17 V=1 QY=-1.9
 516 489 490 S= 17 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 519 492 493 S= 16 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 522 495 403 S= 16 V=1 QY=-1.9
 523 379 496 S= 2 P=1
 524 496 497 S= 2 P=1 G=3,1,1,1
 528 500 541 S= 2 P=1
 529 391 501 S= 5 P=1
 530 501 502 S= 5 P=1 G=3,1,1,1
 534 505 553 S= 5 P=1
 535 403 506 S= 2 P=1
 536 506 507 S= 2 P=1 G=3,1,1,1
 540 510 565 S= 2 P=1
 541 404 511 S= 9 P=1
 542 511 512 S= 9 P=1 G=3,1,1,1
 546 515 566 S= 9 P=1
 547 416 516 S= 13 P=1
 548 516 517 S= 13 P=1 G=3,1,1,1
 552 520 578 S= 13 P=1
 553 428 521 S= 9 P=1
 554 521 522 S= 9 P=1 G=3,1,1,1
 558 525 590 S= 9 P=1
 559 429 526 S= 2 P=1
 560 526 527 S= 2 P=1 G=3,1,1,1
 564 530 591 S= 2 P=1
 565 441 531 S= 5 P=1
 566 531 532 S= 5 P=1 G=3,1,1,1
 570 535 603 S= 5 P=1

571 453 536 S= 2 P=1
 572 536 537 S= 2 P=1 G=3,1,1,1
 576 540 615 S= 2 P=1
 577 541 542 S= 8 V=1 G=6,1,1,1 QY=-2.56
 584 548 549 S= 24 V=1 G=9,1,1,1 QY=-2.56
 594 558 559 S= 8 V=1 G=6,1,1,1 QY=-2.56
 601 566 567 S= 25 V=1 G=3,1,1,1 QY=-5.11
 605 570 571 S= 26 V=1 G=15,1,1,1 QY=-5.11
 621 586 587 S= 25 V=1 G=3,1,1,1 QY=-5.11
 625 591 592 S= 8 V=1 G=6,1,1,1 QY=-2.56
 632 598 599 S= 24 V=1 G=9,1,1,1 QY=-2.56
 642 608 609 S= 8 V=1 G=6,1,1,1 QY=-2.56
 649 591 616 S= 18 V=1 QY=-1.9
 650 616 617 S= 18 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 653 619 620 S= 19 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 656 622 566 S= 19 V=1 QY=-1.9
 657 566 623 S= 19 V=1 QY=-1.9
 658 623 624 S= 19 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 661 626 627 S= 18 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 664 629 541 S= 18 V=1 QY=-1.9
 665 603 630 S= 26 V=1 QY=-3.8
 666 630 631 S= 26 V=1 G=2,1,1,1 QY=-3.8
 669 633 634 S= 28 V=1 G=2,1,1,1 QY=-3.8
 672 636 578 S= 28 V=1 QY=-3.8
 673 578 637 S= 28 V=1 QY=-3.8
 674 637 638 S= 28 V=1 G=2,1,1,1 QY=-3.8
 677 640 641 S= 26 V=1 G=2,1,1,1 QY=-3.8
 680 643 553 S= 26 V=1 QY=-3.8
 681 615 644 S= 18 V=1 QY=-1.9
 682 644 645 S= 18 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 685 647 648 S= 19 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 688 650 590 S= 19 V=1 QY=-1.9
 689 590 651 S= 19 V=1 QY=-1.9
 690 651 652 S= 19 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 693 654 655 S= 18 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 696 657 565 S= 18 V=1 QY=-1.9
 697 541 658 S= 3 P=1
 698 658 659 S= 3 P=1 G=3,1,1,1
 702 662 703 S= 3 P=1
 703 553 663 S= 5 P=1
 704 663 664 S= 5 P=1 G=3,1,1,1
 708 667 715 S= 5 P=1
 709 565 668 S= 3 P=1
 710 668 669 S= 3 P=1 G=3,1,1,1
 714 672 727 S= 3 P=1
 715 566 673 S= 9 P=1

716 673 674 S= 9 P=1 G=3,1,1,1
 720 677 728 S= 9 P=1
 721 578 678 S= 13 P=1
 722 678 679 S= 13 P=1 G=3,1,1,1
 726 682 740 S= 13 P=1
 727 590 683 S= 9 P=1
 728 683 684 S= 9 P=1 G=3,1,1,1
 732 687 752 S= 9 P=1
 733 591 688 S= 3 P=1
 734 688 689 S= 3 P=1 G=3,1,1,1
 738 692 753 S= 3 P=1
 739 603 693 S= 5 P=1
 740 693 694 S= 5 P=1 G=3,1,1,1
 744 697 765 S= 5 P=1
 745 615 698 S= 3 P=1
 746 698 699 S= 3 P=1 G=3,1,1,1
 750 702 777 S= 3 P=1
 751 703 704 S= 9 V=1 G=7,1,1,1 QY=-2.56
 759 711 712 S= 8 V=1 G=7,1,1,1 QY=-2.56
 767 719 720 S= 9 V=1 G=7,1,1,1 QY=-2.56
 775 728 729 S= 27 V=1 G=3,1,1,1 QY=-5.11
 779 732 733 S= 16 V=1 G=15,1,1,1 QY=-5.11
 795 748 749 S= 27 V=1 G=3,1,1,1 QY=-5.11
 799 753 754 S= 9 V=1 G=7,1,1,1 QY=-2.56
 807 761 762 S= 8 V=1 G=7,1,1,1 QY=-2.56
 815 769 770 S= 9 V=1 G=7,1,1,1 QY=-2.56
 823 753 778 S= 18 V=1 QY=-1.9
 824 778 779 S= 18 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 827 781 782 S= 19 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 830 784 728 S= 19 V=1 QY=-1.9
 831 728 785 S= 19 V=1 QY=-1.9
 832 785 786 S= 19 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 835 788 789 S= 18 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 838 791 703 S= 18 V=1 QY=-1.9
 839 765 792 S= 24 V=1 QY=-3.8
 840 792 793 S= 24 V=1 G=3,1,1,1 QY=-3.8
 844 796 797 S= 9 V=1 G=1,1,1,1 QY=-3.8
 846 798 740 S= 9 V=1 QY=-3.8
 847 740 799 S= 9 V=1 QY=-3.8
 848 799 800 S= 9 V=1 G=1,1,1,1 QY=-3.8
 850 801 802 S= 24 V=1 G=3,1,1,1 QY=-3.8
 854 805 715 S= 24 V=1 QY=-3.8
 855 777 806 S= 18 V=1 QY=-1.9
 856 806 807 S= 18 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 859 809 810 S= 19 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 862 812 752 S= 19 V=1 QY=-1.9
 863 752 813 S= 19 V=1 QY=-1.9

864 813 814 S= 19 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 867 816 817 S= 18 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 870 819 727 S= 18 V=1 QY=-1.9
 871 703 820 S= 3 P=1
 872 820 821 S= 3 P=1 G=3,1,1,1
 876 824 865 S= 3 P=1
 877 715 825 S= 6 P=1
 878 825 826 S= 6 P=1 G=3,1,1,1
 882 829 877 S= 6 P=1
 883 727 830 S= 3 P=1
 884 830 831 S= 3 P=1 G=3,1,1,1
 888 834 889 S= 3 P=1
 889 728 835 S= 10 P=1
 890 835 836 S= 10 P=1 G=3,1,1,1
 894 839 890 S= 10 P=1
 895 740 840 S= 14 P=1
 896 840 841 S= 14 P=1 G=3,1,1,1
 900 844 902 S= 14 P=1
 901 752 845 S= 10 P=1
 902 845 846 S= 10 P=1 G=3,1,1,1
 906 849 914 S= 10 P=1
 907 753 850 S= 3 P=1
 908 850 851 S= 3 P=1 G=3,1,1,1
 912 854 915 S= 3 P=1
 913 765 855 S= 6 P=1
 914 855 856 S= 6 P=1 G=3,1,1,1
 918 859 927 S= 6 P=1
 919 777 860 S= 3 P=1
 920 860 861 S= 3 P=1 G=3,1,1,1
 924 864 939 S= 3 P=1
 925 865 866 S= 9 V=1 G=7,1,1,1 QY=-2.56
 933 873 874 S= 8 V=1 G=7,1,1,1 QY=-2.56
 941 881 882 S= 9 V=1 G=7,1,1,1 QY=-2.56
 949 890 891 S= 27 V=1 G=3,1,1,1 QY=-5.11
 953 894 895 S= 16 V=1 G=15,1,1,1 QY=-5.11
 969 910 911 S= 27 V=1 G=3,1,1,1 QY=-5.11
 973 915 916 S= 9 V=1 G=7,1,1,1 QY=-2.56
 981 923 924 S= 8 V=1 G=7,1,1,1 QY=-2.56
 989 931 932 S= 9 V=1 G=7,1,1,1 QY=-2.56
 997 915 940 S= 20 V=1 QY=-1.9
 998 940 941 S= 20 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 1001 943 944 S= 21 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 1004 946 890 S= 21 V=1 QY=-1.9
 1005 890 947 S= 21 V=1 QY=-1.9
 1006 947 948 S= 21 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 1009 950 951 S= 20 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9

1012 953 865 S= 20 V=1 QY=-1.9
 1013 927 954 S= 24 V=1 QY=-3.8
 1014 954 955 S= 24 V=1 G=3,1,1,1 QY=-3.8
 1018 958 959 S= 9 V=1 G=1,1,1,1 QY=-3.8
 1020 960 902 S= 9 V=1 QY=-3.8
 1021 902 961 S= 9 V=1 QY=-3.8
 1022 961 962 S= 9 V=1 G=1,1,1,1 QY=-3.8
 1024 963 964 S= 24 V=1 G=3,1,1,1 QY=-3.8
 1028 967 877 S= 24 V=1 QY=-3.8
 1029 939 968 S= 20 V=1 QY=-1.9
 1030 968 969 S= 20 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 1033 971 972 S= 21 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 1036 974 914 S= 21 V=1 QY=-1.9
 1037 914 975 S= 21 V=1 QY=-1.9
 1038 975 976 S= 21 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 1041 978 979 S= 20 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 1044 981 889 S= 20 V=1 QY=-1.9
 1045 865 982 S= 3 P=1
 1046 982 983 S= 3 P=1 G=3,1,1,1
 1050 986 1027 S= 3 P=1
 1051 877 987 S= 6 P=1
 1052 987 988 S= 6 P=1 G=3,1,1,1
 1056 991 1039 S= 6 P=1
 1057 889 992 S= 3 P=1
 1058 992 993 S= 3 P=1 G=3,1,1,1
 1062 996 1051 S= 3 P=1
 1063 890 997 S= 10 P=1
 1064 997 998 S= 10 P=1 G=3,1,1,1
 1068 1001 1052 S= 10 P=1
 1069 902 1002 S= 14 P=1
 1070 1002 1003 S= 14 P=1 G=3,1,1,1
 1074 1006 1064 S= 14 P=1
 1075 914 1007 S= 10 P=1
 1076 1007 1008 S= 10 P=1 G=3,1,1,1
 1080 1011 1076 S= 10 P=1
 1081 915 1012 S= 3 P=1
 1082 1012 1013 S= 3 P=1 G=3,1,1,1
 1086 1016 1077 S= 3 P=1
 1087 927 1017 S= 6 P=1
 1088 1017 1018 S= 6 P=1 G=3,1,1,1
 1092 1021 1089 S= 6 P=1
 1093 939 1022 S= 3 P=1
 1094 1022 1023 S= 3 P=1 G=3,1,1,1
 1098 1026 1101 S= 3 P=1
 1099 1027 1028 S= 9 V=1 G=7,1,1,1 QY=-2.56
 1107 1035 1036 S= 8 V=1 G=7,1,1,1 QY=-2.56
 1115 1043 1044 S= 9 V=1 G=7,1,1,1 QY=-2.56

1123 1052 1053 S= 27 V=1 G=3,1,1,1 QY=-5.11
 1127 1056 1057 S= 16 V=1 G=15,1,1,1 QY=-5.11
 1143 1072 1073 S= 27 V=1 G=3,1,1,1 QY=-5.11
 1147 1077 1078 S= 9 V=1 G=7,1,1,1 QY=-2.56
 1155 1085 1086 S= 8 V=1 G=7,1,1,1 QY=-2.56
 1163 1093 1094 S= 9 V=1 G=7,1,1,1 QY=-2.56
 1171 1077 1102 S= 20 V=1 QY=-1.9
 1172 1102 1103 S= 20 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 1175 1105 1106 S= 21 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 1178 1108 1052 S= 21 V=1 QY=-1.9
 1179 1052 1109 S= 21 V=1 QY=-1.9
 1180 1109 1110 S= 21 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 1183 1112 1113 S= 20 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 1186 1115 1027 S= 20 V=1 QY=-1.9
 1187 1089 1116 S= 24 V=1 QY=-3.8
 1188 1116 1117 S= 24 V=1 G=3,1,1,1 QY=-3.8
 1192 1120 1121 S= 9 V=1 G=1,1,1,1 QY=-3.8
 1194 1122 1064 S= 9 V=1 QY=-3.8
 1195 1064 1123 S= 9 V=1 QY=-3.8
 1196 1123 1124 S= 9 V=1 G=1,1,1,1 QY=-3.8
 1198 1125 1126 S= 24 V=1 G=3,1,1,1 QY=-3.8
 1202 1129 1039 S= 24 V=1 QY=-3.8
 1203 1101 1130 S= 20 V=1 QY=-1.9
 1204 1130 1131 S= 20 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 1207 1133 1134 S= 21 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 1210 1136 1076 S= 21 V=1 QY=-1.9
 1211 1076 1137 S= 21 V=1 QY=-1.9
 1212 1137 1138 S= 21 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 1215 1140 1141 S= 20 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 1218 1143 1051 S= 20 V=1 QY=-1.9
 1219 1027 1144 S= 3 P=1
 1220 1144 1145 S= 3 P=1 G=3,1,1,1
 1224 1148 1189 S= 3 P=1
 1225 1039 1149 S= 7 P=1
 1226 1149 1150 S= 7 P=1 G=3,1,1,1
 1230 1153 1201 S= 7 P=1
 1231 1051 1154 S= 3 P=1
 1232 1154 1155 S= 3 P=1 G=3,1,1,1
 1236 1158 1213 S= 3 P=1
 1237 1052 1159 S= 11 P=1
 1238 1159 1160 S= 11 P=1 G=3,1,1,1
 1242 1163 1214 S= 11 P=1
 1243 1064 1164 S= 15 P=1
 1244 1164 1165 S= 15 P=1 G=3,1,1,1
 1248 1168 1226 S= 15 P=1
 1249 1076 1169 S= 11 P=1

1250 1169 1170 S= 11 P=1 G=3,1,1,1
 1254 1173 1238 S= 11 P=1
 1255 1077 1174 S= 3 P=1
 1256 1174 1175 S= 3 P=1 G=3,1,1,1
 1260 1178 1239 S= 3 P=1
 1261 1089 1179 S= 7 P=1
 1262 1179 1180 S= 7 P=1 G=3,1,1,1
 1266 1183 1251 S= 7 P=1
 1267 1101 1184 S= 3 P=1
 1268 1184 1185 S= 3 P=1 G=3,1,1,1
 1272 1188 1263 S= 3 P=1
 1273 1189 1190 S= 9 V=1 G=23,1,1,1 QY=-2.56
 1297 1214 1215 S= 17 V=1 G=23,1,1,1 QY=-5.11
 1321 1239 1240 S= 9 V=1 G=23,1,1,1 QY=-2.56
 1345 1239 1264 S= 20 V=1 QY=-1.9
 1346 1264 1265 S= 20 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 1349 1267 1268 S= 21 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 1352 1270 1214 S= 21 V=1 QY=-1.9
 1353 1214 1271 S= 21 V=1 QY=-1.9
 1354 1271 1272 S= 21 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 1357 1274 1275 S= 20 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 1360 1277 1189 S= 20 V=1 QY=-1.9
 1361 1251 1278 S= 20 V=1 QY=-3.8
 1362 1278 1279 S= 20 V=1 G=3,1,1,1 QY=-3.8
 1366 1282 1283 S= 21 V=1 G=1,1,1,1 QY=-3.8
 1368 1284 1226 S= 21 V=1 QY=-3.8
 1369 1226 1285 S= 21 V=1 QY=-3.8
 1370 1285 1286 S= 21 V=1 G=1,1,1,1 QY=-3.8
 1372 1287 1288 S= 20 V=1 G=3,1,1,1 QY=-3.8
 1376 1291 1201 S= 20 V=1 QY=-3.8
 1377 1263 1292 S= 20 V=1 QY=-1.9
 1378 1292 1293 S= 20 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 1381 1295 1296 S= 21 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 1384 1298 1238 S= 21 V=1 QY=-1.9
 1385 1238 1299 S= 21 V=1 QY=-1.9
 1386 1299 1300 S= 21 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 1389 1302 1303 S= 20 V=1 G=2,1,1,1 QY=-1.9
 1392 1305 1213 S= 20 V=1 QY=-1.9
 1393 1189 1306 S= 3 P=1
 1394 1306 1307 S= 3 P=1 G=3,1,1,1
 1398 1310 1351 S= 3 P=1
 1399 1201 1311 S= 7 P=1
 1400 1311 1312 S= 7 P=1 G=3,1,1,1
 1404 1315 1363 S= 7 P=1
 1405 1213 1316 S= 3 P=1
 1406 1316 1317 S= 3 P=1 G=3,1,1,1
 1410 1320 1375 S= 3 P=1

1411 1214 1321 S= 11 P=1
 1412 1321 1322 S= 11 P=1 G=3,1,1,1
 1416 1325 1376 S= 11 P=1
 1417 1226 1326 S= 15 P=1
 1418 1326 1327 S= 15 P=1 G=3,1,1,1
 1422 1330 1388 S= 15 P=1
 1423 1238 1331 S= 11 P=1
 1424 1331 1332 S= 11 P=1 G=3,1,1,1
 1428 1335 1400 S= 11 P=1
 1429 1239 1336 S= 3 P=1
 1430 1336 1337 S= 3 P=1 G=3,1,1,1
 1434 1340 1401 S= 3 P=1
 1435 1251 1341 S= 7 P=1
 1436 1341 1342 S= 7 P=1 G=3,1,1,1
 1440 1345 1413 S= 7 P=1
 1441 1263 1346 S= 3 P=1
 1442 1346 1347 S= 3 P=1 G=3,1,1,1
 1446 1350 1425 S= 3 P=1
 1447 1351 1352 S= 9 V=1 G=23,1,1,1 QY=-2.56
 1471 1376 1377 S= 17 V=1 G=23,1,1,1 QY=-5.11
 1495 1401 1402 S= 9 V=1 G=23,1,1,1 QY=-2.56
 1519 1401 1426 S= 22 V=1 QY=-1.9
 1520 1426 1427 S= 22 V=1 G=3,1,1,1 QY=-1.9
 1524 1430 1431 S= 23 V=1 G=1,1,1,1 QY=-1.9
 1526 1432 1376 S= 23 V=1 QY=-1.9
 1527 1376 1433 S= 23 V=1 QY=-1.9
 1528 1433 1434 S= 23 V=1 G=1,1,1,1 QY=-1.9
 1530 1435 1436 S= 22 V=1 G=3,1,1,1 QY=-1.9
 1534 1439 1351 S= 22 V=1 QY=-1.9
 1535 1413 1440 S= 20 V=1 QY=-3.8
 1536 1440 1441 S= 20 V=1 G=3,1,1,1 QY=-3.8
 1540 1444 1445 S= 21 V=1 G=1,1,1,1 QY=-3.8
 1542 1446 1388 S= 21 V=1 QY=-3.8
 1543 1388 1447 S= 21 V=1 QY=-3.8
 1544 1447 1448 S= 21 V=1 G=1,1,1,1 QY=-3.8
 1546 1449 1450 S= 20 V=1 G=3,1,1,1 QY=-3.8
 1550 1453 1363 S= 20 V=1 QY=-3.8
 1551 1425 1454 S= 22 V=1 QY=-1.9
 1552 1454 1455 S= 22 V=1 G=3,1,1,1 QY=-1.9
 1556 1458 1459 S= 23 V=1 G=1,1,1,1 QY=-1.9
 1558 1460 1400 S= 23 V=1 QY=-1.9
 1559 1400 1461 S= 23 V=1 QY=-1.9
 1560 1461 1462 S= 23 V=1 G=1,1,1,1 QY=-1.9
 1562 1463 1464 S= 22 V=1 G=3,1,1,1 QY=-1.9
 1566 1467 1375 S= 22 V=1 QY=-1.9
 1567 1351 1468 S= 29 P=1

1568 1468 1469 S= 29 P=1 G=3,1,1,1
 1572 1472 1513 S= 29 P=1
 1573 1363 1473 S= 7 P=1
 1574 1473 1474 S= 7 P=1 G=3,1,1,1
 1578 1477 1525 S= 7 P=1
 1579 1375 1478 S= 29 P=1
 1580 1478 1479 S= 29 P=1 G=3,1,1,1
 1584 1482 1537 S= 29 P=1
 1585 1376 1483 S= 11 P=1
 1586 1483 1484 S= 11 P=1 G=3,1,1,1
 1590 1487 1538 S= 11 P=1
 1591 1388 1488 S= 15 P=1
 1592 1488 1489 S= 15 P=1 G=3,1,1,1
 1596 1492 1550 S= 15 P=1
 1597 1400 1493 S= 11 P=1
 1598 1493 1494 S= 11 P=1 G=3,1,1,1
 1602 1497 1562 S= 11 P=1
 1603 1401 1498 S= 29 P=1
 1604 1498 1499 S= 29 P=1 G=3,1,1,1
 1608 1502 1563 S= 29 P=1
 1609 1413 1503 S= 7 P=1
 1610 1503 1504 S= 7 P=1 G=3,1,1,1
 1614 1507 1575 S= 7 P=1
 1615 1425 1508 S= 29 P=1
 1616 1508 1509 S= 29 P=1 G=3,1,1,1
 1620 1512 1587 S= 29 P=1
 1621 1513 1514 S= 9 V=1 G=23,1,1,1 QY=-2.56
 1645 1538 1539 S= 17 V=1 G=23,1,1,1 QY=-5.11
 1669 1563 1564 S= 9 V=1 G=23,1,1,1 QY=-2.56
 1693 1563 1588 S= 22 V=1 QY=-1.9
 1694 1588 1589 S= 22 V=1 G=3,1,1,1 QY=-1.9
 1698 1592 1593 S= 23 V=1 G=1,1,1,1 QY=-1.9
 1700 1594 1538 S= 23 V=1 QY=-1.9
 1701 1538 1595 S= 23 V=1 QY=-1.9
 1702 1595 1596 S= 23 V=1 G=1,1,1,1 QY=-1.9
 1704 1597 1598 S= 22 V=1 G=3,1,1,1 QY=-1.9
 1708 1601 1513 S= 22 V=1 QY=-1.9
 1709 1575 1602 S= 20 V=1 QY=-3.8
 1710 1602 1603 S= 20 V=1 G=3,1,1,1 QY=-3.8
 1714 1606 1607 S= 21 V=1 G=1,1,1,1 QY=-3.8
 1716 1608 1550 S= 21 V=1 QY=-3.8
 1717 1550 1609 S= 21 V=1 QY=-3.8
 1718 1609 1610 S= 21 V=1 G=1,1,1,1 QY=-3.8
 1720 1611 1612 S= 20 V=1 G=3,1,1,1 QY=-3.8
 1724 1615 1525 S= 20 V=1 QY=-3.8
 1725 1587 1616 S= 22 V=1 QY=-1.9
 1726 1616 1617 S= 22 V=1 G=3,1,1,1 QY=-1.9

1730 1620 1621 S= 23 V=1 G=1,1,1,1 QY=-1.9
 1732 1622 1562 S= 23 V=1 QY=-1.9
 1733 1562 1623 S= 23 V=1 QY=-1.9
 1734 1623 1624 S= 23 V=1 G=1,1,1,1 QY=-1.9
 1736 1625 1626 S= 22 V=1 G=3,1,1,1 QY=-1.9
 1740 1629 1537 S= 22 V=1 QY=-1.9

ACO

2

E=210000000 FY=500000 SH=0.001 EPU=0.02

E=210000000 FY=600000 SH=0.001 EPU=0.02

CONCRETO

1

E=30672463 FC=36600 EPO=0.002 FT=2896.5 G=11182669 W=25 CURVA=2

SECAO

30

NSECAO=1 YBASE=-0.10 B=0.60 H=0.2 CRRIG=0.8 COBR=0.03

NCONCRETO=1 NCAMALM=12,8 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0

NBARACO=14

A=0.000201 Y= 0.157 Z= 0.04 NACO=1

A=0.000201 Y= 0.157 Z= 0.13 NACO=1

A=0.000201 Y= 0.157 Z= 0.21 NACO=1

A=0.000201 Y= 0.157 Z= 0.3 NACO=1

A=0.000201 Y= 0.157 Z= 0.39 NACO=1

A=0.000201 Y= 0.157 Z= 0.47 NACO=1

A=0.000201 Y= 0.157 Z= 0.56 NACO=1

A=0.000201 Y= 0.043 Z= 0.04 NACO=1

A=0.000201 Y= 0.043 Z= 0.13 NACO=1

A=0.000201 Y= 0.043 Z= 0.21 NACO=1

A=0.000201 Y= 0.043 Z= 0.3 NACO=1

A=0.000201 Y= 0.043 Z= 0.39 NACO=1

A=0.000201 Y= 0.043 Z= 0.47 NACO=1

A=0.000201 Y= 0.043 Z= 0.56 NACO=1

ESTRIBOEXT=0.00004,0.15 NACO=2 NINTE=0,0

NSECAO=2 YBASE=-0.10 B=0.60 H=0.2 CRRIG=0.8 COBR=0.03

NCONCRETO=1 NCAMALM=12,8 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0

NBARACO=10

A=0.000201 Y= 0.157 Z= 0.04 NACO=1

A=0.000201 Y= 0.157 Z= 0.17 NACO=1

A=0.000201 Y= 0.157 Z= 0.3 NACO=1

A=0.000201 Y= 0.157 Z= 0.43 NACO=1

A=0.000201 Y= 0.157 Z= 0.56 NACO=1

A=0.000201 Y= 0.043 Z= 0.04 NACO=1

A=0.000201 Y= 0.043 Z= 0.17 NACO=1

A=0.000201 Y= 0.043 Z= 0.3 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.043 Z= 0.43 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.043 Z= 0.56 NACO=1
 ESTRIBOEXT=0.00004,0.15 NACO=2 NINTE=0,0
 NSECAO=3 YBASE=-0.10 B=0.60 H=0.2 CRRIG=0.8 COBR=0.03
 NCONCRETO=1 NCAMALM=12,8 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0
 NBARACO=10
 A=0.000123 Y= 0.159 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.159 Z= 0.17 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.159 Z= 0.3 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.159 Z= 0.43 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.159 Z= 0.56 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.17 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.3 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.43 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.56 NACO=1
 ESTRIBOEXT=0.00004,0.15 NACO=2 NINTE=0,0
 NSECAO=4 YBASE=-0.30 B=0.30 H=0.6 CRRIG=0.8 COBR=0.03
 NCONCRETO=1 NCAMALM=8,12 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0
 NBARACO=8
 A=0.000314 Y= 0.555 Z= 0.05 NACO=1
 A=0.000314 Y= 0.555 Z= 0.26 NACO=1
 A=0.000314 Y= 0.385 Z= 0.05 NACO=1
 A=0.000314 Y= 0.385 Z= 0.26 NACO=1
 A=0.000314 Y= 0.215 Z= 0.05 NACO=1
 A=0.000314 Y= 0.215 Z= 0.26 NACO=1
 A=0.000314 Y= 0.045 Z= 0.05 NACO=1
 A=0.000314 Y= 0.045 Z= 0.26 NACO=1
 ESTRIBOEXT=0.00004,0.20 NACO=2 NINTE=0,0
 NSECAO=5 YBASE=-0.30 B=0.30 H=0.6 CRRIG=0.8 COBR=0.03
 NCONCRETO=1 NCAMALM=8,12 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0
 NBARACO=8
 A=0.000123 Y= 0.559 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.559 Z= 0.26 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.385 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.385 Z= 0.26 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.215 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.215 Z= 0.26 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.26 NACO=1
 ESTRIBOEXT=0.00004,0.15 NACO=2 NINTE=0,0
 NSECAO=6 YBASE=-0.30 B=0.20 H=0.6 CRRIG=0.8 COBR=0.03
 NCONCRETO=1 NCAMALM=8,12 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0
 NBARACO=8
 A=0.000123 Y= 0.56 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.56 Z= 0.16 NACO=1

A=0.000123 Y= 0.385 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.385 Z= 0.16 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.215 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.215 Z= 0.16 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.04 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.04 Z= 0.16 NACO=1
 ESTRIBOEXT=0.00004,0.15 NACO=2 NINTE=0,0
 NSECAO=7 YBASE=-0.30 B=0.20 H=0.6 CRRIG=0.8 COBR=0.03
 NCONCRETO=1 NCAMALM=8,12 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0
 NBARACO=8
 A=0.000079 Y= 0.56 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000079 Y= 0.56 Z= 0.16 NACO=1
 A=0.000079 Y= 0.385 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000079 Y= 0.385 Z= 0.16 NACO=1
 A=0.000079 Y= 0.215 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000079 Y= 0.215 Z= 0.16 NACO=1
 A=0.000079 Y= 0.04 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000079 Y= 0.04 Z= 0.16 NACO=1
 ESTRIBOEXT=0.00004,0.12 NACO=2 NINTE=0,0
 NSECAO=8 YBASE=-0.15 B=0.50 H=0.3 CRRIG=0.8 COBR=0.03
 NCONCRETO=1 NCAMALM=16,8 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0
 NBARACO=14
 A=0.000201 Y= 0.257 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.257 Z= 0.13 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.257 Z= 0.21 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.257 Z= 0.29 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.257 Z= 0.28 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.257 Z= 0.46 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.15 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.15 Z= 0.46 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.043 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.043 Z= 0.13 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.043 Z= 0.21 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.043 Z= 0.29 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.043 Z= 0.28 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.043 Z= 0.46 NACO=1
 ESTRIBOEXT=0.00004,0.11 NACO=2 NINTE=0,0
 NSECAO=9 YBASE=-0.15 B=0.50 H=0.3 CRRIG=0.8 COBR=0.03
 NCONCRETO=1 NCAMALM=16,8 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0
 NBARACO=10
 A=0.000123 Y= 0.259 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.259 Z= 0.15 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.259 Z= 0.25 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.259 Z= 0.36 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.259 Z= 0.46 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.04 NACO=1

A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.15 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.25 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.36 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.46 NACO=1
 ESTRIBOEXT=0.00004,0.11 NACO=2 NINTE=0,0
 NSECAO=10 YBASE=-0.10 B=0.50 H=0.2 CRRIG=0.8 COBR=0.03
 NCONCRETO=1 NCAMALM=16,8 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0
 NBARACO=10
 A=0.000201 Y= 0.157 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.157 Z= 0.15 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.157 Z= 0.25 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.157 Z= 0.36 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.157 Z= 0.46 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.043 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.043 Z= 0.15 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.043 Z= 0.25 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.043 Z= 0.36 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.043 Z= 0.46 NACO=1
 ESTRIBOEXT=0.00004,0.15 NACO=2 NINTE=0,0
 NSECAO=11 YBASE=-0.10 B=0.50 H=0.2 CRRIG=0.8 COBR=0.03
 NCONCRETO=1 NCAMALM=16,8 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0
 NBARACO=8
 A=0.000123 Y= 0.159 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.159 Z= 0.18 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.159 Z= 0.32 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.159 Z= 0.46 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.18 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.32 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.46 NACO=1
 ESTRIBOEXT=0.00004,0.15 NACO=2 NINTE=0,0
 NSECAO=12 YBASE=-0.20 B=0.40 H=0.4 CRRIG=0.8 COBR=0.03
 NCONCRETO=1 NCAMALM=16,16 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0
 NBARACO=16
 A=0.000201 Y= 0.355 Z= 0.045 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.355 Z= 0.12 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.355 Z= 0.2 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.355 Z= 0.28 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.355 Z= 0.355 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.28 Z= 0.045 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.28 Z= 0.355 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.2 Z= 0.045 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.2 Z= 0.355 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.12 Z= 0.045 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.12 Z= 0.355 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.045 Z= 0.045 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.045 Z= 0.12 NACO=1

A=0.000201 Y= 0.045 Z= 0.2 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.045 Z= 0.28 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.045 Z= 0.355 NACO=1
 ESTRIBOEXT=0.00004,0.19 NACO=2 NINTE=0,0
 NSECAO=13 YBASE=-0.20 B=0.40 H=0.4 CRRIG=0.8 COBR=0.03
 NCONCRETO=1 NCAMALM=16,16 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0
 NBARACO=12
 A=0.000123 Y= 0.36 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.36 Z= 0.15 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.36 Z= 0.25 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.36 Z= 0.36 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.25 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.25 Z= 0.36 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.15 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.15 Z= 0.36 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.04 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.04 Z= 0.15 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.04 Z= 0.25 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.04 Z= 0.36 NACO=1
 ESTRIBOEXT=0.00004,0.15 NACO=2 NINTE=0,0
 NSECAO=14 YBASE=-0.15 B=0.30 H=0.3 CRRIG=0.8 COBR=0.03
 NCONCRETO=1 NCAMALM=16,16 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0
 NBARACO=16
 A=0.000123 Y= 0.26 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.26 Z= 0.1 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.26 Z= 0.15 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.26 Z= 0.2 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.26 Z= 0.26 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.2 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.2 Z= 0.26 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.15 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.15 Z= 0.26 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.2 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.2 Z= 0.26 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.04 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.1 Z= 0.1 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.15 Z= 0.15 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.2 Z= 0.2 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.26 Z= 0.26 NACO=1
 ESTRIBOEXT=0.00004,0.15 NACO=2 NINTE=0,0
 NSECAO=15 YBASE=-0.15 B=0.30 H=0.3 CRRIG=0.8 COBR=0.03
 NCONCRETO=1 NCAMALM=16,16 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0
 NBARACO=4
 A=0.000123 Y= 0.26 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.26 Z= 0.26 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.04 Z= 0.04 NACO=1

A=0.000123 Y= 0.04 Z= 0.26 NACO=1
 ESTRIBOEXT=0.00004,0.15 NACO=2 NINTE=0,0
 NSECAO=16 YBASE=-0.25 B=0.20 H=0.5 CRRIG=0.4 COBR=0.03
 NCONCRETO=1 NCAMALM=4,16 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0
 NBARACO=9
 A=0.000201 Y= 0.457 Z= 0.043 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.457 Z= 0.1 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.457 Z= 0.157 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.421 Z= 0.043 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.421 Z= 0.157 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.041 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.08 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.12 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.159 NACO=1
 ESTRIBOEXT=0.00004,0.125 NACO=2 NINTE=0,0
 NSECAO=17 YBASE=-0.25 B=0.20 H=0.5 CRRIG=0.4 COBR=0.03
 NCONCRETO=1 NCAMALM=4,16 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0
 NBARACO=8
 A=0.000201 Y= 0.457 Z= 0.043 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.457 Z= 0.1 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.457 Z= 0.157 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.421 Z= 0.1 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.041 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.08 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.12 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.159 NACO=1
 ESTRIBOEXT=0.00004,0.125 NACO=2 NINTE=0,0
 NSECAO=18 YBASE=-0.25 B=0.20 H=0.5 CRRIG=0.4 COBR=0.03
 NCONCRETO=1 NCAMALM=4,16 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0
 NBARACO=7
 A=0.000201 Y= 0.457 Z= 0.043 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.457 Z= 0.1 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.457 Z= 0.157 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.421 Z= 0.1 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.041 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.1 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.159 NACO=1
 ESTRIBOEXT=0.00004,0.125 NACO=2 NINTE=0,0
 NSECAO=19 YBASE=-0.25 B=0.20 H=0.5 CRRIG=0.4 COBR=0.03
 NCONCRETO=1 NCAMALM=4,16 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0
 NBARACO=6
 A=0.000201 Y= 0.457 Z= 0.043 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.457 Z= 0.1 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.457 Z= 0.157 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.041 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.1 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.159 NACO=1

ESTRIBOEXT=0.00004,0.125 NACO=2 NINTE=0,0
 NSECAO=20 YBASE=-0.25 B=0.20 H=0.5 CRRIG=0.4 COBR=0.03
 NCONCRETO=1 NCAMALM=4,16 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0
 NBARACO=6
 A=0.000201 Y= 0.457 Z= 0.043 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.457 Z= 0.1 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.457 Z= 0.157 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.421 Z= 0.1 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.041 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.159 NACO=1
 ESTRIBOEXT=0.00004,0.125 NACO=2 NINTE=0,0
 SECAO=21 YBASE=-0.25 B=0.20 H=0.5 CRRIG=0.4 COBR=0.03
 NCONCRETO=1 NCAMALM=4,16 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0
 NBARACO=4
 A=0.000201 Y= 0.457 Z= 0.043 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.457 Z= 0.157 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.041 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.159 NACO=1
 ESTRIBOEXT=0.00004,0.125 NACO=2 NINTE=0,0
 SECAO=22 YBASE=-0.25 B=0.20 H=0.5 CRRIG=0.4 COBR=0.03
 NCONCRETO=1 NCAMALM=4,16 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0
 NBARACO=6
 A=0.000079 Y= 0.46 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000079 Y= 0.46 Z= 0.08 NACO=1
 A=0.000079 Y= 0.46 Z= 0.12 NACO=1
 A=0.000079 Y= 0.46 Z= 0.16 NACO=1
 A=0.000079 Y= 0.04 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000079 Y= 0.04 Z= 0.16 NACO=1
 ESTRIBOEXT=0.00004,0.125 NACO=2 NINTE=0,0
 SECAO=23 YBASE=-0.25 B=0.20 H=0.5 CRRIG=0.4 COBR=0.03
 NCONCRETO=1 NCAMALM=4,16 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0
 NBARACO=4
 A=0.000079 Y= 0.46 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000079 Y= 0.46 Z= 0.16 NACO=1
 A=0.000079 Y= 0.04 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000079 Y= 0.04 Z= 0.16 NACO=1
 ESTRIBOEXT=0.00004,0.125 NACO=2 NINTE=0,0
 SECAO=24 YBASE=-0.25 B=0.20 H=0.5 CRRIG=0.4 COBR=0.03
 NCONCRETO=1 NCAMALM=4,16 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0
 NBARACO=9
 A=0.000201 Y= 0.457 Z= 0.043 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.457 Z= 0.1 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.457 Z= 0.157 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.421 Z= 0.043 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.421 Z= 0.1 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.421 Z= 0.157 NACO=1

A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.041 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.1 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.159 NACO=1
 ESTRIBOEXT=0.00004,0.125 NACO=2 NINTE=0,0
 SECAO=25 YBASE=-0.25 B=0.20 H=0.5 CRRIG=0.4 COBR=0.03
 NCONCRETO=1 NCAMALM=4,16 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0
 NBARACO=12
 A=0.000201 Y= 0.457 Z= 0.043 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.457 Z= 0.1 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.457 Z= 0.157 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.421 Z= 0.043 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.421 Z= 0.1 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.421 Z= 0.157 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.385 Z= 0.043 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.385 Z= 0.157 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.041 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.08 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.12 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.159 NACO=1
 ESTRIBOEXT=0.00004,0.125 NACO=2 NINTE=0,0
 SECAO=26 YBASE=-0.25 B=0.20 H=0.5 CRRIG=0.4 COBR=0.03
 NCONCRETO=1 NCAMALM=4,16 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0
 NBARACO=11
 A=0.000201 Y= 0.457 Z= 0.043 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.457 Z= 0.1 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.457 Z= 0.157 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.421 Z= 0.043 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.421 Z= 0.1 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.421 Z= 0.157 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.385 Z= 0.1 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.041 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.08 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.12 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.159 NACO=1
 ESTRIBOEXT=0.00004,0.125 NACO=2 NINTE=0,0
 NSECAO=27 YBASE=-0.25 B=0.2 H=0.5 CRRIG=0.8 COBR=0.03
 NCONCRETO=1 NCAMALM=4,16 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0
 NBARACO=10
 A=0.000201 Y= 0.457 Z= 0.043 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.457 Z= 0.1 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.457 Z= 0.157 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.421 Z= 0.043 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.421 Z= 0.1 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.421 Z= 0.157 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.041 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.08 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.12 NACO=1

A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.159 NACO=1
 ESTRIBOEXT=0.00004,0.15 NACO=2 NINTE=0,0
 SECAO=28 YBASE=-0.25 B=0.20 H=0.5 CRRIG=0.4 COBR=0.03
 NCONCRETO=1 NCAMALM=4,16 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0
 NBARACO=10
 A=0.000201 Y= 0.457 Z= 0.043 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.457 Z= 0.1 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.457 Z= 0.157 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.421 Z= 0.043 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.421 Z= 0.157 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.073 Z= 0.1 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.041 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.08 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.12 NACO=1
 A=0.000123 Y= 0.041 Z= 0.159 NACO=1
 ESTRIBOEXT=0.00004,0.125 NACO=2 NINTE=0,0
 SECAO=29 YBASE=-0.10 B=0.60 H=0.2 CRRIG=0.8 COBR=0.03
 NCONCRETO=1 NCAMALM=12,8 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0
 NBARACO=12
 A=0.000201 Y= 0.157 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.157 Z= 0.15 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.157 Z= 0.25 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.157 Z= 0.35 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.157 Z= 0.46 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.157 Z= 0.56 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.043 Z= 0.04 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.043 Z= 0.15 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.043 Z= 0.25 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.043 Z= 0.35 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.043 Z= 0.46 NACO=1
 A=0.000201 Y= 0.043 Z= 0.56 NACO=1
 ESTRIBOEXT=0.00004,0.15 NACO=2 NINTE=0,0
 NSECAO=30 YBASE=-0.20 B=0.40 H=0.4 CRRIG=0.8 COBR=0.03
 NCONCRETO=1 NCAMALM=12,8 NCAMMES=0,0 MCOBR=1,1 ALFA=0,0
 NBARACO=16
 A=0.000314 Y= 0.355 Z= 0.045 NACO=1
 A=0.000314 Y= 0.355 Z= 0.12 NACO=1
 A=0.000314 Y= 0.355 Z= 0.2 NACO=1
 A=0.000314 Y= 0.355 Z= 0.28 NACO=1
 A=0.000314 Y= 0.355 Z= 0.355 NACO=1
 A=0.000314 Y= 0.28 Z= 0.045 NACO=1
 A=0.000314 Y= 0.28 Z= 0.355 NACO=1
 A=0.000314 Y= 0.2 Z= 0.045 NACO=1
 A=0.000314 Y= 0.2 Z= 0.355 NACO=1
 A=0.000314 Y= 0.12 Z= 0.045 NACO=1
 A=0.000314 Y= 0.12 Z= 0.355 NACO=1

A=0.000314 Y= 0.045 Z= 0.045 NACO=1

A=0.000314 Y= 0.045 Z= 0.12 NACO=1

A=0.000314 Y= 0.045 Z= 0.2 NACO=1

A=0.000314 Y= 0.045 Z= 0.28 NACO=1

A=0.000314 Y= 0.045 Z= 0.355 NACO=1

ESTRIBOEXT=0.00004,0.19 NACO=2 NINTE=0,0

INICIAL

*Mostra-se somente a carga aplicada nos nós das vigas do primeiro pavimento, pois repete-se a mesma carga nos demais pavimentos.

55 F= 0.0,-6.572,0.0,0.259,0.0,-0.29	113 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00
56 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00	114 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00
57 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00	115 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00
58 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00	116 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00
59 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00	117 F= 0.0,-11.110,0.0,-0.348,0.0,0.00
60 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00	118 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00
61 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00	119 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00
62 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00	120 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00
63 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00	121 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00
64 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00	122 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00
65 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00	123 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00
66 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00	124 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00
67 F= 0.0,-11.110,0.0,0.348,0.0,0.00	125 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00
68 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00	126 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00
69 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00	127 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00
70 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00	128 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00
71 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00	129 F= 0.0,-6.572,0.0,-0.259,0.0,0.29
72 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00	130 F= 0.0,-6.205,0.0,0.000,0.0,0.00
73 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00	131 F= 0.0,-6.205,0.0,0.000,0.0,0.00
74 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00	132 F= 0.0,-6.205,0.0,0.000,0.0,0.00
75 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00	133 F= 0.0,-6.205,0.0,0.000,0.0,0.00
76 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00	134 F= 0.0,-6.205,0.0,0.000,0.0,0.00
77 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00	135 F= 0.0,-6.205,0.0,0.000,0.0,0.00
78 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00	136 F= 0.0,-6.205,0.0,0.000,0.0,0.00
79 F= 0.0,-6.572,0.0,0.259,0.0,0.29	137 F= 0.0,-6.205,0.0,0.000,0.0,0.00
80 F= 0.0,-11.110,0.0,0.000,0.0,-0.41	138 F= 0.0,-6.205,0.0,0.000,0.0,0.00
81 F= 0.0,-9.815,0.0,0.000,0.0,0.00	139 F= 0.0,-6.205,0.0,0.000,0.0,0.00
82 F= 0.0,-9.815,0.0,0.000,0.0,0.00	140 F= 0.0,-6.205,0.0,0.000,0.0,0.00
83 F= 0.0,-9.815,0.0,0.000,0.0,0.00	141 F= 0.0,-6.205,0.0,0.000,0.0,0.00
84 F= 0.0,-9.815,0.0,0.000,0.0,0.00	142 F= 0.0,-6.205,0.0,0.000,0.0,0.00
85 F= 0.0,-9.815,0.0,0.000,0.0,0.00	143 F= 0.0,-6.205,0.0,0.000,0.0,0.00
86 F= 0.0,-9.815,0.0,0.000,0.0,0.00	144 F= 0.0,-8.340,0.0,0.000,0.0,0.00

87 F= 0.0,-9.815,0.0,0.000,0.0,0.00	145 F= 0.0,-8.340,0.0,0.000,0.0,0.00
88 F= 0.0,-9.815,0.0,0.000,0.0,0.00	146 F= 0.0,-8.340,0.0,0.000,0.0,0.00
89 F= 0.0,-9.815,0.0,0.000,0.0,0.00	147 F= 0.0,-8.340,0.0,0.000,0.0,0.00
90 F= 0.0,-9.815,0.0,0.000,0.0,0.00	148 F= 0.0,-8.340,0.0,0.000,0.0,0.00
91 F= 0.0,-9.815,0.0,0.000,0.0,0.00	149 F= 0.0,-8.340,0.0,0.000,0.0,0.00
92 F= 0.0,-18.160,0.0,0.000,0.0,0.00	150 F= 0.0,-8.340,0.0,0.000,0.0,0.00
93 F= 0.0,-9.815,0.0,0.000,0.0,0.00	151 F= 0.0,-8.340,0.0,0.000,0.0,0.00
94 F= 0.0,-9.815,0.0,0.000,0.0,0.00	152 F= 0.0,-8.340,0.0,0.000,0.0,0.00
95 F= 0.0,-9.815,0.0,0.000,0.0,0.00	153 F= 0.0,-8.340,0.0,0.000,0.0,0.00
96 F= 0.0,-9.815,0.0,0.000,0.0,0.00	154 F= 0.0,-8.340,0.0,0.000,0.0,0.00
97 F= 0.0,-9.815,0.0,0.000,0.0,0.00	155 F= 0.0,-8.340,0.0,0.000,0.0,0.00
98 F= 0.0,-9.815,0.0,0.000,0.0,0.00	156 F= 0.0,-8.340,0.0,0.000,0.0,0.00
99 F= 0.0,-9.815,0.0,0.000,0.0,0.00	157 F= 0.0,-8.340,0.0,0.000,0.0,0.00
100 F= 0.0,-9.815,0.0,0.000,0.0,0.00	158 F= 0.0,-6.205,0.0,0.000,0.0,0.00
101 F= 0.0,-9.815,0.0,0.000,0.0,0.00	159 F= 0.0,-6.205,0.0,0.000,0.0,0.00
102 F= 0.0,-9.815,0.0,0.000,0.0,0.00	160 F= 0.0,-6.205,0.0,0.000,0.0,0.00
103 F= 0.0,-9.815,0.0,0.000,0.0,0.00	161 F= 0.0,-6.205,0.0,0.000,0.0,0.00
104 F= 0.0,-11.110,0.0,0.000,0.0,0.41	162 F= 0.0,-6.205,0.0,0.000,0.0,0.00
105 F= 0.0,-6.572,0.0,-0.259,0.0,-0.29	163 F= 0.0,-6.205,0.0,0.000,0.0,0.00
106 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00	164 F= 0.0,-6.205,0.0,0.000,0.0,0.00
107 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00	165 F= 0.0,-6.205,0.0,0.000,0.0,0.00
108 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00	166 F= 0.0,-6.205,0.0,0.000,0.0,0.00
109 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00	167 F= 0.0,-6.205,0.0,0.000,0.0,0.00
110 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00	168 F= 0.0,-6.205,0.0,0.000,0.0,0.00
111 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00	169 F= 0.0,-6.205,0.0,0.000,0.0,0.00
112 F= 0.0,-6.940,0.0,0.000,0.0,0.00	170 F= 0.0,-6.205,0.0,0.000,0.0,0.00
	171 F= 0.0,-6.205,0.0,0.000,0.0,0.00

CARREGAMENTO

55 F=3.95,0,0,0,0	865 F=5.91,0,0,0,0
80 F=7.91,0,0,0,0	890 F=11.83,0,0,0,0
105 F=3.95,0,0,0,0	915 F=5.91,0,0,0,0
217 F=4.67,0,0,0,0	1027 F=6.11,0,0,0,0
242 F=9.34,0,0,0,0	1052 F=12.22,0,0,0,0
267 F=4.67,0,0,0,0	1077 F=6.11,0,0,0,0
379 F=5.10,0,0,0,0	1189 F=6.28,0,0,0,0
404 F=10.2,0,0,0,0	1214 F=12.57,0,0,0,0
429 F=5.10,0,0,0,0	1239 F=6.28,0,0,0,0

541 F=5.43,0,0,0,0	1351 F=6.44,0,0,0,0
566 F=10.85,0,0,0,0	1376 F=12.88,0,0,0,0
591 F=5.43,0,0,0,0	1401 F=6.44,0,0,0,0
703 F=5.69,0,0,0,0	1513 F=3.28,0,0,0,0
728 F=11.38,0,0,0,0	1538 F=3.28,0,0,0,0
753 F=5.69,0,0,0,0	1563 F=3.28,0,0,0,0

NAOLINEAR

ETAPAS=141 ITER=100 ALGO=1 TOL=0.002 TOLI=1
IMPRESSAO=2 NETAPAS=1 SELECIONA=0
P01 NO=1513 DIR=1 FDESL=100 FCARGA=1
TEN ELEM=2 SEC=3 FILAMENTOS=1,2,1,2 TIPO=1,1,3,3
DEF ELEM=1 SEC=1 DEF=4 ESFO=4
1 FACT=0
40 FACT=0.10
100 FACT=0.055